

УДК 534.13: 533.6.011.5

## СВЕРХЗВУКОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В РАДИАЛЬНЫХ СОПЛАХ

С. П. Киселев<sup>\*,\*\*</sup>, В. П. Киселев<sup>\*</sup>, В. Н. Зайковский<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия

<sup>\*\*</sup> Новосибирский государственный технический университет,  
630092 Новосибирск, Россия

E-mails: kiselev@itam.nsc.ru, kiselevvp@itam.nsc.ru, zaikovskii@itam.nsc.ru

Представлены результаты экспериментального исследования и численного моделирования сверхзвуковых течений газа в радиальных соплах при различной ширине сопел. Показано, что в зависимости от ширины сопла при фиксированном радиусе в сопле реализуются течения различного типа: в широких соплах — сверхзвуковые течения с косыми ударными волнами, вызывающими отрывы пограничного слоя, в узких соплах (микросоплах) — течения с прямым псевдоскачком, разделяющим области сверхзвукового и дозвукового течений. Исследована структура псевдоскачка и определены потери полного давления в случае течения газа в микросопле.

Ключевые слова: радиальное сопло, сверхзвуковое течение, псевдоскачок, пограничный слой, численное моделирование, эксперимент.

DOI: 10.15372/PMTF20170608

**Введение.** До последнего времени радиальные сопла, в которых газ ускоряется до сверхзвуковых скоростей, практически не применялись. Это обусловлено тем, что такие сопла нельзя использовать для создания тяги. Тем не менее радиальные сопла применяются в различных технологических устройствах. Например, в работе [1] предложено использовать радиальное сопло для создания магнетогидродинамического генератора с Т-слоем. Теория стационарного сверхзвукового течения газа в радиальном сопле в квазиодномерном приближении изложена в [2]. В работе [3] исследовались пульсации в радиальной струе, возникающие при натекании сверхзвуковой струи на преграду в виде стенки сопла. В [4, 5] предложено использовать радиальные сопла для нанесения покрытий на внутреннюю поверхность труб методом холодного газодинамического напыления.

В данной работе приводятся результаты экспериментов и численного моделирования течения газа в радиальном сопле, а также истечения перерасширенной струи в затопленное пространство при условиях, близких к условиям холодного газодинамического напыления.

**1. Постановка задачи.** Для изучения течений в радиальных соплах проведены экспериментальные и теоретические исследования их характеристик.

1.1. *Методика эксперимента.* Эксперименты проводились на установке, схема которой показана на рис. 1,а. Установка состояла из центрального направляющего стержня диаметром  $d_1 = 10$  мм, внешнего подвижного диска диаметром  $d_0 = 72$  мм, внут-

---

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 14-01-00352, 16-01-00156).

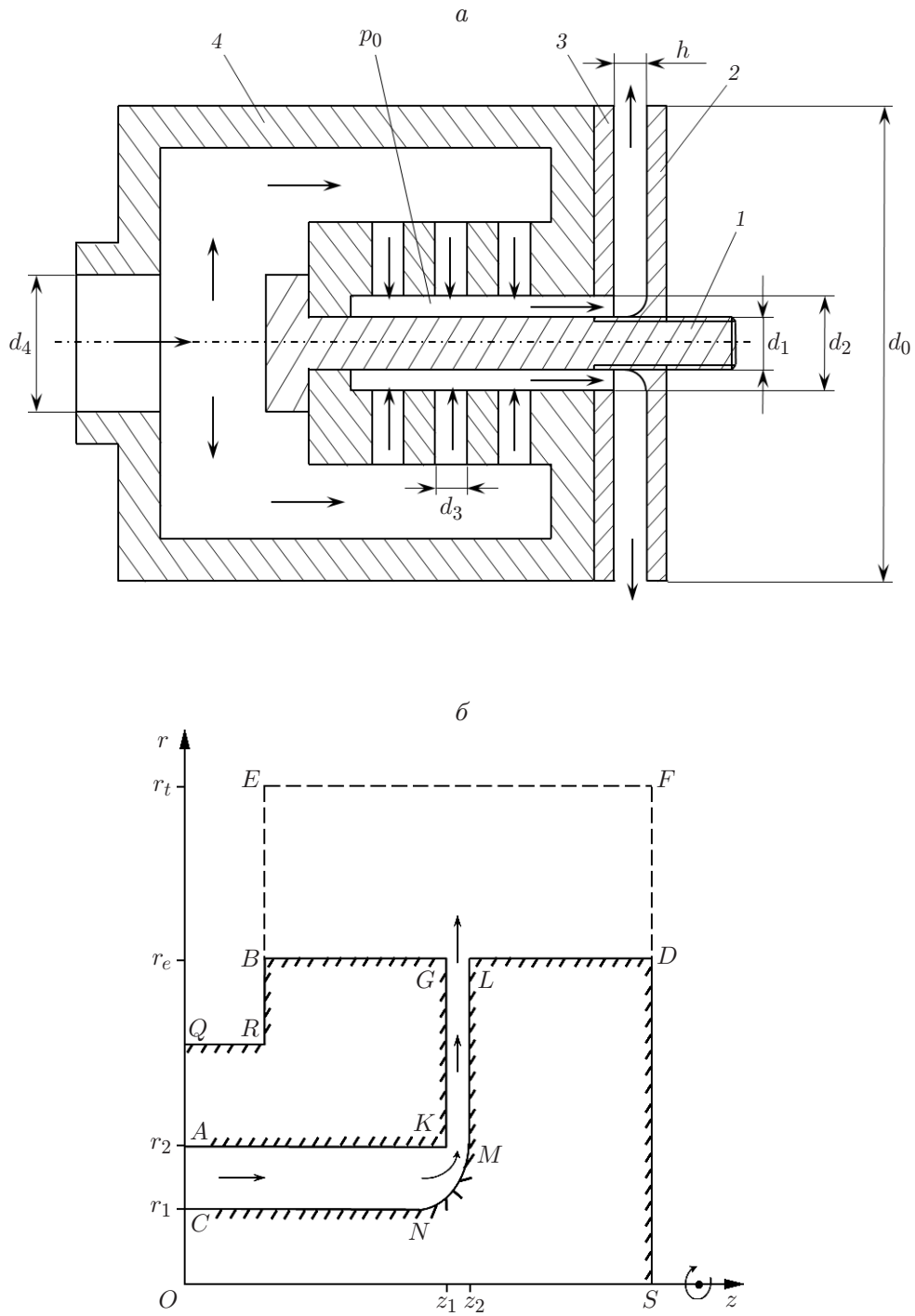


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а) и расчетная область (б):  
 1 — центральный направляющий стержень, 2 — внешний подвижный диск, 3 — внутренний неподвижный диск, 4 — корпус модели; стрелки — направление течения газа

ренного неподвижного диска, диаметр которого равен диаметру внешнего диска, корпуса модели, соединенного с трубопроводом диаметром  $d_4$ , по которому подается воздух при высоком давлении, и содержащего систему равномерно распределенных 12 отверстий ( $d_3 = 6$  мм), через которые осуществлялся вдув газа в форкамеру установки с давлением  $p_0$ . В качестве газа использовался холодный воздух ( $\gamma = 1,4$ ,  $T_0 = 300$  К) при давлении  $0,9 \text{ МПа} \leq p_0 \leq 1,5 \text{ МПа}$ . Через входной патрубок воздух под высоким давлением подавался внутрь корпуса, после чего через систему отверстий диаметром  $d_3 = 6$  мм поступал в форкамеру. Форкамера представляла собой полость, ограниченную двумя цилиндрическими поверхностями. Внутренняя цилиндрическая поверхность имела диаметр  $d_1 = 10$  мм, внешняя —  $d_2 = 18$  мм. Из форкамеры воздух поступал в радиальное сопло, представляющее собой два диска (см. рис. 1, а). Внешний диск имел закругление, обеспечивающее плавное втекание газа в радиальное сопло, в котором газ ускорялся до сверхзвуковой скорости. Расстояние между дисками определяло ширину радиального сопла  $h$ . Данная модельная газодинамическая установка позволяет исследовать течения в различных радиальных соплах путем изменения расстояния между дисками  $h$ . Конструкция установки при этом не меняется.

Истечение газа из сопла происходило в окружающее пространство, заполненное воздухом при нормальных условиях (давление  $p_g = 0,1$  МПа, температура  $T_g = 300$  К). В эксперименте с помощью датчиков, расположенных на поверхности внешнего диска, измерялось статическое давление на различных расстояниях от оси сопла. На внешнем диске в радиальном направлении было выполнено 11 дренажных отверстий диаметром  $d_5 = 0,8$  мм. Первое контрольное отверстие находилось на расстоянии от центральной оси модели, равном 10 мм, следующие четыре отверстия были расположены с шагом 1,5 мм, остальные шесть отверстий — с шагом 3 мм. На расстоянии от центральной оси, равном 8 мм, была установлена трубка Пито, которая использовалась для контроля полного давления в кольцевой форкамере модели. Дренажные отверстия соединялись с тензометрическими датчиками давления, разработанными в Институте теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН, с помощью пневмометрических трубок длиной 1 м, внешний диаметр которых равен 0,8 мм, внутренний — 0,5 мм. Погрешность измерения осредненного статического и полного давлений составляла 0,2 %.

1.2. *Методика расчета.* Течение газа описывалось уравнениями SST ( $k-\omega$ )-модели турбулентности [6]. Расчеты проводились в осесимметричном приближении с использованием пакета Fluent на вычислительном кластере ИТПМ СО РАН. Численные расчеты течения газа выполнялись с помощью неявной конечно-разностной схемы второго порядка точности по пространству и первого по времени.

Численное моделирование проводилось в области, показанной на рис. 1, б. В численных расчетах рассматривался газ, подаваемый в форкамеру через входное сечение  $AC$ , где задавались давление  $p_0$  и температура газа  $T_0 = 300$  К. Внутренний радиус форкамеры равен  $r_1 = d_1/2$ , внешний —  $r_2 = d_2/2$ . Из форкамеры газ поступал в радиальное сопло ( $r_2 < r < r_e$ ,  $z_1 < z < z_2$ ), где ускорялся до сверхзвуковой скорости и истекал в окружающее пространство ( $r_e < r < r_t$ ). Стрелками на рис. 1, б показано направление течения газа в форкамере, сопле и окружающем пространстве. Радиальное сопло моделировалось дисками  $RBGK$  (внутренний диск) и  $MLDS$  (внешний диск). Внутренний диск соединялся с форкамерой в угловой точке  $K$ , внешний — через закругленную поверхность  $MN$ . Расстояние между дисками  $h = z_2 - z_1$  определяло ширину радиального сопла. Зависимость площади поперечного сечения сопла от радиуса описывалась формулой  $F = 2\pi rh$ . На стенках форкамеры и радиального сопла (сплошные линии со штриховкой на рис. 1, б) ставились условия прилипания. Вблизи стенки сопла размер ячеек разностной сетки уменьшался таким образом, чтобы на стенке выполнялось условие  $y^+ \approx 1$ . На границах внешней области

*BEFD* (штриховые линии на рис. 1, б) задавались давление  $p_g = 0,1$  МПа и температура  $T_g = 300$  К. В начальный момент времени  $t = 0$  газ во всей расчетной области покоился, имел давление  $p_0$  и температуру  $T_0 = 300$  К. Расчеты и эксперименты проводились для сопел различной ширины  $h$ . Ширина сопла изменялась в диапазоне  $0,04 \text{ мм} \leq h \leq 14,00 \text{ мм}$  ( $10^{-3} \leq h/r_e \leq 38 \cdot 10^{-2}$ ), остальные размеры форкамеры и сопла не менялись:  $r_1 = 5$  мм,  $r_2 = 9$  мм,  $r_e = 36$  мм,  $r_t = 70$  мм.

Проводилось сравнение экспериментальных и расчетных значений среднего давления на внешней стенке радиального сопла. Относительное среднее давление на стенке вычислялось по формуле

$$\frac{\bar{p}}{p_0} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \frac{p(t)}{p_0} dt,$$

где  $p(t)$  — рассчитанное статическое давление на стенке в момент времени  $t$ ;  $\Delta t = 250$  мкс — интервал, в котором проводилось осреднение в численных расчетах.

**2. Результаты экспериментов и расчетов в макросоплах.** На рис. 2 представлены результаты расчета параметров течения в сопле шириной  $h = 14$  мм ( $p_0 = 0,93$  МПа), а также расчетные и экспериментальные распределения давления на стенке сопла. В данном случае площадь выходного сечения форкамеры  $F_0 = \pi(r_2^2 - r_1^2)$  была меньше площади входного сечения радиального сопла  $F_* = 2\pi r_2 h$ :  $F_*/F_0 = 4,5$ . На рис. 2, а видно, что в этом случае переход через скорость звука ( $M = 1$ ) происходит в минимальном сечении  $z = z_1$ , расположенном на выходе из форкамеры. За форкамерой образуется сверхзвуковая струя, натекающая на закругленную внешнюю стенку сопла. Струя разворачивается в волне Прандтля — Майера, выходящей из угловой точки, и за косою ударной волной, расположенной перед закругленной внешней стенкой радиального сопла. Между ударной

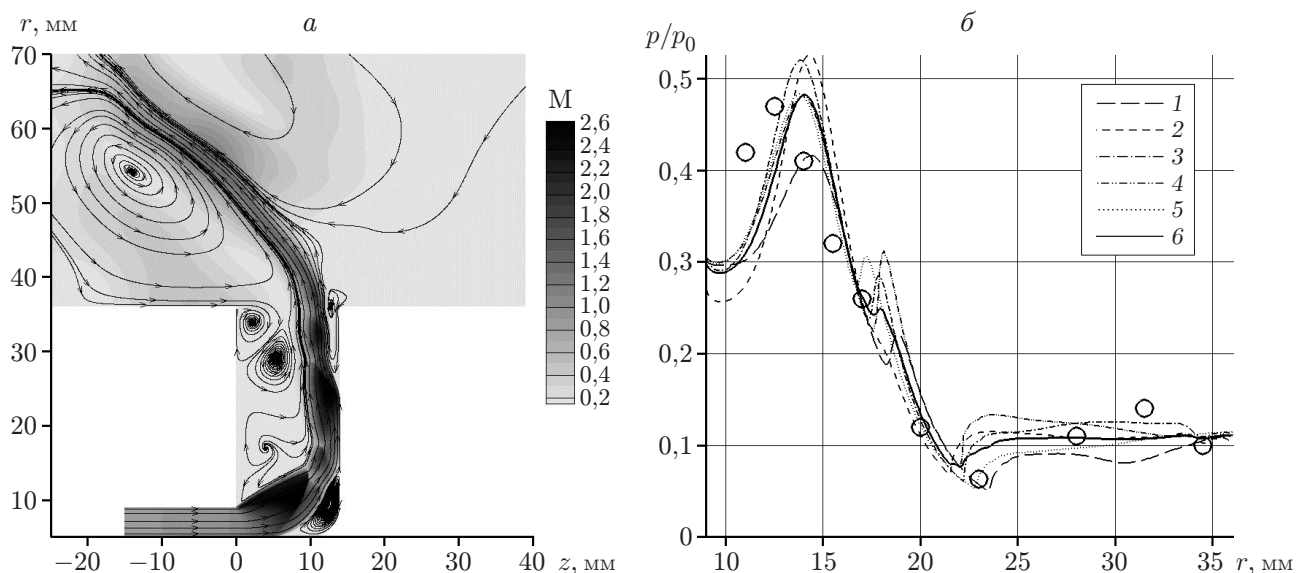


Рис. 2. Результаты расчета параметров течения струи в сопле шириной  $h = 14$  мм: а — поле числа Маха  $M(r, z, t_1)$  и “линии тока” в момент времени  $t_1 = 1,8$  мс; б — безразмерное статическое давление на внешней поверхности сопла; линии — результаты расчета: 1–5 — статическое давление  $p(r, t_i)/p_0$  в различные моменты времени (1 —  $t_1 = 1,8$  мс, 2 —  $t_2 = 1,85$  мс, 3 —  $t_3 = 1,9$  мс, 4 —  $t_4 = 1,95$  мс, 5 —  $t_5 = 2,0$  мс), 6 — среднее давление  $\bar{p}(r)/p_0$ ; точки — экспериментальные данные

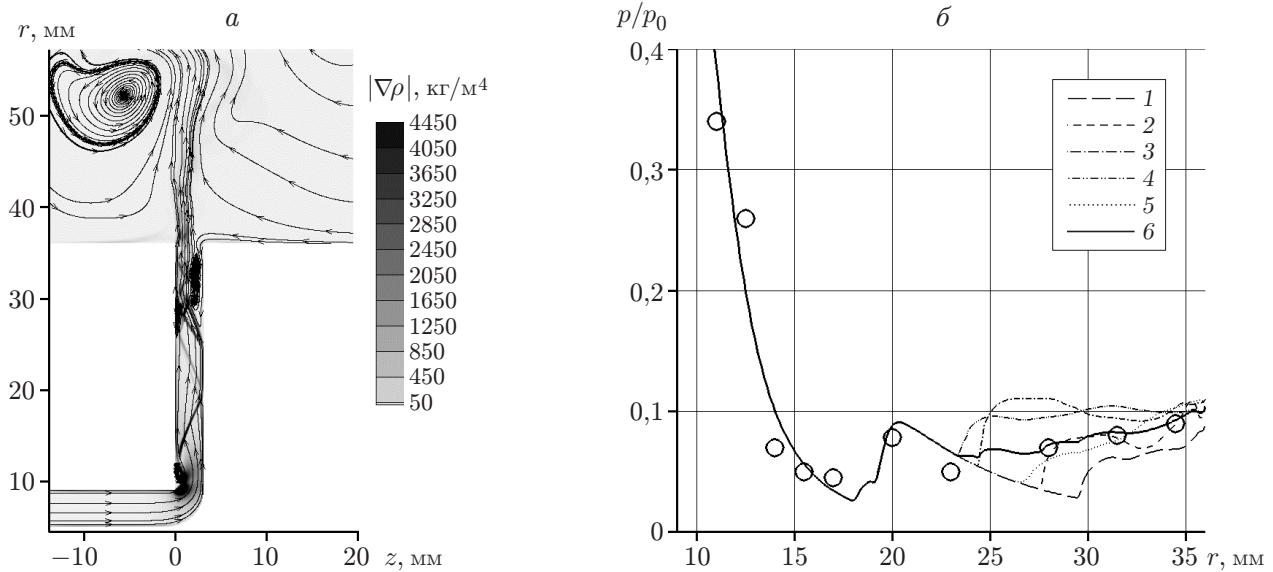


Рис. 3. Результаты расчета параметров течения струи в сопле шириной  $h = 3,1$  мм: *a* — поле модуля градиента плотности  $|\nabla\rho(r, z, t_1)|$  и “линии тока” в момент времени  $t_1 = 1,4$  мс; *б* — безразмерное статическое давление на внешней поверхности сопла; линии — результаты расчета: 1–5 — статическое давление  $p(r, t_i)/p_0$  в различные моменты времени (1 —  $t_1 = 1,3$  мс, 2 —  $t_2 = 1,35$  мс, 3 —  $t_3 = 1,4$  мс, 4 —  $t_4 = 1,45$  мс, 5 —  $t_5 = 1,5$  мс), 6 — среднее давление  $\bar{p}(r)/p_0$ ; точки — экспериментальные данные

волной и стенкой канала образуется вихрь, в котором имеет место дозвуковое течение. За точкой растекания происходит отрыв струи от внешней стенки, после чего струя истекает в затопленное пространство. Истекающая струя является нестационарной, в ней развиваются автоколебания, исследованные в работах [3, 7]. На рис. 2,б показано распределение давления на внешней стенке сопла. Видно, что автоколебания приводят к колебанию давления в окрестности среднего значения, которое хорошо согласуется с измеренным значением давления. Максимум давления оказывается смещенным вверх от входа в сопло и достигается в точке растекания струи  $r = 13,5$  мм на внешней стенке радиального сопла.

При изучении влияния отношения площадей  $F_*/F_0$  на структуру течения рассмотрены сопла шириной  $h = 8,0; 5,0; 3,1$  мм. При уменьшении ширины радиального сопла до значений  $h < 5$  мм линия перехода ( $M = 1$ ) смещается ко входу в радиальное сопло, в результате чего течение в сопле становится подобным течению в сопле Лавалия с псевдоскачком вблизи выходного сечения.

На рис. 3 показаны картина течения в сопле шириной  $h = 3,1$  мм ( $p_0 = 0,91$  МПа) в момент времени  $t_1 = 1,4$  мс и распределение давления на внешней поверхности сопла. На входе в сопло в угловой точке происходит отрыв потока, в результате чего вблизи левой стенки сопла образуется вихревая область. В окрестности точки присоединения вихря возникает косая ударная волна, которая распространяется вверх по потоку, поочередно отражаясь от левой и правой стенок сопла. При этом на стенках сопла имеют место максимумы давления, которые фиксируются как в расчете, так и в эксперименте (см. рис. 3,б). Поскольку вытекающая струя является перерасширенной, внешнее давление распространяется внутрь сопла и вызывает отрыв пограничного слоя, в результате чего в сопле формируется нестационарный псевдоскачок. Передний фронт псевдоскачка совпадает с точкой отрыва пограничного слоя и колеблется в интервале  $23 \text{ мм} < r < 29 \text{ мм}$ . Рассчитанное распределение среднего давления на внешней стенке сопла хорошо согласуется с экспе-

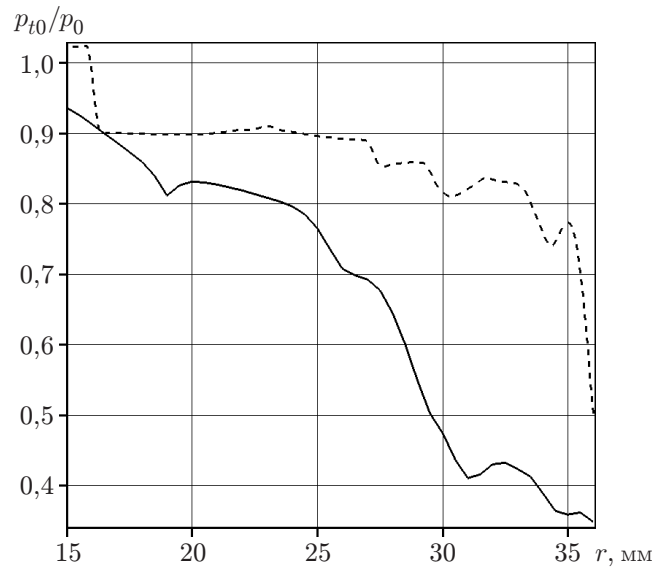


Рис. 4. Результаты расчета полного давления струи в сопле шириной  $h = 3,1$  мм в момент времени  $t_1 = 1,4$  мс:

штриховая линия —  $p_{t0}(r, z_c, t_1)/p_0$ , сплошная —  $\langle p_{t0}(r, t_1) \rangle / p_0$

риментальными данными. Колебания псевдоскачка происходят с характерной частотой  $f \approx 10$  кГц и обусловлены автоколебаниями в сверхзвуковой перерасширенной струе, вытекающей из радиального сопла. Физический механизм этих автоколебаний исследован в работе [7]. Математическая модель нестационарного псевдоскачка в плоском канале или сопле разработана в [8]. Из рис. 3,а следует, что псевдоскачок состоит из сверхзвукового ядра и оторвавшегося пограничного слоя. В сверхзвуковом ядре газ тормозится вследствие влияния косых ударных волн, а в пограничном слое — вследствие наличия вязких напряжений.

На рис. 4 показаны зависимости полного давления  $p_{t0}(r, z_c, t_1)/p_0$  в середине сопла ( $z_c = (z_1 + z_2)/2$ ) и среднего полного давления в сопле

$$\frac{\langle p_{t0}(r, t_1) \rangle}{p_0} = \frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} \frac{p_{t0}(r, z, t_1)}{p_0} dz$$

от радиуса  $r$  в момент времени  $t_1 = 1,4$  мс ( $p_0$  — давление в форкамере). Видно, что при увеличении радиуса происходит уменьшение полного давления в потоке газа. Потери полного давления в середине сопла значительно меньше потерь среднего давления. В потери среднего давления основной вклад вносит торможение газа в пограничном слое за счет действия вязких напряжений трения. Наличие на кривой  $\langle p_{t0}(r, t_1) \rangle / p_0$  участков немонотонной зависимости ( $18,8 \text{ мм} \leq r \leq 20,0 \text{ мм}$  и  $31,0 \text{ мм} \leq r \leq 32,5 \text{ мм}$ ) обусловлено отрывом потока и уменьшением силы трения на этих участках. В середине сопла потери полного давления происходят в косых ударных волнах. Из рис. 4 следует, что скорость потерь полного давления резко увеличивается в псевдоскачке при  $r \geq 25$  мм. Заметим, что аналогичная структура псевдоскачка наблюдается в каналах постоянного сечения [9, 10].

**3. Результаты расчетов течения в микросоплах.** На рис. 5 показаны результаты расчета течения газа в радиальном сопле шириной  $h = 0,15$  мм при давлении в форкамере  $p_0 = 1,43$  МПа. На рис. 5,а приведены расчетные зависимости числа Маха от радиуса для 12 моментов времени, на рис. 5,б — зависимость коэффициента сopro-

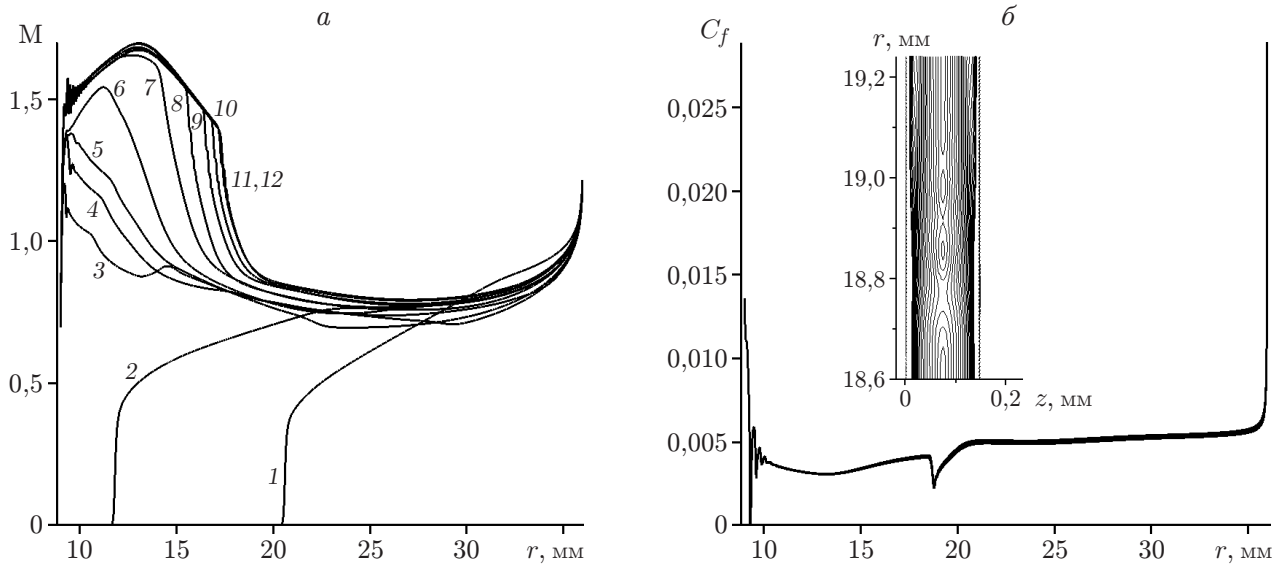


Рис. 5. Результаты расчета:

*a* — зависимость числа Маха от радиуса  $M(t_i, r, z_c)$  в середине сопла в 12 моментов времени  $t_i = i\Delta t$  ( $\Delta t = 100$  мкс), *б* — коэффициент сопротивления трения  $C_f(r)$  и изолинии модуля градиента плотности  $|\nabla\rho(r, z)|$  в установившемся течении в момент времени  $t_{12} = 1,4$  мс

тивления трения  $C_f = \tau_W/(\rho v^2/2)$  от радиуса и абсолютной величины градиента плотности  $|\nabla\rho|$  в установившемся течении в области псевдоскачка ( $\tau_W$  — напряжение трения на внешней стенке сопла;  $\rho v^2/2$  — скоростной напор в середине сопла). Давление газа в сопле слабо зависит от поперечной координаты  $z$  и остается практически постоянным в каждом его сечении  $r = \text{const}$ . Изменение плотности вдоль поперечной координаты  $\partial\rho/\partial z \neq 0$  обусловлено увеличением температуры вблизи стенок при нагреве газа за счет влияния вязкости. Из рис. 5, *a* следует, что при истечении газа в окружающее пространство внутрь сопла распространяется волна разрежения, за которой происходит ускорение газа (кривые 1, 2). С течением времени в сопле устанавливается стационарное течение (кривая 12). В стационарном течении при увеличении  $r$  сначала происходит ускорение газа при его расширении в радиальном сопле до максимального значения ( $M_{\text{max}} = 1,7$ ) в сечении  $r_w = 13,25$  мм. В этом сечении происходит смыкание пограничных слоев, возникающих на противоположных стенках сопла. Область непрерывного торможения газа заканчивается псевдоскачком ( $r_{psw} = 18,6$  мм), в котором происходит торможение газа от сверхзвуковой скорости ( $M = 1,35$ ) до дозвуковой скорости ( $M = 0,9$ ). Ширина псевдоскачка приблизительно равна 10 ширинам сопла:  $l_{psw} \approx 10h$ . В области псевдоскачка течение становится существенно неоднородным, происходит увеличение толщины пограничного слоя, что приводит к резкому уменьшению силы трения (см. рис. 5, *б*). Однако, как следует из рис. 5, *б*, отрыва пограничного слоя не происходит, так как при  $M = 1,35$  ударная волна является недостаточно сильной для отрыва пограничного слоя на стенке сопла. За псевдоскачком происходит непрерывное торможение дозвукового течения до минимального значения скорости ( $M_{\text{min}} = 0,79$ ) при  $r_{\text{min}} \approx 29$  мм, затем газ ускоряется до звуковой скорости ( $M = 1$ ) при  $r_n = 35,5$  мм. В окрестности выходного сечения сопла  $r_n > 35,5$  мм газ резко ускоряется в волне разрежения, которая по пограничному слою распространяется в сопло из окружающего пространства, где давление ниже, чем на срезе сопла  $r_n = 35,5$  мм. В данном случае образование псевдоскачка обусловлено наличием силы трения, действующей на газ со стороны стенок сопла, и нелинейных членов в урав-

нениях, описывающих течение газа. За счет силы трения о стенки сопла в радиальном потоке газа образуется волна сжатия. С течением времени эта волна смещается вниз по потоку, ее амплитуда растет. В некоторый момент времени волна останавливается и образуется стационарный псевдоскачок, который вызывает увеличение толщины пограничного слоя либо его отрыв, в результате чего уменьшается сила трения о стенки сопла. Псевдоскачок состоит из цуга плоских волн, фронт которых перпендикулярен вектору скорости набегающего потока. Положение псевдоскачка и перепад давления в нем зависят от числа Маха перед скачком, силы трения о стенки сопла и определяются из условия  $M = 1$  в окрестности выходного сечения сопла. Это обусловлено тем, что вытекающая струя является недорасширенной. Давление из окружающего пространства по пограничному слою распространяется в сопло на расстояние порядка нескольких ширин сопла. В этой области струя ускоряется от звуковой ( $M = 1$ ) до сверхзвуковой ( $M > 1$ ) скорости за счет увеличения площади сечения сопла вследствие уменьшения толщины вытеснения пограничного слоя. Рассмотренный механизм формирования псевдоскачка существенно отличается от рассмотренного в [2] механизма в случае истечения перерасширенной струи в окружающее пространство. В случае, рассмотренном в работе [2], на выходе из сопла возникает область повышенного давления, которое по пограничному слою распространяется вверх по потоку и вызывает отрыв пограничного слоя. В области отрыва происходит уменьшение эффективной площади сечения сопла, что приводит к возникновению псевдоскачка в сверхзвуковом потоке.

3.1. *Анализ результатов расчетов в микросопле в одномерном приближении.* Уравнения стационарного одномерного течения газа в радиальном сопле с учетом силы трения о стенки сопла имеют вид [11]

$$\frac{d\rho v r}{dr} = 0, \quad v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - C_f \frac{v^2}{h}, \quad C_p \frac{dT}{dr} + v \frac{dv}{dr} = 0, \quad p = \rho RT, \quad (1)$$

где  $v$  — радиальная компонента скорости газа;  $\rho$  — плотность;  $T$  — температура;  $C_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $R$  — универсальная газовая постоянная. Из уравнений (1) получаем уравнение для числа Маха [2, 11]

$$\frac{1}{2M^2(1 + (\gamma - 1)M^2/2)} \frac{dM^2}{dr} = \frac{1}{M^2 - 1} \left( \frac{1}{r} - \frac{C_f \gamma M^2}{h} \right), \quad (2)$$

где  $M = v/c$ ;  $c = \sqrt{\gamma RT}$  — скорость звука;  $\gamma$  — показатель адиабаты (для воздуха  $\gamma = 1,4$ ). Первый член  $1/r$  в правой части уравнения (2) описывает изменение величины  $M^2$  вследствие увеличения площади сопла  $dF/dr = 2\pi h$ , а второй член  $C_f \gamma M^2/h$  — изменение величины  $M^2$  вследствие действия вязкого трения со стороны стенок сопла на газ. Уравнение (2) описывает течение газа во всей области радиального сопла, за исключением области псевдоскачка. В области псевдоскачка происходит резкое увеличение толщины пограничного слоя, поэтому течение газа в псевдоскачке существенно отличается от одномерного. Уравнение (2) позволяет оценить параметры сопла, при которых сила трения оказывает значительное влияние на течение газа. Полагая, что в правой части (2) второй член порядка первого, получаем оценку отношения ширины сопла к его радиусу, при котором существенно влияние трения на течение в радиальном сопле:

$$h/r_e \leq C_f \gamma M^2. \quad (3)$$

Так как в рассматриваемом случае  $C_f \approx 0,0036$ ,  $M \approx 1,5$ ,  $\gamma = 1,4$ , из неравенства (3) получаем  $h/r_e \leq 0,01$ . Следовательно, для сопла радиусом  $r_e = 36$  мм влияние силы трения о стенки сопла на скорость газа становится существенным при ширине сопла  $h \leq 0,4$  мм.



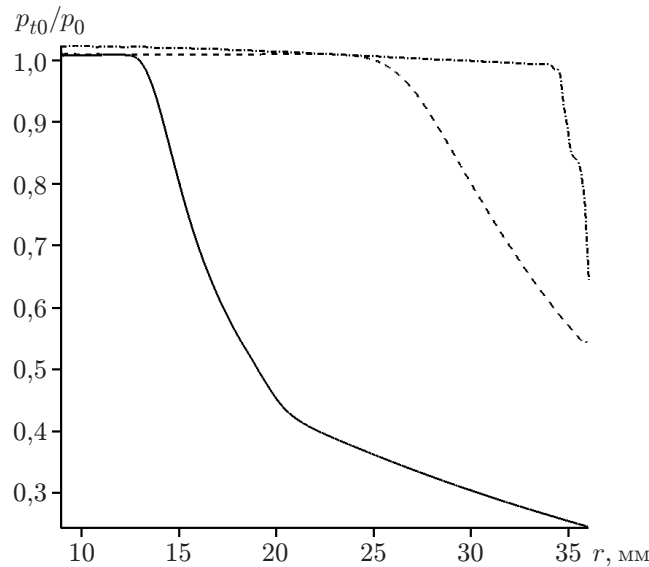


Рис. 6. Результаты расчета полного давления в середине сопел различной ширины: сплошная линия —  $h = 0,15$  мм, штриховая —  $h = 0,5$  мм, штрихпунктирная —  $h = 1$  мм

Данная оценка подтверждается результатами расчета потерь полного давления в соплах различной ширины. На рис. 6 видно, что вследствие вязкой диссипации кинетической энергии газа в тепло потери полного давления становятся существенными при ширине сопла  $h = 0,5$  мм. Уменьшение ширины сопла до значения  $h = 0,15$  мм приводит к значительному увеличению потерь полного давления. В этом случае в области псевдоскачка на кривой зависимости полного давления от радиуса появляется излом (скачок производной). Это обусловлено тем, что потери полного давления определяются скоростью диссипации энергии, пропорциональной скорости газа в третьей степени:  $\dot{q} = \tau_W v / \rho = C_f v^3 / h$ . При пересечении псевдоскачка частицей газа ее скорость уменьшается, следовательно, уменьшается и скорость диссипации энергии.

Для анализа установившегося течения, которому соответствует кривая 12 на рис. 5, а, используем уравнение (2). Из рис. 5, б следует, что на участке сверхзвукового течения ( $13,25 \text{ мм} < r < 18,60 \text{ мм}$ ,  $1,35 < M < 1,70$ ) коэффициент сопротивления равен  $C_f \approx 0,0036$ . Подставляя это значение в правую часть (2), получаем  $1/r - C_f \gamma M^2 / h < 0$ ,  $M > 1$ , откуда следует, что на данном участке происходит торможение газа:  $dM/dr < 0$ .

В псевдоскачке происходит резкое уменьшение скорости газа до дозвуковой скорости ( $M \approx 0,9$ ), поэтому за псевдоскачком числитель и знаменатель в уравнении (2) меняют знаки. За псевдоскачком скорость газа продолжает уменьшаться ( $dM/dr < 0$ ) до минимального значения ( $M_{\min} = 0,79$ ). В точке минимума  $dM/dr = 0$  числитель в правой части уравнения (2) обращается в нуль:  $1/r' - C_f \gamma M_{\min}^2 / h = 0$ . Следовательно, при  $C_f \approx 0,0055$  имеем  $r' \approx 31,2$  мм (см. рис. 5, б). Это значение близко к координате точки минимума  $r_n \approx 29$  мм, полученной в численном расчете (см. рис. 5, а). Заметим, что в отличие от случая радиального сопла при дозвуковом течении в трубе постоянного сечения за счет трения происходит ускорение газа [11]. В данном случае торможение дозвукового течения в радиальном сопле за псевдоскачком обусловлено расширением сопла.

Используя уравнение (2), покажем, что в узком радиальном сопле непрерывный переход от сверхзвукового течения к дозвуковому невозможен. Непрерывный переход через скорость звука ( $M = 1$ ) возможен, если интегральная кривая уравнения (2), выходящая из точки с координатами  $M_{\max} = 1,7$ ,  $r_w = 13,25$  мм, проходит через особую точку с ко-

ординатами  $M_* = 1$ ,  $r_* = h/(C_f\gamma)$ , в которой числитель и знаменатель в левой части уравнения (2) обращаются в нуль. Для определения характера особой точки представим уравнение (2) в виде двух уравнений, в которых искомые функции зависят от монотонно возрастающего параметра  $t > 0$ :

$$\frac{dM^2}{dt} = 2M^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \left(1 - C_f\gamma M^2 \frac{r}{h}\right), \quad \frac{dr}{dt} = r(M^2 - 1).$$

Раскладывая в этих уравнениях правую часть в окрестности особой точки в ряд Тейлора, с точностью до членов первого порядка малости получаем

$$\frac{dy}{dt} = -\varphi_0(y - \alpha x), \quad \frac{dx}{dt} = \frac{y}{\alpha}, \quad (4)$$

где  $x = r/h - 1/\alpha$ ;  $y = M^2 - 1$ ;  $\alpha = C_f\gamma$ ;  $\varphi_0 = 2M^2(1 + (\gamma-1)M^2/2)|_{M=1} = 2,4$ . Подставляя в (4) решение в виде  $y = a e^{\lambda t}$ ,  $x = b e^{\lambda t}$ , находим  $\lambda_{1,2} = -\varphi_0/2 \pm \sqrt{\varphi_0^2/4 - \varphi_0} = -1,2 \pm i$ , откуда следует, что особая точка с координатами  $M_* = 1$ ,  $r_* = h/(C_f\gamma)$  является устойчивым фокусом. Если координата особой точки меньше радиуса сопла:  $r_* < r_e$ , то интегральная кривая, выходящая из точки с координатами  $M_{\max} = 1,7$ ,  $r_w = 13,25$  мм, закручивается в спираль в окрестности особой точки и не попадает в точку  $r = r_e$ . Если выполняется обратное неравенство  $r_* > r_e$ , то интегральная кривая ни при каких условиях не проходит через особую точку и течение в сопле всюду сверхзвуковое. Для сопла шириной  $h = 0,15$  мм при сверхзвуковом течении  $C_f \approx 0,0036$ , поэтому координата критической точки  $r_* = h/(C_f\gamma) \approx 30,6$  мм меньше радиуса сопла  $r_e = 36$  мм. В этом случае переход от сверхзвукового течения к дозвуковому возможен только в псевдоскачке, который наблюдается в расчетах и эксперименте.

3.2. Сравнение результатов расчетов течений в микросоплах с данными экспериментов. На рис. 7 показаны распределения давления для установившихся течений в радиальных соплах, полученные в расчетах и экспериментах, проведенных при различной

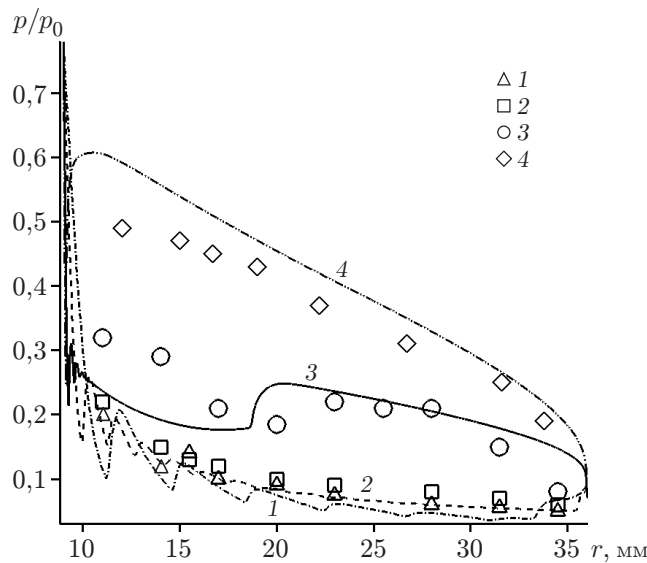


Рис. 7. Экспериментальные (точки) и расчетные (линии) зависимости безразмерного давления на внешней стенке сопла от радиуса  $p(r, z_2)/p_0$  для сопел шириной  $h$  при давлении в форкамере  $p_0$ :

1 —  $h = 1$  мм,  $p_0 = 1,25$  МПа, 2 —  $h = 0,5$  мм,  $p_0 = 1,12$  МПа, 3 —  $h = 0,15$  мм,  $p_0 = 1,43$  МПа, 4 —  $h = 0,075$  мм,  $p_0 = 1,38$  МПа

ширине сопла ( $0,075 \text{ мм} \leq h \leq 1,000 \text{ мм}$ ). Видно, что результаты расчетов и экспериментов удовлетворительно согласуются. В соплах шириной  $h = 1 \text{ мм}$  и  $h = 0,5 \text{ мм}$  реализуется сверхзвуковое течение ( $M > 1$ ), поэтому при увеличении радиуса  $r$  давление уменьшается. При втекании газа в сопло в угловой точке (точка  $K$  на рис. 1,б) происходит отрыв пограничного слоя и возникает область возвратного течения, которая заканчивается в точке присоединения пограничного слоя. В окрестности точки присоединения возникает косая ударная волна, которая, отражаясь от стенок сопла, распространяется по направлению к выходному сечению сопла. При отражении косой ударной волны от внешней стенки сопла на кривой зависимости  $p(r)$  появляются максимумы (см. рис. 7). В расчетах в окрестности выходного сечения отмечается увеличение давления на стенке сопла, обусловленное тем, что в этих случаях истекающая сверхзвуковая струя является перерасширенной. Поэтому вблизи выходного сечения сопла вследствие отрыва пограничного слоя образуется псевдоскачок.

В соплах шириной  $h = 0,15 \text{ мм}$  и  $h = 0,075 \text{ мм}$  реализуется течение с псевдоскачком, в котором режим сверхзвукового течения переходит в режим дозвукового течения (см. рис. 5,а). За псевдоскачком устанавливается постоянный градиент давления, пропорциональный силе трения, действующей на газ со стороны стенок сопла. Скорость газа за псевдоскачком меняется незначительно (см. рис. 5,а), поэтому, полагая во втором уравнении системы (1)  $dv/dr \approx 0$ , получаем  $dp/dr \approx -C_f \rho v^2/h = -2\tau_w/h$ . Следовательно, градиент давления за псевдоскачком является постоянным и обратно пропорционален ширине сопла. Эта закономерность наблюдается на рис. 7 для сопел шириной  $h = 0,15 \text{ мм}$  и  $h = 0,075 \text{ мм}$ : увеличение ширины сопла в два раза приводит к уменьшению градиента  $-dp/dr$  приблизительно в два раза. При уменьшении ширины сопла в два раза псевдоскачок смещается ко входному сечению, а его амплитуда увеличивается. В сопле шириной  $h = 0,075 \text{ мм}$  псевдоскачок находится в окрестности входного сечения  $r_2 = 9 \text{ мм}$  и состоит из нескольких скачков в области  $9,1 \text{ мм} < r < 9,3 \text{ мм}$  (рис. 8). В этом псевдоскачке происходит отрыв пограничного слоя на внешней стенке сопла. Дальнейшее уменьшение ширины сопла приводит к более существенному торможению газа. Расчеты показали, что в сопле шириной  $h = 0,04 \text{ мм}$  течение всюду дозвуковое.

Результаты расчетов течений в микросоплах с различной шириной  $h$  и радиусом  $r_e$  приведены на рис. 9. Видно, что характер зависимостей числа Маха от безразмерной координаты  $M(r/h)$  для рассматриваемых сопел подобен характеру соответствующей зависимости для сопла шириной  $h = 0,15 \text{ мм}$  (см. кривая 12 на рис. 5,а). Согласно рис. 9 на выходе из сопла реализуется сверхзвуковой режим течения, что противоречит уравнению (2), описывающему одномерное течение газа в канале при наличии трения [2, 11]. Из одномерной теории следует, что под действием силы трения в канале может произойти ускорение потока только до значения  $M = 1$ , при котором знаменатель в уравнении (2) обращается в нуль, а производная от квадрата числа Маха — в бесконечность:  $dM^2/dr \rightarrow \infty$ . Противоречие обусловлено тем, что течение в окрестности выходного сечения не является одномерным. Из рис. 7 следует, что давление на выходе из сопла больше, чем в окружающем пространстве. Пониженное давление из внешнего пространства распространяется по пограничному слою в сопло на расстояние порядка  $4h$ . Возникает большой отрицательный градиент давления (см. рис. 7), который вызывает уменьшение толщины вытеснения пограничного слоя, поэтому в окрестности выходного сечения  $|r - r_e| \leq 4h$  формируется эффективное расширяющееся сопло. На входе в эффективное сопло скорость потока равна скорости звука ( $M = 1$ ). В этом случае в расширяющемся эффективном сопле происходит уменьшение давления и ускорение потока до сверхзвуковой скорости. Из рис. 9 следует, что критическое сечение, в котором  $M = 1$ , находится в точке  $\tilde{r}_* \approx 0,98r_e$ . Поскольку течение за псевдоскачком дозвуковое, возмущения от выходного сечения сопла распро-

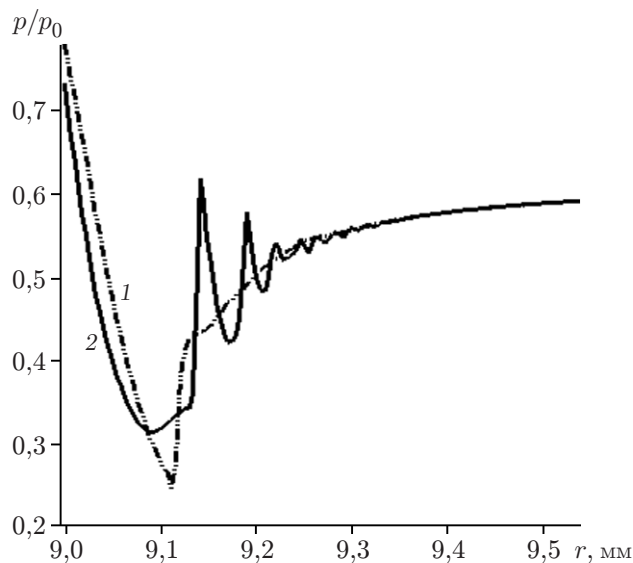


Рис. 8

Рис. 8. Распределение рассчитанного безразмерного давления в окрестности входа в сопло ( $h = 0,075$  мм,  $p_0 = 1,38$  МПа) вдоль внешней стенки сопла (1) и в его середине (2)

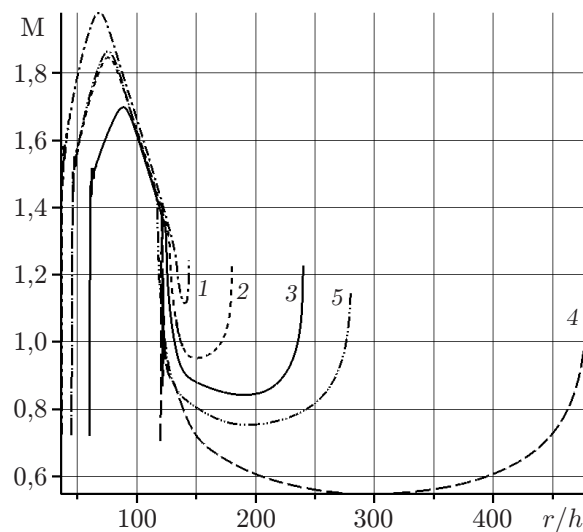


Рис. 9

Рис. 9. Расчетная зависимость числа Маха от безразмерного радиуса  $M(r/h)$  для сопел различной ширины:

1–4 —  $r_e = 36$  мм (1 —  $h = 0,25$  мм, 2 —  $h = 0,2$  мм, 3 —  $h = 0,15$  мм, 4 —  $h = 0,075$  мм),  
5 —  $r_e = 56$  мм,  $h = 0,2$  мм

страняются вверх по потоку и создают в псевдоскачке перепад давления, при котором выполняется условие  $M = 1$  в критическом сечении  $\tilde{r}_* \approx 0,98r_e$ . Положение кривых  $M(r/h)$  на рис. 9 подтверждает этот вывод. Видно, что увеличение отношения  $\tilde{r}_*/h$  приводит к увеличению интенсивности псевдоскачка (увеличению перепада давления в псевдоскачке и соответствующему уменьшению числа Маха за псевдоскачком), а уменьшение  $\tilde{r}_*/h$  — к уменьшению интенсивности псевдоскачка.

**Заключение.** В работе приведены результаты исследования сверхзвуковых течений в радиальных соплах при различных расстояниях (ширине) между стенками сопла и фиксированных размерах цилиндрической форкамеры. Если площадь выходного сечения форкамеры меньше площади входного сечения сопла, то из форкамеры в осевом направлении вытекает сверхзвуковая струя. На входе в сопло в ударной волне и волне разрежения наблюдается разворот сверхзвуковой струи в радиальном направлении, после чего происходит ее ускорение в радиальном сопле и истечение в окружающее пространство. Если площадь выходного сечения форкамеры больше площади входного сечения сопла, то переход через скорость звука происходит при втекании газа в сопло, после чего наблюдается ускорение газа в радиальном сопле. В этом случае параметры течения газа близки к соответствующим параметрам, рассчитанным по квазиодномерной теории сопла Лаваля для адиабатического течения газа.

Влияние трения о стенки на течение газа в сопле становится существенным при малой ширине сопла, удовлетворяющей неравенству (3). В рассмотренном случае это неравенство удовлетворяется, если ширина сопла меньше 0,4 мм. При этом увеличивается трение о стенки, что может приводить к образованию в сопле псевдоскачка, за которым течение становится дозвуковым. За псевдоскачком устанавливается постоянный градиент давле-

ния, компенсирующий силу сопротивления, поэтому скорость газа за ударной волной слабо зависит от радиуса. В результате действия вязких напряжений в сопле происходит значительная потеря полного давления в потоке газа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Гриднев Н. П.** Неоднородные МГД-течения с Т-слоем / Н. П. Гриднев, С. С. Кацнельсон, В. П. Фомичев. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
2. **Moller P. S.** Radial flow without swirl between parallel disks having both supersonic and subsonic region // J. Basic Engng. Ser. D. 1966. V. 88, N 1. P. 153–154.
3. **Kim S. I., Park S. O.** Oscillatory behavior of supersonic impinging jet flow // Shock Wave. 2005. V. 4, N 4. P. 259–272.
4. **Klinkov S. V., Kosarev V. F., Zaikovskii V. N.** Application of radial supersonic nozzles in cold spraying // Abstr. of the Intern. conf. on methods of aerophys. res., Kazan, Aug. 19–25, 2012. Kazan: Kazan. Fed. Univ., 2012. Pt 1. P. 153–154.
5. **Kiselev S. P., Kiselev V. P., Zaikovskii V. N.** Numerical simulation of the spraying process of Al particles on the tube surface by a radial nozzle // Abstr. of the Intern. conf. on the methods of aerophys. res., Novosibirsk, June 30 — July 6, 2014. Novosibirsk: Avtograf, 2014. Pt 1. P. 109–110.
6. **Menter F. R.** Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. 1994. V. 32, N 8. P. 1598–1605.
7. **Киселев С. П., Киселев В. П., Зайковский В. Н.** О механизме автоколебаний сверхзвуковой радиальной струи, истекающей в затопленное пространство // ПМТФ. 2016. Т. 57, № 2. С. 53–63.
8. **Липатов И. И., Ляпидевский В. Ю., Чесноков А. А.** Модель нестационарного псевдоскачка в баротропном течении газа // Докл. АН. 2016. Т. 466, № 5. С. 545–549.
9. **Гуськов О. В.** Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах / О. В. Гуськов, В. И. Копченков, И. И. Липатов, В. Н. Острась, В. П. Старухин. М.: Физматлит, 2008.
10. **Пензин В. И.** Торможение сверхзвукового потока в каналах. М.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 2012.
11. **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976.

*Поступила в редакцию 7/XI 2016 г.*

---