

ренном) этапе движения, во-вторых, колебания газа быстрее затухают. Это приводит к более равномерному осаждению частиц. На рис. 4 показаны суммарный импульс газа $J(t)$ и координата центра тяжести неосевших частиц $y_c(t)$ (кривые 1 и 2) для одномерного (штриховые линии) и двумерного (сплошные) случаев при $M^2 = 0,05$, $Re = 30$, $M_{z1} = 0,5$, $Fr = 20$. Относительное увеличение импульса $J(t)$ в одномерном случае по сравнению с двумерным в момент $t = t_*$ в диапазоне параметров, при которых существенны колебания газа, практически не зависит от них и составляет 15—25 %.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что при определенных условиях стесненное осаждение газозвеси сопровождается газодинамическими колебаниями несущей среды, которые существенно влияют на процесс осаждения. Газ попеременно движется вниз и вверх, соответственно ускоряя или замедляя седиментацию частиц. Результат возникающих процессов — интенсификация осаждения частиц. Полученный эффект наблюдается в одномерном и двумерном случаях, но в двумерном он менее выражен из-за трения газа о боковые границы области. Исползованный в работе метод описания движения дисперсной фазы показал высокую эффективность при моделировании движения газозвеси с резкой границей дисперсной фазы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hasimoto H. On the periodic fundamental solutions of the Stokes equations and their application to viscous flow past a cubic array of spheres // J. Fluid Mech.— 1959.— V. 5, N 2.
2. Бэтчелор Дак. К. Осаждение в малокоцентрированной суспензии сферических частиц // Механика.— М., 1973.— № 4.
3. Струминский В. В., Гуськов О. Б., Кульбицкий Ю. П. Гидродинамика дисперсных и газожидкостных потоков // ДАН СССР.— 1984.— Т. 278, № 1.
4. Соу С. Гидродинамика многофазных систем.— М.: Мир, 1971.
5. Hill W. D., Rothfus R. R., Kun Li. Boundary-enhanced sedimentation due to settling convection // Intern. J. Multiphase Flow.— 1977.— V. 6, N 6.
6. Smek E. Two-dimentional viscous flow of a vertical vessel // Acta mechanica.— 1985.— V. 55, N 4—2.
7. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
8. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Соболева Е. Б. Расчет течений газозвеси в замкнутых объемах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Кинетика и горение: Материалы VIII Всесоюз. симпозиума по горению и взрыву.— Черноголовка: ОИХФ АН СССР, 1986.
9. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный метод исследования нестационарных пространственных движений сжимаемого газа // ИФЖ.— 1980.— Т. 38, № 3.
10. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. О движении совокушности частиц под действием силы тяжести и ее осаждении на плоскую горизонтальную поверхность // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 6.
11. Бранловская И. Ю. Явные разностные методы для расчета открытых течений вязкого сжимаемого газа // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике.— М.: Изд-во МГУ, 1971.— Вып. 4.

Поступила 20/VII 1987 г.

УДК 534.222

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ПОРИСТЫХ НАСЫЩЕННЫХ СРЕДАХ

А. М. Ионов, В. К. Сироткин, Е. В. Сумин

(Москва)

Аспектам распространения волн малой амплитуды в насыщенных пористых средах посвящено большое количество работ. Подробная библиография исследований по этому вопросу приведена в [1]. Как показывают эксперименты, верхние слои земной коры характеризуются аномально большими значениями параметра нелинейности [2, 3]. В связи с этим интерес вызывают вопросы, связанные с изучением распространения волн конечной амплитуды в пористых средах, обладающих также дисперсионно-диссипативными свойствами. В [4] рассмотрены нелинейные волны в модели Рахма-

туллина (модель равных фазовых давлений). Однако она применима для очень ограниченного класса геологических сред.

В данной работе получено уравнение второго приближения (ГдВБ), описывающее распространение продольных волн конечной амплитуды в насыщенных пористых средах. В отличие от [4] в рассматриваемой модели не предполагалось равенство давлений в твердой и жидкой фазах. Анализ влияния прочностных характеристик матрицы и насыщающего компонента на нелинейные и диссипативные свойства среды проводился как для слабосцементированных (пески), так и для сильносцементированных (андезит, гранит) сред. В рамках предложенной модели удается описать аномально большие значения параметра нелинейности, наблюдаемые экспериментально.

1. Уравнения неразрывности и импульса твердой и жидкой фаз для одномерных плоских движений водонасыщенной среды имеют вид [1, 5]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} (1-m) \rho_1 + \frac{\partial}{\partial x} (1-m) \rho_1 u_1 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} m \rho_2 + \frac{\partial}{\partial x} m \rho_2 u_2 = 0,$$

$$(1-m) \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) - \frac{\partial p_{\text{eff}}}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial \tau_{\text{eff}}}{\partial x} -$$

$$- (1-m) \frac{\partial p_s}{\partial x} + R + (1-m) \rho_1 g, \quad m \rho_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) = - m \frac{\partial p_s}{\partial x} - R + m \rho_2 g,$$

где ρ_1 , ρ_2 и u_1 , u_2 — плотность и скорость твердой и жидкой фаз соответственно; m — пористость среды; p_2 — поровое давление; p_{eff} и τ_{eff} — эффективное давление и касательное напряжение в среде. Эффективное давление p_{eff} определяется разностью между давлением в среде $p = (1-m)p_1 + mp_2$ (p_1 — давление в твердой фазе) и поровым давлением p_2 :

$$(1.2) \quad p_{\text{eff}} = p - p_2 = (1-m)(p_1 - p_2).$$

Рассмотрим деформационные свойства пористой среды, насыщенной жидкостью. Будем полагать, что отличие текущей пористости от пористости в ненагруженном состоянии полностью связано с контактной сжимаемостью частиц. Отсюда следует, что пористость зависит только от разности давлений в твердой фазе и жидкости, насыщающей поры, и существует однозначная связь между m и p_{eff} :

$$(1.3) \quad m = m(p_{\text{eff}}).$$

Для сухой породы $p_{\text{eff}} = p$. Поэтому закон изменения пористости от эффективного давления (1.3) можно определить из данных по зависимости сжимаемости сухой породы от давления.

В упругой области деформации сдвига определяются модулем сдвига G . Как следует из экспериментов, упругие модули пористых сред нелинейным образом зависят от давления [6, 7]. Полагая $G = G(p_{\text{eff}})$, будем описывать поведение касательного напряжения законом Гука

$$(1.4) \quad \frac{\partial \tau_{\text{eff}}}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \tau_{\text{eff}}}{\partial x} = \tilde{G}(p_{\text{eff}}) \frac{\partial u_1}{\partial x}.$$

Соотношения (1.3) и (1.4) перестают быть справедливыми при наступлении пластических эффектов, таких как затекание пор, эффект дилатансии и т. д.

Уравнение состояния для каждой из фаз выберем в виде уравнения Тэта

$$(1.5) \quad p_i = \frac{K_i}{\gamma_i} \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_i^0} \right)^{\gamma_i} - 1 \right] \quad (i = 1, 2),$$

где K_i — модули объемного сжатия твердой и жидкой фаз при $p_i = 0$; γ_i — константы, определяющие нелинейные свойства фаз.

Сила межфазного трения R , входящая в уравнения движения фаз, пропорциональна разности массовых скоростей фаз [1]:

$$(1.6) \quad R = \frac{m^2 \mu}{k_v} (u_2 - u_1).$$

Здесь μ — вязкость жидкости; k_0 — коэффициент проницаемости среды.

Линеаризованная вблизи начального состояния система (1.1) — (1.6) описывает распространение продольных волн первого и второго рода малой амплитуды в водонасыщенных пористых средах [1]. В данной работе рассматривается только низкочастотная волна первого рода с характерной частотой $\omega \ll 1/t_p$, где $t_p = k_0(1-m)\rho_1\rho_2/(m\mu\rho)$ — время релаксации массовых скоростей, $\rho = (1-m)\rho_1 + m\rho_2$ — равновесная плотность среды. Отметим, что в линейном приближении система (1.1) — (1.6) полностью эквивалентна линеаризованной системе уравнений, описывающей движение пористой водонасыщенной среды, полученной в [1]. При этом упругий модуль объемного сжатия матрицы K связан с эффективным давлением p_{eff} соотношением $K = -(1-m) \frac{dp_{\text{eff}}}{dm} \left(1 - \frac{1}{K_1} \frac{dp_{\text{eff}}}{dm} \right)$.

Разложим систему (1.1) — (1.6) по числу Маха M до второго порядка включительно. В линейном приближении в волне, распространяющейся в одном направлении, изменения всех величин можно выразить через одну (например, через среднemasсовую скорость v). Используя локально-линейные связи при подстановке в нелинейные члены, приходим к нелинейному уравнению для v . Считая, что искажение профиля волны, вызванное нелинейными и дисперсионно-диссипативными эффектами, проявляется только на расстояниях, много больших характерной длины волны λ излучаемого сигнала, можно разделить независимые переменные на «быструю» $\tau = t - x/c$ и «медленную» — $x(|\partial v/\partial x| \ll \frac{1}{c} |\partial v/\partial \tau|)$. Переходя к сопровождающим координатам и отбрасывая члены более высоких порядков, получим уравнение второго приближения, описывающее распространение нелинейных волн первого рода в насыщенных пористых средах (уравнение Кортевега — де Вриза — Бюргерса):

$$(1.7) \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c^2} v \frac{\partial v}{\partial \tau} + \eta \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} - D \frac{\partial^3 v}{\partial \tau^3}.$$

Первый член в первой части (1.7) описывает искажение волны за счет нелинейных эффектов, второй и третий — за счет вязкости и дисперсионных эффектов, обусловленных межфазным трением. Уравнение (1.7) справедливо при условиях $\varepsilon M \ll 1$, $ct_p \ll \lambda \ll l_3$ ($l_3 = \lambda^2/4\eta c^2$ — длина затухания несущей частоты сигнала). Различные режимы распространения волны, описываемой (1.7), исследованы в [8].

Скорость звука c , параметр нелинейности ε , коэффициенты вязкости η и дисперсии D следующим образом выражаются через параметры водонасыщенной среды:

$$(1.8) \quad c^2 = \frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho} + \frac{K_2}{m\rho} \frac{(1 - K/K_1)^2}{1 + (1 - m - K/K_1) \frac{K_2}{mK_1}},$$

$$2\varepsilon\rho c^2 = \theta^3 K \frac{dK}{dp_{\text{eff}}} + \frac{4}{3} \theta K \frac{dG}{dp_{\text{eff}}} + 2(\varepsilon_2 - 1) \theta^3 \frac{K_2}{m^2} \times$$

$$\times \left(\frac{1 - K/K_1}{\varepsilon} \right)^3 + 2(\varepsilon_1 - 1)(1 - m) K_1 \left[\left(1 - \frac{\delta}{\sigma} \right)^3 - \left(\frac{K\theta}{(1-m)K_1} \right)^3 \right] +$$

$$+ \frac{4}{3} G + 2K_2 \left[1 + \frac{(1-m)\delta}{m\sigma} \left(1 + \frac{(1-m)\delta}{m\sigma} + \gamma \right) \right] +$$

$$+ 20K \left[\gamma - \frac{\delta^2(1-m + (K/K_1)^2/(1-m - K/K_1))}{2\sigma^2(1-m - K/K_1)} \right],$$

$$\eta = \frac{t_p \alpha_1 \alpha_2}{2c^5} C_{21}^2, \quad D = \eta t_p \left(1 - \frac{C_{22}}{c^2} + \alpha_1 \alpha_2 \frac{C_{21}^2}{c^4} \right),$$

$$\begin{aligned} \text{где } \sigma &= 1 + \frac{K}{K_1} \left(1 - m - \frac{K}{K_1} \right) + \frac{1-m}{m} \frac{K_2}{K_1}; \quad \delta = 1 - \frac{K_2}{K_1}; \quad C_{21} = \\ &= \frac{1}{\sigma \rho_1 (1 - m - K/K_1)} \left[(1 - m) (\rho_1/\rho_2 - 1) (1 - K/K_1) \frac{K_2}{m} - (1 - K_2/K_1) K \right] - \\ &- \frac{4}{3} \frac{G}{(1 - m) \rho_1}; \quad \tilde{C}_{21} = -\alpha_2 C_{21} + \frac{K_2}{\sigma \rho_2} [(1 - m)/(1 - m - K/K_1) - \rho_2/\rho_1]; \\ \theta &= \frac{(1 - m) \delta}{\sigma (1 - m - K/K_1)}; \quad \gamma = 1 - \frac{K_2}{m \sigma K_1} - \frac{(1 - m) \delta K_2}{m^2 \sigma^2 K_1}; \end{aligned}$$

$\alpha_1 = (1 - m) \rho_1/\rho$ и $\alpha_2 = m \rho_2/\rho$ — концентрации твердой и жидкой фаз; $\varepsilon_i = (\gamma_i + 1)/2$ ($i = 1, 2$) — параметры нелинейности фаз. В выражении (1.8) для ε первые четыре слагаемых (физическая нелинейность) обусловлены нелинейными свойствами матрицы, насыщающей поры жидкости и частиц твердой фазы. Остальные члены (геометрическая нелинейность) не дают существенного вклада в значение ε .

Параметр нелинейности сухой породы можно получить из (1.8) (полагая $K_2 = 0$) [9]: $\varepsilon_{\text{сух}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{K}{K + \frac{4}{3} G} \left(\frac{dK}{dp} + \frac{4}{3} \frac{dG}{dp} \right)$. В пределе $K \ll$

$\ll \max \{K_1, K_2/m\}$ и $K \left(\frac{dK}{dp_{\text{eff}}} + \frac{4}{3} \frac{dG}{dp_{\text{eff}}} \right) \ll \varepsilon_2 K_2/m^2$ рассматриваемая модель переходит в модель Рахматуллина, которая применяется для описания мягких грунтов. Параметр нелинейности в модели равных фазовых давлений найден в [4]. Как следует из (1.8), его можно представить в виде $\varepsilon_p = 1 + \frac{(1 - m) \delta^2}{m \sigma_0^2} + \frac{\varepsilon_2 - 1}{m \sigma_0^2} + (1 - m) \frac{\varepsilon_1 - 1}{m^2 \sigma_0^2} \left(\frac{K_2}{K_1} \right)^2 \left(\sigma_0 = 1 + \frac{1 - m}{m} \frac{K_2}{K_1} \right)$.

При условии $K_1 \gg \max \{K, K_2/m\}$ сжимаемостью твердой фазы можно пренебречь и выражение (1.8) примет простой вид

$$\varepsilon = \frac{K \left(\frac{dK}{dp_{\text{eff}}} + \frac{4}{3} \frac{dG}{dp_{\text{eff}}} \right) + 2\varepsilon_2 \frac{K_2}{m^2} + K + \frac{4}{3} G}{2 \left(K + \frac{4}{3} G + \frac{K_2}{m} \right)}.$$

Таким образом, формула (1.8) позволяет рассчитывать значение ε насыщенной пористой породы по зависимости упругих модулей сухой породы от давления.

2. Рассмотрим слабосцементированные зернистые среды (типа песка). На основании модельных представлений контактной задачи Герца [10] связь между текущей пористостью m и пористостью в ненагруженном состоянии m_0 (структурная пористость) представим как

$$(2.1) \quad m = m_0 / (1 + C \tilde{p}^n),$$

где $\tilde{p} = (p_2 - p_1)/K_1$, C и n — постоянные. Соотношение (2.1) запишем в форме

$$(2.2) \quad p_{\text{eff}} = (1 - m) K_1 / C^{1/n} \left(\frac{m_0}{m} - 1 \right)^{1/n}.$$

Значения C и n можно найти из измерения объемной сжимаемости сухой породы. В этом случае внешнее давление p связано с \tilde{p} соотношением $p = (1 - m) K_1 \tilde{p}$. Используя (2.1) и учитывая сжимаемость зерен, получим выражение для объемной деформации

$$(2.3) \quad -e = \frac{m_0 C \tilde{p}^n}{1 - m_0 + C \tilde{p}^n} + \frac{1 + C \tilde{p}^n}{1 - m_0 + C \tilde{p}^n} (1 - m_0) \tilde{p},$$

которое позволяет описать экспериментальные данные [6] по объемной сжимаемости как плотного, так и рыхлого песка, если взять $C = 30.0$

и $n = 2/3$ (из задачи Герца) при $K_1 = 52,0$ ГПа. Используя (2.2), зависимость объемного модуля K слабосцементированной среды от эффективного давления представим в виде

$$(2.4) \quad K = K_1 \left(1 + \frac{m_0 (1 - m_0) n C \tilde{p}^{n-1}}{(1 - m_0 + C \tilde{p}^n)^2} \right)^{-1}$$

откуда следует, что при $\tilde{p} \rightarrow 0$ коэффициент K пропорционален $\tilde{p}^{1/3}$ ($K \rightarrow K_1 \frac{1 - m_0}{nm_0 C} \tilde{p}^{1/3}$), а при $\tilde{p} \gg 1/C^{1/n}$ $K \rightarrow K_1$.

В упругой области деформации сдвига определяются модулем сдвига G . Учитывая контактную сжимаемость и предполагая, что касательные напряжения меньше нормальных, модуль сдвига песка можно аппроксимировать соотношением

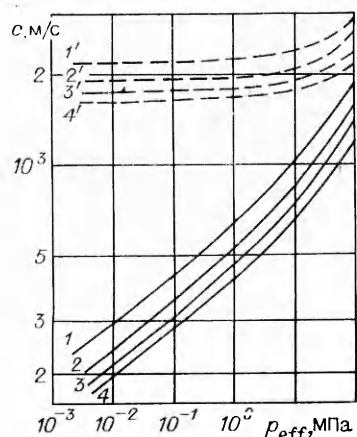
$$(2.5) \quad G^{-1} = G_1^{-1} + \frac{\zeta n C \tilde{p}^n}{(1 + C \tilde{p}^n)^2} \frac{m_0}{1 - m_0} \frac{1}{\tilde{p}}$$

(G_1 — модуль сдвига монолита, ζ — постоянная, определяемая из экспериментальных данных). Используя результаты [6] по экспериментальной зависимости коэффициента Пуассона от давления, получим $\zeta = 0,63$. Как следует из (2.5), при малых p_{eff} $G \sim p_{\text{eff}}^{1/6}$, при больших $G \rightarrow G_1$.

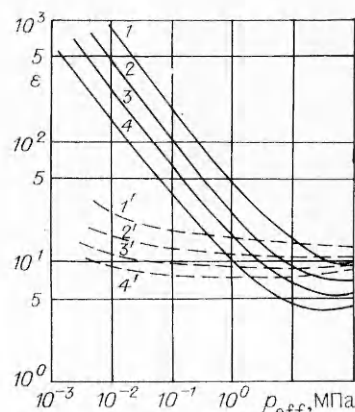
На основании соотношений (1.8), (2.1), (2.4) и (2.5) проведены численные расчеты по определению c , ε , η и D как для слабосцементированных пород (пески различной рыхлости), так и сильносцементированных пород (андезит, гранит). Коэффициент проницаемости для песков рассчитывался по формуле Козени [1] $k_0 = m^3 d^2 / [180(1 - m)^2]$ (d — характерный размер зерен пористой среды). Результаты расчетов для слабосцементированных сред приведены на рис. 1—4, где кривые 1—4 соответствуют сухим пескам со структурными пористостями $m_0 = 20, 30, 40$ и 50% , кривые 1'—4' — водонасыщенным пескам с теми же структурными пористостями.

На рис. 1 показана зависимость скорости звука в песках от эффективного давления. Как следует из (2.4), (2.5), скорость звука в сухом песке при малых эффективных давлениях пропорциональна $p_{\text{eff}}^{1/6}$. Водонасыщенность песка существенно увеличивает скорость звука. Так, при эффективных давлениях порядка 10^{-1} МПа скорости звука водонасыщенного и сухого песка отличаются более чем в 5 раз. С увеличением давления скорость звука в сухом песке быстро возрастает и сравнивается со скоростью звука в водонасыщенном песке при давлениях порядка 10^3 МПа.

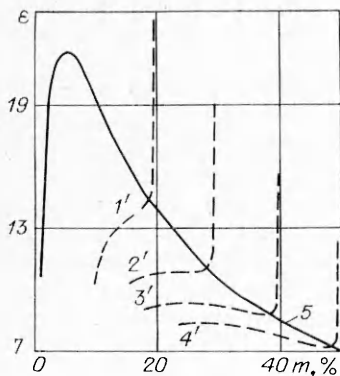
На рис. 2 представлена зависимость параметра ε от p_{eff} для различных песков. Видно, что в сухом песке при эффективных давлениях мень-



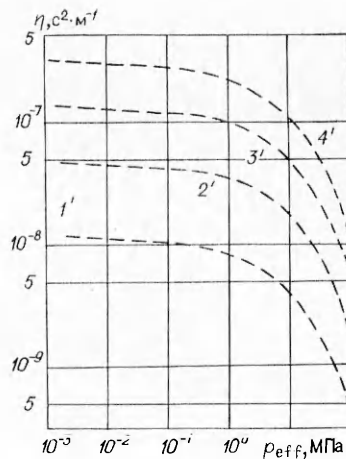
Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

ше 1 МПа ϵ сильно зависит от давления (как $p_{\text{eff}}^{-2/3}$) и существенно превышает соответствующие значения для водонасыщенного песка, в котором ϵ зависит от p_{eff} намного слабее. При давлениях больше 10 МПа значение ϵ для водонасыщенного песка становится больше, чем для сухого. Аномально большие параметры нелинейности ($\epsilon \geq 10^2$) для сухого песка могут наблюдаться только при малых эффективных давлениях ($p_{\text{eff}} < 10^{-1}$ МПа).

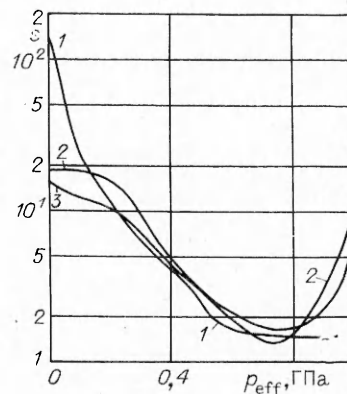
На рис. 3 сравниваются результаты расчетов ϵ для водонасыщенного песка по предложенной модели и по модели Рахматуллина (кривая 5). Поскольку в модели равных фазовых давлений $p_{\text{eff}} = 0$, сравнение проводится для зависимости $\epsilon(m)$, где в модели (2.1) параметр нелинейности зависит не только от текущей пористости m , но и от структурной пористости m_0 . Как видно, модель Рахматуллина позволяет достаточно хорошо описывать значения ϵ при $p_{\text{eff}} \geq 1$ МПа и $m_0 \geq 30$ %.

На рис. 4 приведена зависимость коэффициента затухания η в водонасыщенном песке от эффективного давления. Из расчетов видно, что при давлениях порядка 1 МПа происходит резкое уменьшение η с ростом эффективного давления. Это связано главным образом с уменьшением пористости (и, следовательно, проницаемости) среды за счет увеличения эффективного давления. При расчете проницаемости песков размер песчинок выбирался равным $d = 1,0 \cdot 10^{-3}$ м. В случае квадратичного по частоте затухания добротность Q обратно пропорциональна частоте f :

$$(2.6) \quad Q = 1/(4\pi\eta cf).$$

В (2.6) пренебрегаем зависимостью скорости звука от частоты, поскольку, как показывают расчеты, дисперсия не превышает 1–2 %. Для песка с начальной пористостью 40 %, $f = 10$ Гц при эффективном давлении порядка 10^{-1} , 10, 10^2 МПа $Q = 40$, 80 и 600 соответственно. Таким образом, затухание, обусловленное межфазным трением, может вносить существенный вклад в общее затухание продольных волн, распространяющихся в водонасыщенной пористой среде. Однако роль этого механизма затухания значительно уменьшается с ростом эффективного давления.

На рис. 5 даны результаты расчетов параметра ϵ для сильноцементированных сред, полученные обработкой экспериментальных зависимостей упругих модулей от давления [7]. Кривая 1 отвечает граниту Wester-



Р и с. 5

лю с $m_0 = 1\%$, 2 и 3 — сухому и водонасыщенному андезиту с пористостью $m_0 = 7\%$. Производные упругих модулей по давлению вычислялись с помощью стандартной программы, использующей интерполяционную формулу Лагранжа четвертого порядка. При нахождении зависимости параметра нелинейности водонасыщенного андезита от эффективного давления на основании соотношения (1.8) были использованы следующие данные: $K_2 = 2,62$ ГПа, $K_1 = 48,8$ ГПа, $\rho_2/\rho_1 = 0,4$, $\varepsilon_2 = 4$. Поскольку в рассматриваемом диапазоне давлений уравнение состояния (1.5) для твердой фазы можно линеаризовать, при расчетах полагалось $\varepsilon_1 = 1$.

Как следует из рис. 5, значение ε при малых p_{eff} для сильноцементированных пород может достигать порядка 10^2 . В отличие от слабоцементированных пород параметр нелинейности сред с $K/K_1 \sim 1$ слабо зависит от водонасыщенности. Из расчетов видно, что затухание, обусловленное межфазным трением, для сильноцементированных пород существенно меньше экспериментально наблюдаемого.

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. — М.: Недра, 1970.
2. Гуцин В. В., Шалашов Г. М. О возможности использования нелинейных сейсмических эффектов в задачах вибрационного просвечивания Земли // Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. — М.: Наука, 1981.
3. Алешин А. С., Гуцин В. В. и др. Экспериментальные исследования нелинейных взаимодействий сейсмических поверхностных волн // ДАН СССР. — 1980. — Т. 260, № 3.
4. Дунин С. З., Нагорнов О. В. Волны конечной амплитуды в мягких грунтах // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1984. — № 6.
5. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. — М.: Недра, 1984.
6. Vesic A. S., Clough G. W. Behaviour of granular materials under high stresses // Proc. Amer. Soc. Civ. Engng. J. Soil Mech. and Found. Div. — 1968. — V. 94, N 3.
7. Schock R. N. Dynamic elastic moduli of rock under pressure // Engineering with nuclear explosives. — Las Vegas, 1970. — V. 1, N 1.
8. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. — М.: Наука, 1975.
9. Ионов А. М., Нагорнов О. В., Сироткин В. К. Распространение нелинейных сферических волн в диссипативных средах. — М., 1986. — (Препринт/МИФИ; № 25).
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1965.

Поступила 19/VIII 1987 г.

УДК 539.3

К РЕШЕНИЮ ОДНОЙ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Г. В. Ткачев
(Ростов-на-Дону)

В работе предлагается новый подход к решению краевых неустановившихся антиплоских задач линейной теории упругости для полуграниченных областей типа полупространства или слоя со смешанными граничными условиями как на их поверхности (системы штампов), так и внутри (трещины, включения). Применение дополнительного интегрального преобразования Лапласа по времени при сведении вышеназванных краевых задач к решению интегрального уравнения вызывает определенные трудности в его решении по сравнению с задачами об установившихся колебаниях, методы решения которых в настоящее время хорошо разработаны. Большинство процессов, однако, носят существенно не установившийся характер и не могут быть сведены к задачам гармонического анализа. Поэтому решение неустановившихся задач — актуальная проблема.

По предлагаемому методу, используя свойства обращения Лапласа и Фурье свертки двух функций, исходную краевую задачу удается свести к решению интегрального уравнения типа Вольтерра первого рода относительно самой искомой функции, а не ее интегрального преобразования. При этом преобразования Лапласа и Фурье переобразуются с неизвестной функции на ядро, которое задано аналитическим выражением в явном виде. Методом Каньяра в модификации де Хуппа [1] находится оригинал этого ядра. Решение полученного интегрального уравнения производится численными