

УДК 536.24

Совместное воздействие отсоса/вдува и кривизны стенки на естественную конвекцию в вертикальном микропористом кольцевом зазоре

Б.К. Джа, Б. Айна, С.А. Мухаммад

Университет им. Ахмаду Белло, Зариа, Нигерия

E-mail: ainavicdydx@gmail.com, basant777@yahoo.co.uk,
shehukurami@yahoo.com

Аналитически исследуется гидродинамическое и тепловое поведение полностью развитой естественной конвекции в вертикальном микропористом кольцевом зазоре с учетом условий скольжения скорости и скачка температуры на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра. Представлено решение в замкнутом виде для скорости, температуры, объемного расхода, трения и скорости теплопередачи, выраженной в виде числа Нуссельта. Графически представлено влияние каждого управляющего параметра на гидродинамическое и тепловое поведение. В процессе исследований установлено, что с ростом отсоса/вдува на стенках цилиндров увеличивается скорость жидкости и температура. Кроме того, наблюдается заметное влияние кривизны поверхности стенки на тепловые и гидродинамические характеристики.

Ключевые слова: естественная конвекция, микропористое кольцо, отсос/вдув, скольжение скорости, скачок температуры.

Введение

Миниатюризация до микро- и наномасштабов являлась одной из главных тем в науке и технике в течение второй половины прошлого столетия. Микро- и наногидродинамика имеет фундаментальное значение ввиду необходимости понимания природы течения жидкости в этих масштабах [1].

Свободноконвективное микротечение газа является важным разделом микрогидродинамики [2], оно встречается во многих процессах, в частности, в микроэлектрохимическом клеточном переносе, микротепловом обмене, охлаждении микрочипов, при рассмотрении механизмов течения и теплопередачи и привлекает надежностью, простотой и ценовой составляющей. В работе [3] изучалась полностью развитая естественная конвекция в вертикальном микроканале между параллельными пластинами, возникающая вследствие несимметричного нагрева стенок канала. Было показано, что воздействие разрежения и взаимодействия между жидкостью и стенкой увеличивает объемный расход и в то же время снижает скорость теплопереноса. Этот результат далее был обобщен с учетом отсоса/вдува на стенках микроканала в работе [4], где был сделан вывод о том, что трение, а также скорость теплопереноса существенно зависят от параметра отсоса/вдува. В работе [5]

аналитически исследовалось влияние гиперболической модели теплопроводности на нестационарную гидродинамику и тепловое поведение течения жидкости в микроканале с открытым концом и со стенками в виде вертикальных параллельных пластин. В работе [6] полуаналитически исследовались нестационарная гидродинамика и теплоперенос в вертикальном микроканале между параллельными пластинами с открытым концом с помощью модели теплопроводности, учитывающей запаздывание обеих фаз. В [7] с применением неявной конечно-разностной схемы было выполнено моделирование развивающейся свободной конвекции в изотермически нагретом микроканале, заполненном пористой средой. В работе [8] рассматривались характеристики течения и теплопередачи в развивающейся области микроканала с использованием SIMPLE алгоритма. Был сделан вывод, что микромасштабные эффекты, связанные со скоростью проскальзывания и скачком температуры, усиливают теплопередачу. В статье [9] подчеркивалась важность медленного теплового изменения и проскальзывания/скачка высокого порядка в развитии естественной конвекции при ее моделировании с использованием маршевой неявной процедуры. В работах [10, 11] аналитически исследовалась смешанная конвекция в вертикальном микроканале между параллельными пластинами с условиями изотермичности и постоянства потока на вертикальных параллельных пластинах. В [12] также было представлено точное решение для смешанной конвекции в вертикальном кольцевом микрозазоре между двумя концентрическими микротрубками. В работе [13] исследовалось влияние кривизны стенки на естественную конвекцию в вертикальном кольцевом микрозазоре с открытым концом и с несимметричным нагревом поверхностей кольцевого зазора. Эти результаты показывают нелинейное поведение температуры. Также был сделан вывод, что при некотором разрежении и условии взаимодействия со стенкой при уменьшении радиуса кривизны трение убывает, а скорость теплопереноса возрастает. Несмотря на большое количество работ, посвященных анализу гидродинамики и теплопереноса в областях кольцевой геометрии при различных условиях, работы по исследованию совместного влияния отсоса/вдува и кривизны стенки на естественную конвекцию в вертикальном микропористом кольцевом зазоре отсутствуют.

Цель настоящей работы — обобщить работу [13] на случай проницаемых цилиндрических поверхностей, образующих кольцевой зазор, то есть когда имеется отсос или вдув через кольцевые поверхности. Отсос или вдув жидкости через ограничивающие поверхности, как, например, при охлаждении за счет массопереноса, может существенно изменить поле течения и, как следствие, влиять на скорость теплопереноса от ограничивающих поверхностей. В общем случае отсос стремится увеличить коэффициенты трения и теплопереноса, в то время как вдув действует противоположным образом. Вдув или удаление жидкости через пористую нагретую или охлажденную поверхность представляют общий интерес в практических задачах, таких как пленочное охлаждение, управление пограничными слоями и т.д. Это может привести к усилению нагрева (или охлаждения) системы и может помочь затянуть ламинарно-турбулентный переход [14].

1. Математический анализ

В предлагаемом исследовании рассматривается полностью развитая стационарная естественная конвекция вязкой несжимаемой жидкости в вертикальном микропористом кольцевом канале. Считается, что канал имеет бесконечную длину. Ось X направлена вертикально вверх вдоль оси цилиндров, а ось r — в радиальном направлении. Радиусы внутреннего и внешнего цилиндров с пористыми стенками равны соответственно k_1 и k_2 . Кольцевые стенки нагреваются несимметрично: на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра поддерживается температура T_1 , а на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра — T_0 . Вследствие этой разницы температур реализуется конвективное течение в вертикальном микропористом зазоре. Геометрия системы, рассматриваемой в настоящем исследовании, показана схематично на рис. 1.

Рис. 1. Конфигурация течения и система координат.

Таким образом, при использовании приближения Буссинеска основные уравнения, описывающие течение вязкой несжимаемой жидкости в вертикальном микропористом кольцевом зазоре, имеют следующую размерную форму:

уравнение неразрывности —

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr}(rV) = 0, \quad (1)$$

уравнение движения —

$$V \frac{du}{dr} = \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) + g\beta(T - T_0), \quad (2)$$

уравнение энергии —

$$V \frac{dT}{dr} = \frac{k}{\rho C_p} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right). \quad (3)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем

$$V = \frac{V_0 k_2}{r}. \quad (4)$$

Здесь $V = V_0 k_2 / k_1$ — скорость отсоса/вдува на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра, а $V = V_0$ — скорость отсоса/вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра.

Граничные условия для скорости и температуры имеют следующий вид:

$$u(r = k_1) = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \lambda \left. \frac{du}{dr} \right|_{r=k_1}, \quad (5)$$

$$u(r = k_2) = -\frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \lambda \left. \frac{du}{dr} \right|_{r=k_2}, \quad (6)$$

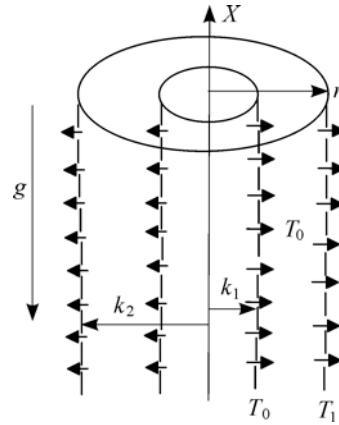
$$T(r = k_1) = T_1 + \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=k_1}, \quad (7)$$

$$T(r = k_2) = T_0 - \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=k_2}. \quad (8)$$

Вводятся следующие безразмерные величины:

$$R = \frac{r - k}{w}, \quad w = k_2 - k_1, \quad U = \frac{u}{u_c}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad u_c = \frac{\rho_0 g \beta_0 (T_1 - T_0) w^2}{\mu_0}, \quad \text{Pr} = \frac{C_{p0} \mu_0}{k_0}, \quad (9)$$

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{w}, \quad F = \frac{\beta_t}{\beta_v}, \quad \eta = \frac{k_1}{k_2}, \quad \beta_v = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v}, \quad \beta_t = \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1}, \quad \lambda = \frac{\sqrt{\pi \hat{R} T_0 / 2 \mu_0}}{\rho_0}, \quad S = \frac{V_0 w}{\nu}.$$



После обезразмеривания уравнений (2)–(8) на основе соотношений (9) математическая модель, описывающая рассматриваемый физический процесс в безразмерной форме при наличии условия проскальзывания для скорости и скачка температуры, а также отсоса/вдува на стенках кольцевого канала, примет вид:

$$\frac{S}{[\eta + (1-\eta)R]} \frac{dU}{dR} = \frac{1}{[\eta + (1-\eta)R]} \frac{d}{dR} \left[[\eta + (1-\eta)R] \frac{dU}{dR} \right] + \theta, \quad (10)$$

$$\frac{S \text{ Pr}}{[\eta + (1-\eta)R]} \frac{d\theta}{dR} = \frac{1}{[\eta + (1-\eta)R]} \frac{d}{dR} \left[[\eta + (1-\eta)R] \frac{d\theta}{dR} \right]. \quad (11)$$

Граничные условия, описывающие проскальзывание скорости на стенках и скачок температуры на поверхности раздела жидкость–стенка, имеют вид [13]:

$$U(0) = \beta_v \text{Kn} \frac{dU}{dR} \Big|_{R=0}, \quad U(1) = -\beta_v \text{Kn} \frac{dU}{dR} \Big|_{R=1},$$

$$\theta(0) = 1 + \beta_v \text{Kn} F \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R=0}, \quad \theta(1) = -\beta_v \text{Kn} F \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R=1}. \quad (12)$$

Используя преобразование $Z = \eta + (1 - \eta)R$, можно записать уравнения (10)–(12) в виде:

$$\frac{d^2U}{dZ^2} + \frac{1}{Z} \left[1 - \frac{S}{(1-\eta)} \right] \frac{dU}{dZ} + \frac{\theta}{(1-\eta)^2} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d^2\theta}{dZ^2} + \frac{1}{Z} \left[1 - \frac{S \text{ Pr}}{(1-\eta)} \right] \frac{d\theta}{dZ} = 0. \quad (14)$$

При этом граничные условия примут следующую форму:

$$U(\eta) = \beta_v \text{Kn}(1-\eta) \frac{dU}{dZ} \Big|_{Z=\eta}, \quad U(1) = -\beta_v \text{Kn}(1-\eta) \frac{dU}{dZ} \Big|_{Z=1}, \quad (15)$$

$$\theta(\eta) = 1 + \beta_v \text{Kn} F (1-\eta) \frac{d\theta}{dZ} \Big|_{Z=\eta}, \quad \theta(1) = -\beta_v \text{Kn} F (1-\eta) \frac{d\theta}{dZ} \Big|_{Z=1}. \quad (16)$$

Уравнения (13), (14) с граничными условиями (15), (16) имеют следующее аналитическое решение:

$$\theta(Z) = C_1(Z)^{\frac{S \text{ Pr}}{(1-\eta)}} + C_2. \quad (17)$$

Подстановка соотношения (17) в уравнение движения (13) и его решение с использованием граничных условий (15), (16) дает

$$U(Z) = -\frac{1}{(1-\eta)^2} \left[\frac{C_1(Z)^{\left[\frac{S \text{ Pr}}{(1-\eta)} + 2 \right]}}{E_1} + \frac{C_2 Z^2}{E_2} \right] - \frac{C_3 [1-\eta]}{S} + C_4(Z)^{\frac{S}{(1-\eta)}}. \quad (18)$$

Объемный расход, трение и скорость теплопередачи являются тремя важными параметрами конвективного микротечения газа. Безразмерный объемный расход выражается формулой:

$$M = \frac{m}{2\pi w^2 u_c} = \frac{1}{(1-\eta)^2} \int_{\eta}^1 ZU(Z) dZ. \quad (19)$$

Подставляя (18) в (19), получаем:

$$M = -\frac{1}{(1-\eta)^4} \left[\frac{C_1 \left(1 - (\eta)^{\left[\frac{SPr}{(1-\eta)} + 4 \right]} \right)}{\left[\frac{SPr}{(1-\eta)} + 4 \right] E_1} + \frac{C_2 (1-\eta^4)}{4E_2} \right] + \frac{1}{(1-\eta)^2} \left[\frac{C_4 \left(1 - (\eta)^{\left[\frac{S}{(1-\eta)} + 2 \right]} \right)}{\left[\frac{SPr}{(1-\eta)} + 2 \right]} - \frac{C_3 [1-\eta] [1-\eta^2]}{2S} \right].$$

С учетом уравнения (18) трение (τ) на стенках цилиндров имеет вид:

$$\tau_0 = \frac{dU}{dR} \Big|_{R=0} = -\frac{1}{(1-\eta)} \left[\left(\frac{SPr}{(1-\eta)} + 2 \right) \frac{C_1 (\eta)^{\left(\frac{SPr}{(1-\eta)} + 1 \right)}}{E_1} + \frac{2\eta C_2}{E_2} \right] + C_4 S (\eta)^{\left(\frac{S}{(1-\eta)} - 1 \right)},$$

$$\tau_1 = \frac{dU}{dR} \Big|_{R=1} = -\frac{1}{(1-\eta)} \left[\left(\frac{SPr}{(1-\eta)} + 2 \right) \frac{C_1}{E_1} + \frac{2C_2}{E_2} \right] + C_4 S.$$

Скорость теплопередачи на стенках цилиндров выражается в виде числа Нуссельта:

$$Nu_0 = \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R=0} = SPr C_1 (\eta)^{\left(\frac{SPr}{(1-\eta)} - 1 \right)}, \quad Nu_1 = \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R=1} = SPr C_1,$$

где $C_1, C_2, C_3, C_4, E_1, E_2$ — постоянные, вид которых дан в Приложении.

2. Результаты и их обсуждение

Влияние пяти основных параметров, описывающих течение в кольцевом канале, — отсоса/вдува (S), разрежения (β_v Kn), взаимодействия между жидкостью и стенкой (F), отношения радиусов кривизны (η) и числа Прандтля (Pr) — на значения температуры (θ), скорости (U), объемного расхода (M), трения (τ_0) и скорости теплопередачи, которая выражается в виде числа Нуссельта на стенках цилиндра (Nu_0), представлено на графиках рис. 2–16 (на рис. 2–10 и 13–18 сплошным линиям будут соответствовать значения $\eta = 0,9$, штрихпунктирным — $\eta = 0,5$, пунктирным — $\eta = 0,1$). Настоящее параметрическое исследование выполнено в континуальном режиме и в режиме скольжения ($Kn \leq 0,1$). Для воздуха и различных поверхностей значения β_v и β_τ варьируются соответственно от значения, близкого к 1, до 1,667 и от значения, близкого к 1,64, до значения, превышающего 10. Таким образом, данное исследование выполнялось в разумных диапазонах: $0 \leq \beta_v Kn \leq 0,1$ и $1,64 \leq F \leq 10$. Выбранные для анализа справочные значения β_v Kn и F равны соответственно 0,05 и 1,64 аналогично работе [13]. Настоящее исследование

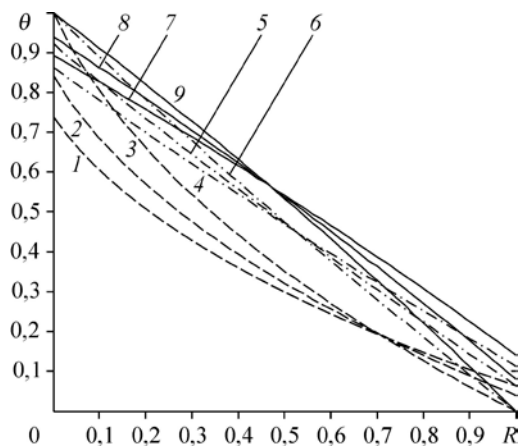


Рис. 2. Распределение температуры для различных значений $\beta_v \text{Kn}$ при $\text{Pr} = 0,71$, $F = 1,64$, $S = 0,5$.
 $\beta_v \text{Kn} = 0,1$ (1, 6, 7), $0,05$ (2, 5, 8), 0 (3, 4, 9).

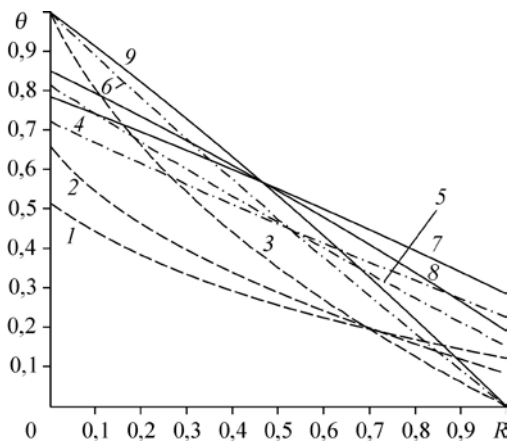
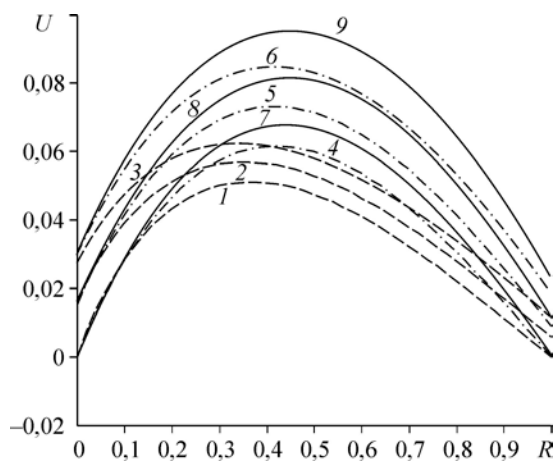


Рис. 3. Распределение температуры для различных значений F с $\text{Pr} = 0,71$, $\beta_v \text{Kn} = 0,05$, $S = 0,5$.
 $F = 10$ (1, 4, 7), 5 (2, 5, 8), 0 (3, 6, 9).

обобщает работу [13], включая в рассмотрение случай с пористым вертикальным кольцевым микроканалом. Значения параметра отсоса/вдува ($S = V_0 w/v$) берутся в диапазоне $-2 \leq S \leq 2$.

На рис. 2 и 3 показаны распределения температуры жидкости при изменении параметра разрежения ($\beta_v \text{Kn}$) и параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой (F). Увеличение одного из параметров приводит к увеличению скачка температуры на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра, а также на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра. Это происходит вследствие снижения интенсивности взаимодействия молекул газа с нагретой стенкой. Отметим, что внутри вертикального микропористого кольцевого канала имеются точки перегиба, где поле температуры не зависит ни от параметра разрежения, ни от параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой; положение точки перегиба сильно зависит от отношения радиусов кривизны (η). Кроме того, естественная конвекция в микропористом кольцевом канале может приводить к нелинейному изменению температуры. Интересно отметить, что при уменьшении отношения радиусов кривизны (η) усиливается температурная нелинейность.

На рис. 4 и 5 показаны изменения скорости при различных значениях параметра разрежения ($\beta_v \text{Kn}$) и параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой (F).



Из рис. 4 видно, что при увеличении $\beta_v \text{Kn}$ возрастает скорость проскальзывания на стенке, что снижает ограничивающий эффект стенки. Это дает заметное увеличение скорости газа вблизи стенки. Кроме того, с ростом $\beta_v \text{Kn}$ возрастает скачок температуры и уменьшается количество тепла, перенесенного от стенки к жидкости.

Рис. 4. Распределение скорости для различных значений $\beta_v \text{Kn}$ при $\text{Pr} = 0,71$, $F = 1,64$, $S = 0,5$.
 $\beta_v \text{Kn} = 0$ (1, 4, 7), $0,05$ (2, 5, 8), $0,1$ (3, 6, 9).

Рис. 5. Распределение скорости для различных значений F при $Pr = 0,71$, $\beta_v Kn = 0,05$, $S = 0,5$.

$F = 10$ (1, 4, 7), 5 (2, 5, 8), 0 (3, 6, 9).

Уменьшение теплопередачи снижает эффект плавучести, который управляет течением, а следовательно, и скорость газа вдали от стенки. Из рис. 5 видно, что увеличение F ведет к убыванию скорости проскальзывания вблизи внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра, и в то же время наблюдается обратная тенденция на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра. Кроме того, при увеличении отношения радиусов кривизны (η) возрастает скорость проскальзывания на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра, в то время как на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра имеем обратный результат.

На рис. 6 и 7 показаны соответственно изменения температуры и скорости при различных значениях параметра отсоса/вдува (S). В случае вдува на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и отсоса на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра (то есть при $S < 0$) увеличение параметра отсоса/вдува (S) ведет к убыванию температуры и скорости. Видно, что температура снижается при наложении отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра, в то время как при наложении вдува на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и отсоса на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра получаем противоположный результат. Кроме того, увеличение отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра, а также одновременное увеличение вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра усиливает нелинейное изменение температуры.

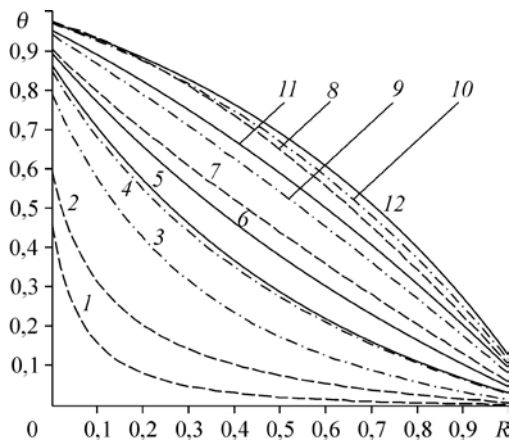
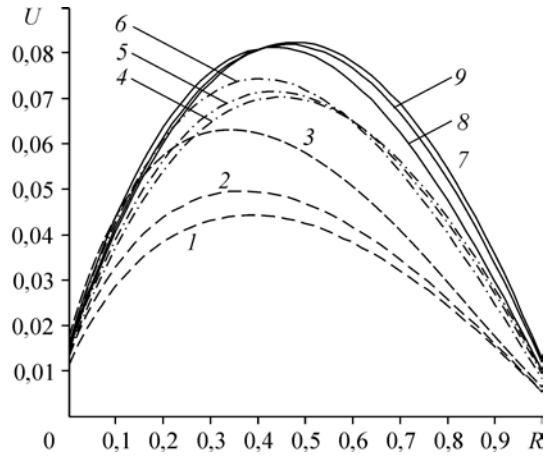


Рис. 6. Распределение температуры для различных значений S при $Pr = 0,71$, $\beta_v Kn = 0,05$, $F = 1,64$.

$S = -2$ (1, 3, 5), -1 (2, 4, 6); 1 (7, 9, 11), 2 (8, 10, 12).



Увеличение отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра, а также одновременное увеличение вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра усиливает нелинейное изменение температуры.

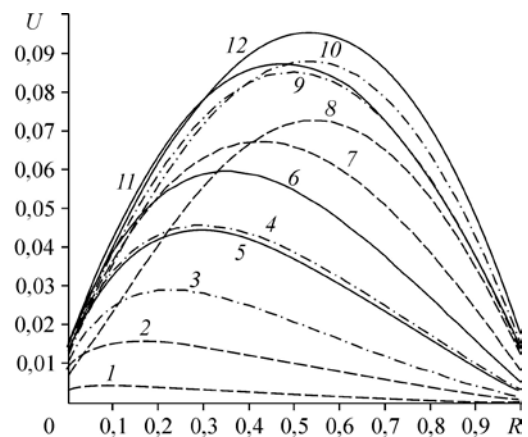


Рис. 7. Распределение скорости для различных значений S при $Pr = 0,71$, $\beta_v Kn = 0,05$, $F = 1,64$.

$S = -2$ (1, 3, 5), -1 (2, 4, 6); 1 (7, 9, 11), 2 (8, 10, 12).

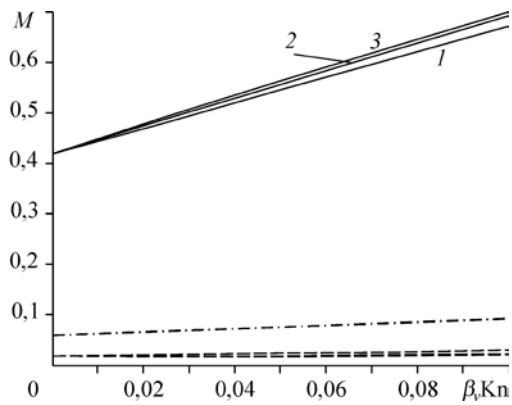


Рис. 8. Объемный расход как функция β_v, Kn для различных значений F при $Pr = 0,71, S = 0,5$.

Штриховые и штрихпунктирные линии соответствуют в порядке сверху вниз значениям параметра $F = 0, 5, 10$; сплошные — $F = 10$ (1) 5 (2) 0 (3).

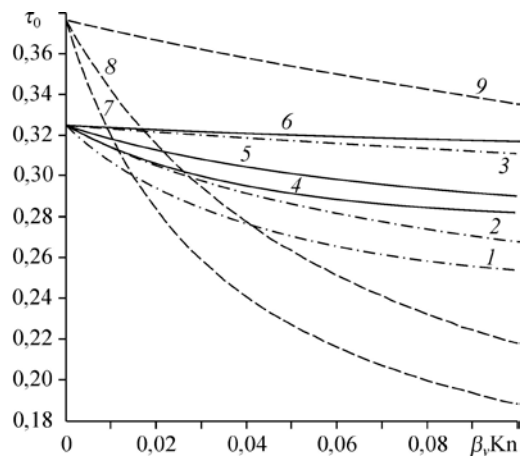


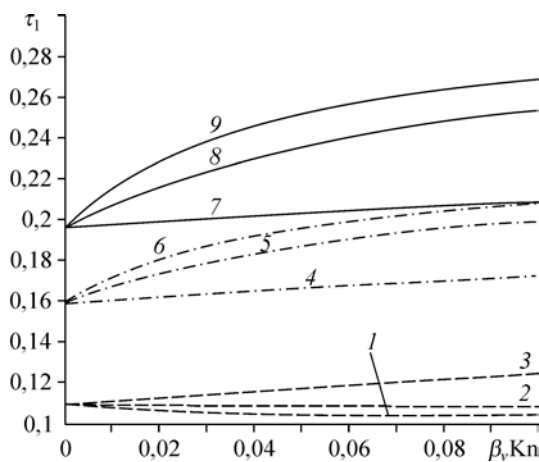
Рис. 9. Изменение трения для различных значений F при $Pr = 0,71, S = 0,5 (R = 0)$.

$F = 10$ (1, 4, 7), 5 (2, 5, 8), 0 (3, 6, 9).

Объемный расход (M), изображенный в зависимости от параметра разрежения (β_v, Kn) для различных значений параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой (F), представлен на рис. 8. Из рисунка видно, что объемный расход является убывающей функцией параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой. Найдено, что влияние параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой на объемный расход незначительно при малом отношении радиусов кривизны (η).

Изменение трения на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра ($R = 0$) показано на рис. 9. Видно, что трение убывает с увеличением значений параметров F и β_v, Kn . Влияние этих параметров также значительно при малом отношении радиусов кривизны.

На рис. 10–12 представлено изменение трения на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра ($R = 1$). Из рис. 10 видно, что трение на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра возрастает с увеличением отношения радиусов кривизны. Однако влияние параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой сильно зависит от величины отношения радиусов кривизны $\eta (k_1/k_2)$. Интересно отметить, что трение на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра увеличивается с ростом параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой для значений $\eta > 0,1$, и картина меняется на противоположную при $\eta < 0,1$. Такое поведение было предсказано в работе [13].



В процессе численных расчетов было замечено, что влияние параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой на трение на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра сильно зависит от значений параметра отсоса/вдува, свойств рабочей жидкости (Pr) и отношения радиусов кривизны. Из рис. 11, 12 видно (здесь сплошным линиям соответствуют значения $S = 2$, штриховым — $S = 1$, штрихпунктирным — $S = -1$,

Рис. 10. Изменение трения для различных значений F при $Pr = 0,71, S = 0,5 (R = 1)$.

$F = 0$ (3, 4, 7), 5 (2, 5, 8), 10 (1, 6, 9).

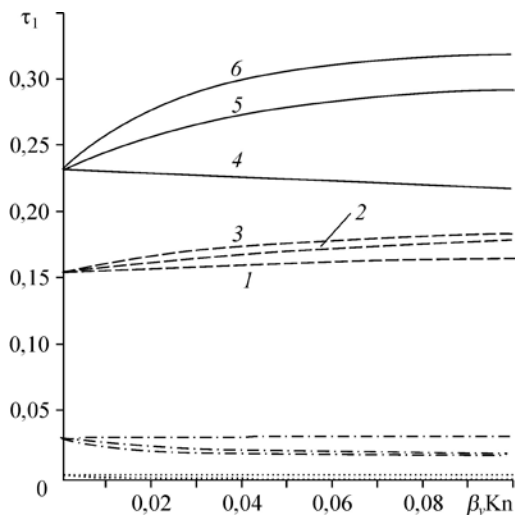


Рис. 11. Изменение трения для различных значений S и F при $\eta = 0,1$, $Pr = 0,71$ ($R = 1$). Нижние пунктирные и штрихпунктирные линии соответствуют в порядке сверху вниз параметру $F = 0, 5, 10$; верхние сплошные и штриховые линии — $F = 0$ (1, 4), 5 (2, 5), 10 (3, 6).

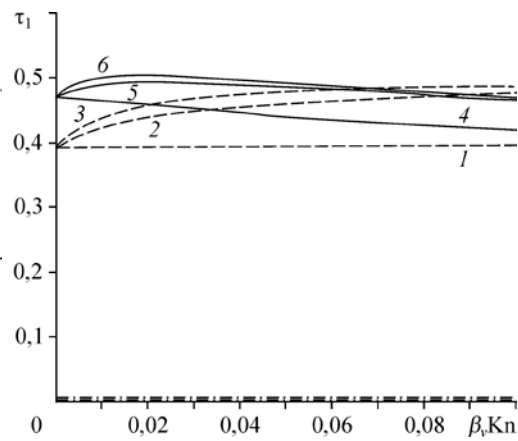


Рис. 12. Изменение трения для различных значений S и F при $\eta = 0,1$, $Pr = 7$ ($R = 1$).

Совпадающие с осью $\beta_v Kn$ пунктирные и штрихпунктирные линии соответствуют в порядке сверху вниз параметру $F = 0, 5, 10$; верхние линии — $F = 0$ (1, 4), 5 (2, 5), 10 (3, 6).

пунктирным — $S = -2$), что трение увеличивается с ростом параметра F при вдуве жидкости через внешнюю поверхность внутреннего пористого цилиндра и отсосе через внутреннюю поверхность внешнего пористого цилиндра при $\eta = 0,1$; результат получается противоположным при наложении отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра. Кроме того, влияние параметра F на трение на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра незначительно при использовании воды ($Pr = 7$) для отрицательных значений S (что физически означает отсос на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и соответствующий вдув на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра).

На рис. 13 и 14 показаны соответственно изменения трения на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра ($R = 0$) и на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра ($R = 1$) при различных значениях параметра отсоса/вдува (S). Из рисунков

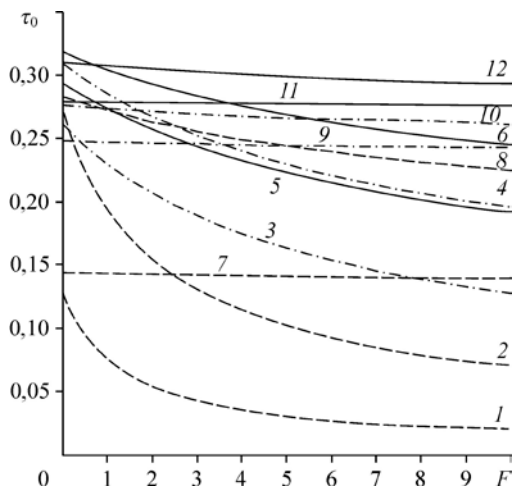


Рис. 13. Изменение трения для различных значений S при $Pr = 0,71$, $\beta_v Kn = 0,05$ ($R = 0$). $S = -2$ (1, 3, 5), -1 (2, 4, 6); 2 (7, 9, 11), 1 (8, 10, 12).

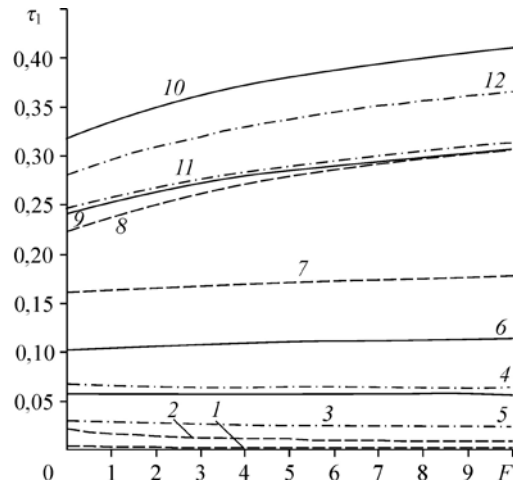


Рис. 14. Изменение трения для различных значений S при $Pr = 0,71$, $\beta_v Kn = 0,05$ ($R = 1$). $S = -2$ (1, 3, 5), -1 (2, 4, 6); 1 (7, 9, 11), 2 (8, 10, 12).

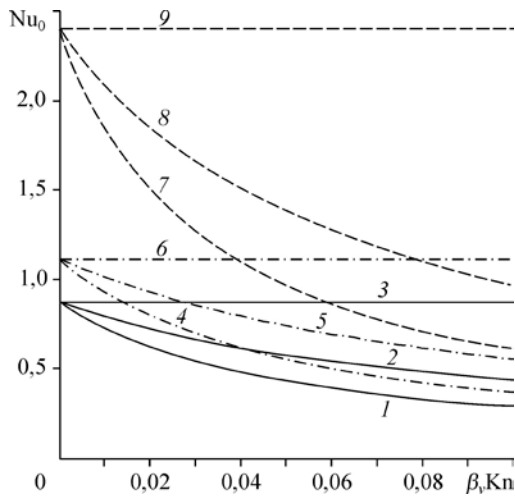


Рис. 15. Скорость теплопередачи как функция $\beta_v \text{Kn}$ для различных значений F при $\text{Pr} = 0,71$, $S = 0,5$ ($R = 0$).
 $F = 10$ (1, 4, 7), 5 (2, 5, 8), 10 (3, 6, 9).

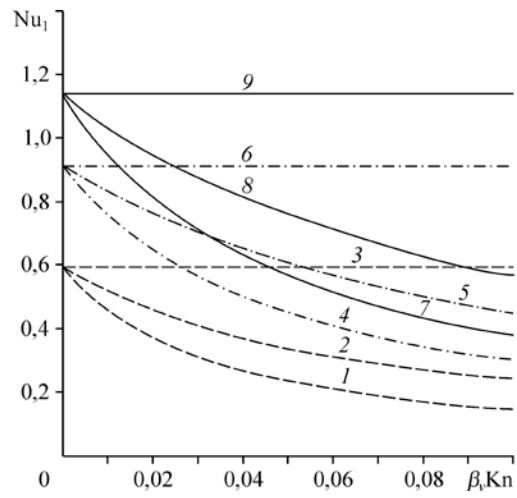


Рис. 16. Скорость теплопередачи как функция $\beta_v \text{Kn}$ для различных значений F при $\text{Pr} = 0,71$, $S = 0,5$ ($R = 1$).
 $F = 10$ (1, 4, 7), 5 (2, 5, 8), 0 (3, 6, 9).

видно, что трение на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра ($R = 0$) убывает с увеличением параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой в случае вдува на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и одновременном отсосе на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра, в то время как для внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра ($R = 1$) получаем прямо противоположный результат.

Скорости теплопередачи на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра ($R = 0$) и на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра ($R = 1$) показаны соответственно на рис. 15 и 16. Ясно, что скорость теплопередачи убывает с ростом параметров ($\beta_v \text{Kn}$) и F . Кроме того, стоит отметить, что при убывании отношения радиусов кривизны Nu_0 увеличивается, а Nu_1 убывает. Влияние параметров $\beta_v \text{Kn}$ и F на Nu_0 и Nu_1 противоположно.

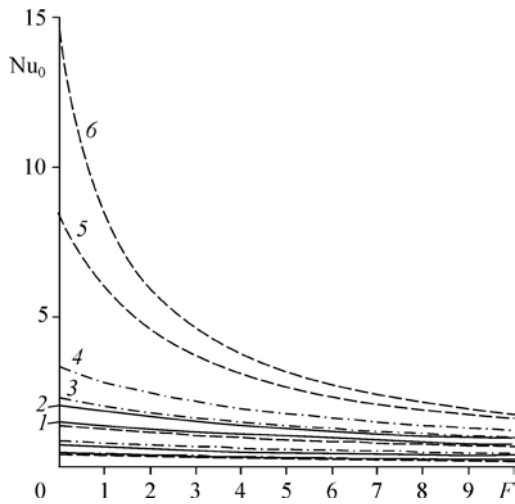


Рис. 17. Скорость теплопередачи для различных значений S при $\text{Pr} = 0,71$, $\beta_v \text{Kn} = 0,05$ ($R = 0$).
 Нижние линии соответствуют в порядке сверху вниз параметру $S = 1$ и 2; выше — $S = -1$ (1, 3, 5), -2 (2, 4, 6).

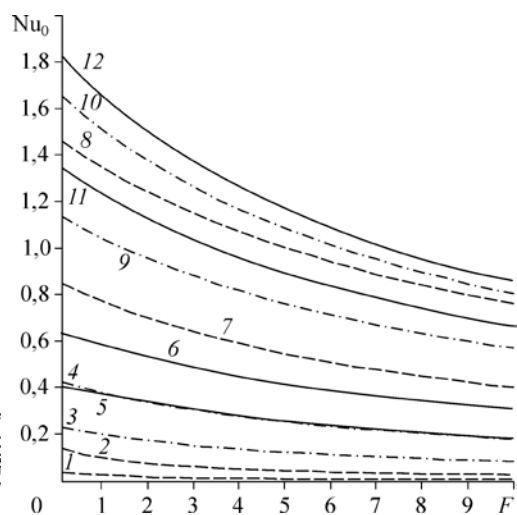


Рис. 18. Скорость теплопередачи для различных значений S при $\text{Pr} = 0,71$, $\beta_v \text{Kn} = 0,05$ ($R = 1$).
 $S = -2$ (1, 3, 5), -1 (2, 4, 6); 1 (7, 9, 11), 2 (8, 10, 12).

На рис. 17, 18 показано изменение скорости теплопередачи на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра ($R = 0$) и на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра ($R = 1$) соответственно при различных значениях S . Интересно отметить, что скорость теплопередачи убывает при увеличении параметра F в случае отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра.

Заключение

В настоящей работе исследована естественная конвекция в вертикальном микропористом кольцевом зазоре с учетом скольжения скорости и скачка температуры на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра при наличии отсоса/вдува на поверхностях цилиндров. Выражения для полей скорости и температуры, а также для объемного расхода, трения и скорости теплопередачи, представленной в виде числа Нуссельта на стенках цилиндров, получены в аналитической форме. Результаты показали, что трение убывает на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра ($R = 0$) при увеличении F в случае вдува на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и одновременном отсосе на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра, при этом на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра ($R = 1$) получена противоположная картина. Интересно отметить, что скорость теплопередачи убывает с увеличением параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой в случае отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра и вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра. Кроме того, отметим, что влияние параметра F на скорость теплопередачи на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра незначительна для вдува на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра и одновременного отсоса на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра, при этом скорость теплопереноса на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра сильно зависит от параметра взаимодействия между жидкостью и стенкой.

Обозначения

g — ускорение силы тяжести,	Nu_1 — скорость теплопередачи на внутренней поверхности внешнего пористого цилиндра,
F — параметр взаимодействия между жидкостью и стенкой,	S — параметр отсоса/вдува,
k_1 — радиус внутреннего пористого цилиндра,	T — температура жидкости,
k_2 — радиус внешнего пористого цилиндра,	T_0 — характерная температура,
$w = k_2 - k_1$,	T_1 — температура на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра,
Kn — число Кнудсена,	u — осевая скорость,
m — объемный расход жидкости,	U — безразмерная осевая скорость,
M — безразмерный объемный расход,	V_0 — постоянная скорость отсоса/вдува,
Pr — число Прандтля,	k_0 — коэффициент теплопроводности,
r — размерная радиальная координата,	σ_τ, σ_v — коэффициенты тепловой аккомодации и аккомодации тангенциального импульса соответственно.
R — безразмерная радиальная координата,	θ — безразмерная температура,
\hat{R} — удельная газовая постоянная,	ρ_0 — плотность,
Nu_0 — скорость теплопередачи на внешней поверхности внутреннего пористого цилиндра,	λ — средняя длина свободного пробега молекулы,
β_0 — коэффициент теплового расширения,	ν — кинематическая вязкость жидкости,
β_τ, β_v — безразмерные переменные,	η — отношение радиусов (k_1/k_2).
$Y_s = C_{\downarrow p} / (C_{\downarrow v})$ — отношение удельных теплоемкостей,	
μ_0 — динамическая вязкость,	

Список литературы

1. **Gad-el-Hak M.** The fluid mechanics of microdevices, the Freeman scholar lecture // J. Fluids Engng. 1999. Vol. 121. P. 5–33.
2. **Weng H.C., Chen C.K.** Fully developed thermocreep-diven gas microflow // Appl. Phys. Lett. 2008. Vol. 92, No. 9. P. 094105–1–6.
3. **Chen C.K., Weng H.C.** Natural convection in a vertical microchannel // J. Heat Transfer. 2005. Vol. 127. P. 1053–1056.
4. **Jha B.K., Aina B., Joseph S.B.** Natural convection flow in a vertical microchannel with suction/injection // J. Process Mech. Engng. DOI: 10.1177/0954408913492719.
5. **Khadrawi A.F., Othman A., Al-Nimr M.A.** Transient free convection gas flow in a vertical microchannel as described by the hyperbolic heat conduction model // Inter. J. Thermophysics. 2005. Vol. 26, No. 3. P. 905–918.
6. **Khadrawi A., Al-Nimr M.A.** Unsteady natural convection fluid flow in a vertical microchannel under the effect of the Dual-Phase-Lag heat conduction model // Inter. J. Thermophysics. 2007. Vol. 28, No. 4. P. 1387–1400.
7. **Haddad O.M., Abuzaid M.M., Al-Nimr M.A.** Developing free-convection gas flow in a vertical open-ended microchannel filled with porous media // Numer. Heat Transf. A. 2005. Vol. 26, No. 3. P. 905–918.
8. **Biswal L., Som S., Chakraborty S.** Effects of entrance region transport processes on free convection slip flow in vertical microchannel with isothermally heated walls // Int. J. Heat Mass Transfer. 2007. Vol. 50, No. 7–8. P. 1248–1254.
9. **Chen C.K., Weng H.C.** Developing natural convection with thermal creep in a vertical microchannel // J. Phys D. 2006. Vol. 39, No. 14. P. 3107–3118.
10. **Avcı M., Aydin O.** Mixed convection in a vertical parallel plate microchannel // J. Heat Transfer. 2007. Vol. 129, No. 2. P. 162–166.
11. **Avcı M., Aydin O.** Mixed convection in a vertical parallel plate microchannel with asymmetric wall heat fluxes // J. Heat Transfer. 2007. Vol. 129, No. 8. P. 1091–1095.
12. **Avcı M., Aydin O.** Mixed convection in a vertical microannulus between two concentric microtubes // J. Heat Transfer. 2009. Vol. 131, No. 1. P. 014502–014505.
13. **Weng H.C., Chen C.K.** Drag reduction and heat transfer enhancement over a heated wall of a vertical annular microchannel // Inter. J. Heat and Mass Transfer. 2009. Vol. 52. P. 1075–1079.
14. **Chaudhary M.A., Merkin J.H.** The effect of blowing and suction on free convection boundary layers on vertical surfaces with prescribed heat flux // J. Engng. Math. 1993. Vol. 27. P. 265–292.

Приложение

$$C_1 = \frac{-C_2}{[1 + \beta_v \text{KnFS Pr}]}, \quad C_2 = \frac{1}{\left[1 - a_1 a_2 (\eta)^{\left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta}\right)}\right]}, \quad C_3 = \frac{[a_{12} a_7 - a_9 a_{13}]}{[a_{13} - a_7] a_8}, \quad C_4 = \frac{[a_{12} - a_9]}{[a_{13} - a_7]}.$$

$$E_1 = \left[\frac{S \text{Pr}}{1-\eta} + 2 \right] \left[2 - \frac{S(1-\text{Pr})}{1-\eta} \right], \quad E_2 = 2 \left[2 - \frac{S}{1-\eta} \right].$$

$$a_1 = \frac{1}{[1 + \beta_v \text{KnFS Pr}]}, \quad a_2 = 1 - \frac{\beta_v \text{KnFS Pr}}{\eta}, \quad a_3 = \frac{1}{\left[1 - a_1 a_2 (\eta)^{\left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta}\right)}\right]},$$

$$a_4 = \frac{1}{(1-\eta)^2} \left[\frac{C_1 (\eta)^{\left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta} + 2\right)}}{E_1} + \frac{C_2 \eta^2}{E_2} \right], \quad a_5 = \left[\frac{\left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta} + 2\right)}{\left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta} + 2\right)} \frac{C_1 (\eta)^{\left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta} + 1\right)}}{E_1} + \frac{2\eta C_2}{E_2} \right], \quad a_6 = \frac{(1-\eta)}{S},$$

$$a_7 = (\eta)^{\frac{S}{1-\eta}} \left[1 - \frac{S \beta_v \text{Kn}}{\eta} \right], \quad a_8 = \frac{(1-\eta)}{S}, \quad a_9 = \frac{-\beta_v \text{Kn}}{(1-\eta)} a_5 + a_4, \quad a_{10} = \frac{1}{(1-\eta)^2} \left[\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right],$$

$$a_{11} = \left(\frac{S \text{Pr}}{1-\eta} + 2 \right) \frac{C_1}{E_1} + \frac{2C_2}{E_2}, \quad a_{12} = a_{10} + a_{11} \frac{\beta_v \text{Kn}}{(1-\eta)}, \quad a_{13} = [1 + S \beta_v \text{Kn}].$$

Статья поступила в редакцию 19 сентября 2013 г.
после доработки — 23 декабря 2013 г.