

9. Конохов В. К., Файзулаев В. П. Кинетика колебательной релаксации молекул в системе газ — аэрозоль и лазеры на двухфазных средах. — Квант. электроника, 1978, т. 5, № 7.
10. Legay-Sommaire N., Legay F. Vibrational relaxation and vibrational diffusion rates in liquid and solid CO. — Chem. Phys. Lett., 1977, vol. 52, N 2.
11. Кузнецов В. М. Кинетические коэффициенты в теории двухтемпературной колебательной релаксации. — Изв. АН СССР. Механика, 1965, № 3.
12. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Физматгиз, 1978.
13. Nagai O., Nakamura T. Quadrupole interaction in crystals. — Progress in Theoretical Physics, 1960, vol. 24, N 2.
14. Овчинников А. А. Локализованные долгоживущие колебательные состояния в молекулярных кристаллах. — ЖЭТФ, 1969, т. 57, вып. 1(7).
15. Бирюков А. С., Марченко В. М., Прохоров А. М. Инверсия населенности колебательных уровней при смешении потоков неравновесного азота и аэрозоля углекислоты. — ЖЭТФ, 1976, т. 71, вып. 5(11).
16. Благосклонов В. И., Кузнецов В. М. и др. О взаимодействии гиперзвуковых неоднородных течений. — ПМТФ, 1979, № 5.
17. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Некоторые вопросы тепло- и массообмена аэрозоля в неравновесном потоке колебательно-возбужденной среды. — ПМТФ, 1979, № 6.
18. Кожушнер М. А., Шуб Б. Р. Вероятность образования и время жизни молекул в колебательно-возбужденном состоянии при адсорбции. — В кн.: Нестационарные и неравновесные процессы в гетерогенном катализе. Проблемы кинетики и катализа. Вып. 17. М.: Наука, 1978.
19. Гудман Ф., Вахман Г. Динамика рассеяния газа поверхностью. М.: Мир, 1980.
20. Lennord-Jones J. E., Strachan C. I. The activation of absorbed atoms to higher vibrational states. — Proc. Roy. Soc., ser. A, 1935, vol. 150, p. 442.
21. Шайтан К. В. Многофононные процессы и динамика адсорбции атомов. — ЖФХ, 1977, т. LI, № 1.
22. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Многотемпературные модели в задачах неоднородных течений релаксирующего газа. — ЧММСС, 1980, т. 11, № 3.
23. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. Об одной газодинамической модели двухфазного течения с сильной уровневой неравновесностью. — Труды ЦАГИ, 1978, вып. 1932.
24. Алферов В. И., Бирюков А. С. и др. О возможности получения инверсии заселенностей энергетических уровней при гетерогенном смешении химически реагирующих потоков. — ДАН СССР, 1979, т. 248, № 5.
25. Piper L. G., Krech R. H., Taylor R. L. Generation of  $N_2$  in the thermal decomposition of  $NaN_3$ . — J. Chem. Phys., 1979, vol. 71, N 5.
26. Бирюков А. С., Марченко В. М., Прохоров А. М. О возможности использования газодинамического пиролиза для создания активных сред лазеров. — Квант. электроника, 1980, т. 7, № 10.
27. Конохов В. К., Файзулаев В. П. Адсорбционное разделение газов и изотопически замещенных молекул пучком аэрозоля. — Письма в ЖТФ, 1975, т. 1, вып. 15.
28. Кузнецов В. М., Селиверстов С. П. К обтеканию пластинки вязким потоком неравновесного газа. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1967, № 1.
29. Конохов В. К., Прохоров А. М. О возможности создания адсорбционно-газодинамического квантового генератора. — Письма ЖЭТФ, 1971, т. 13, вып. 4.

УДК 533.011.8 : 536.423.4

## ПОДОБИЕ ПРОЦЕССОВ КОНДЕНСАЦИИ В РАСШИРЯЮЩИХСЯ СТРУЯХ $CO_2$

С. А. Палопеженцев, В. Н. Ярыгин

(Новосибирск)

Многочисленные исследования процессов конденсации в сверхзвуковых струях показывают, что при выполнении определенных соотношений, связывающих геометрию сопла, давление и температуру торможения, эти процессы протекают подобным образом. В [1] для совершенного газа получено условие, при котором рост кластеров происходит подобным образом и приводит к одинаковому среднему размеру кластеров:

$$(1) \quad p_0 T_0^{(1,25\gamma-0,5)/(1-\gamma)} = A_d.$$

Здесь  $p_0$ ,  $T_0$  — давление и температура торможения соответственно;  $\gamma$  — отношение теплоемкостей;  $A_d$  — величина, зависящая от геометрии

сопла. Данное соотношение хорошо описывает одноатомные газы и азот. При расширении многоатомных газов с конденсацией, когда давления не так малы, чтобы колебательная релаксация была замороженной, теплоемкость становится функцией температуры. Это заметным образом влияет на распределение газодинамических параметров в потоке [2] и на положение точки достижения состояния насыщения. Совокупность параметров торможения  $\ln p_0$ ,  $\ln T_0$ , дающих одинаковый средний размер кластеров, не имеет линейной зависимости [1].

Попытки применения линейной аппроксимации [3, 4], возможной для небольших интервалов температур, приводят к интерпретации результатов на языке «эффективного показателя изэнтропы расширения», хотя известно, что описание расширения многоатомного газа постоянным отношением теплоемкостей условно и ограничено [2, 5]. При такой аппроксимации затруднено сравнение экспериментальных результатов, полученных в различных температурных интервалах.

Отысканию условий подобия процессов конденсации для газа, теплоемкость которого зависит от температуры, и посвящена данная работа. Для простоты анализа используется модель равновесного сферического расширения газа в вакуум, которая хорошо описывает дальнейшее поле течения осесимметричных струй вблизи оси. Зависимость теплоемкости  $\text{CO}_2$  от температуры взята из работы [6].

Основные рассуждения проводятся аналогично [1]. Будем считать, что кинетика роста кластера размером  $N$  и площадью  $Q$  определяется бимолекулярными реакциями с участием мономеров и мономолекулярными реакциями спонтанного испарения молекул с поверхности кластера. Таким образом, мы исключаем из рассмотрения стадию образования димеров, для которой важны тройные столкновения [7]. Рассмотрим некоторый участок расширения на оси струи, соответствующий интервалу изменения температуры  $(T, T - dT)$ . Тогда влияние бимолекулярных реакций на процесс роста кластера будет характеризоваться числом столкновений  $dz$  молекул с кластером на этом интервале, а влияние спонтанного испарения — соответствующим временным интервалом  $dt$ . Для определения зависимости этих величин от условий торможения рассмотрим сферическое истечение газа в вакуум. Исходная система уравнений неразрывности, состояния, энергии и движения имеет следующий вид:

$$(2) \quad r^2 u \rho = \text{const};$$

$$(3) \quad p = \rho R T;$$

$$(4) \quad u^2/2 + h = h_0;$$

$$(5) \quad \rho u du + dp = 0,$$

где  $r$  — координата;  $u$  — скорость;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $h$  — удельная энтальпия;  $R$  — газовая постоянная. Индексом 0 здесь и далее обозначены параметры торможения, индексом \* — параметры на критической сфере. Решение системы определено, если заданы  $p_0$ ,  $T_0$  и  $r_*$ . Из этих уравнений (либо прямо из термодинамического выражения для дифференциала внутренней энергии  $de = T ds - p dv$ ) можно получить следующее условие постоянства энтропии  $s$  для газа с переменной теплоемкостью:  $R \ln p = \int c_p \frac{dT}{T} + A_s$

$$\text{или, обозначая } \int c_p \frac{dT}{T} \equiv J(T),$$

$$(6) \quad R \ln p = J(T) + A_s.$$

Здесь  $c_p = c_p(T)$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $A_s$  — постоянная, характеризующая данную изэнтропу аналогично отношению теплоемкостей при  $c_p = \text{const}$ .

Выражение для энтальпии в случае переменной теплоемкости приобретает вид  $h = \int c_p dT + \text{const}$

или, обозначая интеграл через  $J_h$ , получим

$$(7) \quad h = J_h(T) + \text{const.}$$

Температура газа  $T_*$  на критической сфере определяется численным решением уравнения  $2[J_h(T_0) - J_h(T_*)] = RT_*/(1 - R/c_p(T_*))$ , скорость  $u_*$  — из уравнения энергии (4); давление  $p_*$ , используя уравнение (6), запишем в виде  $p_* = p_0 \exp[(J_* - J_0)/R]$ .

Временной интервал  $dt$  определяется выражением

$$(8) \quad dt = dr/u.$$

Выражение для  $dr$  получим дифференцированием уравнения неразрывности (2)

$$dr = -0,5r_* (\rho_* u_* / \rho u)^{0,5} (du/u + d\rho/\rho),$$

или, используя уравнения (3), (5), имеем

$$(9) \quad dr = dT 0,5r_* (\rho_* u_* / \rho u)^{0,5} c_p (1 - M^2)/u^2,$$

где  $M$  — число Маха.

Частота столкновений молекул с кластером определяется выражением

$$(10) \quad f = 0,25(p/kT)Q(8kT/\pi m)^{0,5}.$$

С учетом (8)—(10) для числа столкновений мономеров с кластером на интервале  $dT$  имеем

$$(11) \quad dz = dT (8k\pi m)^{-0,5} Q r_* p c_p (1 - M^2) (\rho_* u_* / \rho u)^{0,5} / (u^3 T^{0,5}).$$

Для струй с начальными условиями, соответствующими одной изэнтропе, состояние насыщения будет достигаться при одинаковых давлении и температуре. Из уравнения (6) следует, что для таких струй при любом заданном температурном интервале ( $T, T - dT$ ) одинаковыми будут давление  $p$  и частота столкновений  $f$ . Поэтому число столкновений  $dz$ , так же как и временной интервал  $dt$ , при изэнтропическом изменении параметров торможения будет зависеть только от температуры в форкамере. Эту зависимость отражает функция

$$(12) \quad F(T, T_0) = (M^2 - 1) [u_*/(uT_*)]^{0,5} u^{-3} \exp(J_*/2R),$$

которая выделена из правой части уравнения (11). Ее поведение представлено на фиг. 1 для значений температуры в потоке  $T = 50; 100; 200; 400$  К (кривые 1—4 соответственно). Видно, что с увеличением температуры торможения функция  $F$  возрастает, а значит, увеличивается и временной интервал  $dt$ . Сравнение с экспериментами [1] показывает, что в этом случае баланс бимолекулярных реакций роста кластеров и реакций спонтанного распада приводит к увеличению размера кластера, поэтому изэнтропическое обобщение параметров торможения дает верхнюю границу заданного среднего размера кластеров.

Нижнюю границу можно получить, потребовав такого изменения условий торможения, чтобы число столкновений  $dz$  было постоянным. Реализуем эту программу.

Для практически интересной области температур торможения от 200 до 2500 К функцию  $F(T, T_0)$  можно аппроксимировать выражением

$$F(T, T_0) \approx b(T) T_0 \exp(a_T T_0),$$

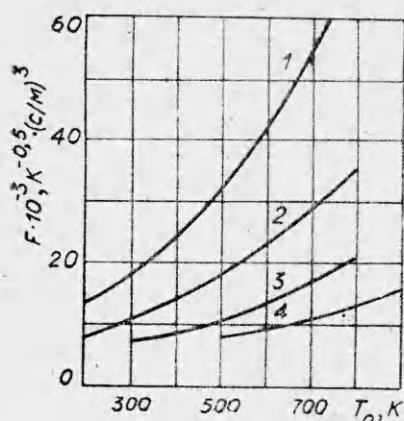
где  $a_T = 8,54 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ .

Тогда для  $dz$  имеем

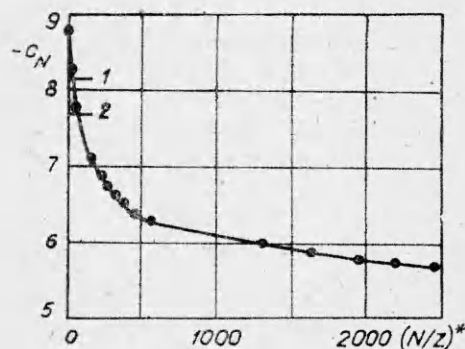
$$dz \sim p(T, A_s) T_0 \exp(a_T T_0).$$

Условие постоянства  $dz$  для заданного температурного интервала ( $T, T - dT$ ) приводит к следующему соотношению между давлением и температурой торможения:

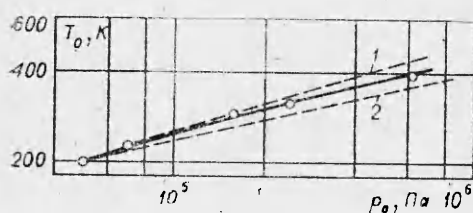
$$(13) \quad \ln p_0 = J_0/R - \ln T_0 - a_T T_0 + c_2,$$



Ф и г. 1



Ф и г. 3



Ф и г. 2

где  $c_z$  — постоянная. При перемещении вдоль этой кривой в сторону увеличения температуры торможения вклад бимолекулярных реакций в рост кластера будет неизменным, в то время как вклад спонтанного испарения будет возрастать за счет увеличения временного интервала  $dt$ . Таким образом, средний размер кластеров будет уменьшаться.

Мы получили верхнюю и нижнюю граничные зависимости, обобщающие условия торможения, при которых средний размер кластеров остается постоянным. Они выражаются уравнениями (6), (13). Можно ожидать, что наилучшим приближением к истинной зависимости будет средняя

$$(14) \quad \ln p_0 = J_0/R - 0,5 \ln T_0 - 0,5a_T T_0 + c_N,$$

где  $c_N$  — постоянная.

На фиг. 2 представлены экспериментальные результаты, взятые из [8]. Они соответствуют условиям торможения, дающим в дальнем поле течения величину так называемого среднего характерного размера кластеров  $(N/z)^*$ , равную 1000 (реальный размер  $N$ , нейтрального кластера в 3—5 раз больше характерного [8]). Данные приведены к эквивалентному диаметру звукового сопла  $d = 2,4 \cdot 10^{-3}$  м [1]. Сплошная линия на фиг. 2 — аппроксимация по уравнению (14). Штриховые линии 1, 2 есть граничные кривые, соответствующие формулам (13), (6). Как видим, уравнение (14) хорошо описывает экспериментальные данные. В [9] сформулированы приближенные законы подобия для перехода от одних начальных условий к другим при конденсации данного вещества. Они сводятся к требованию сохранения числа столкновений, которое испытывает молекула пара за все время от момента насыщения и до бесконечности. Представляет интерес проверка выполнения этого условия для нашего случая. С этой целью выбраны на основной кривой фиг. 2 две достаточно удаленные точки с температурами торможения  $T_{01} = 200$  К и  $T_{02} = 500$  К, и для них интегрированием выражения (11) вычислены соответствующие числа столкновений. Их отношение оказалось равным  $z_2 : z_1 = 1,24$  (для более близких точек согласие будет, очевидно, лучшим). Таким образом, найденный нами закон подобия в виде (14) удовлетворяет условию сохранения числа бинарных столкновений за кривой фазового перехода.

В [4] для описания конденсации расширяющихся паров воды с начальными условиями  $T_0 = 3390$  К,  $p_0 = 3,2 \cdot 10^6$  Па и  $d = 0,93$  м использована формула (1) с  $\gamma = 1,33$  (т. е. без учета колебательной теплоемкости). В случае с  $\text{CO}_2$  это приблизительно равносильно тому, когда для температуры  $T_0 = 3000$  К используется  $\gamma = 1,4$ , в то время как проведение

касательной к кривой (14) и определение  $\gamma$  по формуле (1) дает значение  $\gamma = 1,168$ .

При заданной геометрии сопла каждому заданному среднему размеру кластеров соответствует, согласно уравнению (14), определенное значение постоянной  $c_N$ . В [10] получена экспериментальная зависимость среднего характерного размера кластеров  $(N/z)^* \geq 150$  от давления торможения при температуре в форкамере  $T_0 = 298$  К. В [11], где использовался метод лазерной диагностики, аналогичная зависимость получена для размера кластеров вплоть до единицы. На фиг. 3 данные обеих работ представлены в виде зависимости параметра  $c_N$  от величины  $(N/z)^*$  (точками на кривой обозначены использованные экспериментальные данные). Данные приведены к диаметру сопла  $d = 8,1 \cdot 10^{-4}$  м. (Использован закон подобия  $\rho_0 d^{0,6} = \text{const}$  [11].) Из фиг. 3 видно, как с увеличением среднего размера кластеров вначале при малых значениях  $(N/z)^*$  соответствующие условия торможения изменяются быстро, в области же  $(N/z)^* \geq 500$  малым изменениям условий торможения соответствуют значительные изменения среднего размера кластеров. Это говорит о том, что процессы конденсации в данной области идут очень активно. В молекулярно-пучковых исследованиях конденсации в  $\text{CO}_2$  [3] в области температур торможения от 234 до 300 К получены значения давления торможения, при которых наблюдается минимум интенсивности молекулярного пучка. Обработка этих данных по уравнению (14) дает величину  $c_N = -8,15$ , отмеченную на фиг. 3 горизонтальной линией 1. Линия 2 ( $c_N = -7,69$ ) соответствует экспериментам работы [12], где получены условия торможения, при которых наблюдается максимум сигнала димеров. Известно [3], что минимуму интенсивности молекулярного пучка соответствует более ранняя стадия конденсации. В согласии с этим из фиг. 3 следует, что минимуму интенсивности молекулярного пучка соответствует меньшая величина среднего размера кластеров по сравнению с таковой для максимума сигнала димеров.

Возможность сопоставления с теми или иными эффектами в конденсирующихся струях определенной стадии конденсации позволяет единым образом интерпретировать результаты на языке среднего размера кластеров. При этом следует иметь в виду, что при некоторых условиях торможения наблюдаемые явления могут подвергаться влиянию эффектов вязкости и неравновесности. Корреляция параметров торможения по уравнению (14) и является критерием того, насколько сильно наблюдаемое явление связано с процессом конденсации.

Поступила 27 I 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hagen O. F., Obert W. Cluster formation in expanding supersonic jets: effect of pressure, temperature, nozzle size, and test gas.— J. Chem. Phys., 1972, vol. 56, N 5.
2. Сковородко П. А. Колебательная релаксация в свободной струе углекислого газа.— В кн.: Некоторые задачи гидродинамики и теплообмена. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1976.
3. Востриков А. А., Ребров А. К., Семячкин Б. Е. Конденсация  $\text{SF}_6$ ,  $\text{CF}_2\text{Cl}_2$ ,  $\text{CO}_2$  в расширяющихся струях.— ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 11.
4. Kung R. T. V., Cianciolo L., Myer J. A. Solar scattering from condensation in Apollo translunar injection plume.— AIAA J., 1975, vol. 13, N 4.
5. Бегеров И. М., Бржазовский Ю. В., Востриков А. А., Гайский Н. В., Семячкин Б. Е. Молекулярно-пучковая диагностика конденсации  $\text{SF}_6$  в присутствии лазерного излучения.— В кн.: Диагностика потоков разреженного газа. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1979.
6. Вукалович М. П., Алтуни В. В. Теплофизические свойства двуокиси углерода. М.: Атомиздат, 1965.
7. Вигасин А. А. Кинетика образования димеров в потоках разреженного водяного пара.— ПМТФ, 1981, № 1.
8. Hagen O. F., Obert W. Condensation in supersonic free jets: experiments with different gases.— In: 7th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Pisa, 1970.
9. Райзер Ю. П. О конденсации в облаке испаренного вещества, расширяющегося в пустоту.— ЖЭТФ, 1959, т. 37, вып. 6.

10. Hagena O. F. Nucleation and growth of clusters in expanding nozzle flows. — Surface Science, 1981, vol. 106, N S1—3.
11. Lewis J. W. L., Williams W. D., Powell H. M. Laser diagnostics of a condensing binary mixture expansion flow field. — In: 9th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Germany, 1974, vol. 2, p. F 7—1.
12. Golomb D., Good R. E. et al. Dimers, clusters and condensation in free jets. II. — J. Chem. Phys., 1972, vol. 57, N 9.

УДК 539.19

## УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОДОЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А. М. Сагалаков, К. А. Сергеев

(Барнаул)

В последние годы значительное развитие получил новый раздел электромагнитной гидродинамики — электрогидродинамика. Теоретические исследования в этой области стимулируются разнообразными приложениями в технике [1—5]. К настоящему времени сооружены действующие электрогидродинамические насосы и генераторы, трансформаторы постоянного тока. Однако дальнейшая разработка электрогидродинамических устройств тормозится неполнотой, а иногда и противоречивостью представлений о закономерностях электрофизики и гидромеханики слабопроводящих жидкостей и газов [2]. Пожалуй, наиболее слабо изучены вопросы устойчивости и турбулентности электрогидродинамических течений.

В данной работе анализируется устойчивость плоскопараллельных электрогидродинамических течений в продольном электрическом поле по отношению к малым возмущениям.

Выберем в качестве характерной длины величину  $l_0$ , равную полуширине канала, в качестве характерной скорости — величину  $V_0$ . Пусть  $E_0$  — напряженность внешнего приложенного электрического поля. Будем измерять напряженность электрического поля, объемную плотность заряда, время, давление, плотность тока в единицах  $E_0$ ,  $\tilde{\rho}_e$ ,  $l_0/V_0$ ,  $\rho V_0^2$ ,  $K\tilde{\rho}_e$ ,  $E_0$  ( $\rho$  — плотность жидкости,  $K$  — коэффициент подвижности ионов). Тогда систему уравнений электрогидродинамики вязкой несжимаемой жидкости можно записать в безразмерной форме

$$(1) \quad \partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + (1/\text{Re}) \Delta \mathbf{v} + \text{Eu}_e \rho_e \mathbf{E} + \Gamma \nabla E^2;$$

$$(2) \quad \text{div } \mathbf{v} = 0;$$

$$(3) \quad \text{rot } \mathbf{E} = 0;$$

$$(4) \quad \text{div } \mathbf{E} = \text{Re}_e \rho_e;$$

$$(5) \quad \partial \rho_e / \partial t + (1/M_e) \text{div } \mathbf{j} = 0;$$

$$(6) \quad \mathbf{j} = \rho_e (M_e \mathbf{v} + \mathbf{E}) - (1/\text{Re}_i) \nabla \rho_e.$$

Здесь  $\mathbf{v}$  — скорость;  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля;  $\rho_e$  — объемная плотность заряда;  $\mathbf{j}$  — плотность тока;  $\text{Re}$  — число Рейнольдса;  $\text{Re}_e = \tilde{\rho}_e l_0 / \varepsilon_0 E_0$  — электрическое число Рейнольдса;  $M_e = V_0 / K E_0$  — электрическое число Маха;  $\text{Re}_i = K l_0 E_0 / D$  — ионное число Рейнольдса;  $\text{Eu}_e = \tilde{\rho}_e E_0 l_0 / \rho V_0^2$  — электрическое число Эйлера;  $\Gamma = (\varepsilon - \varepsilon_0) E_0^2 / 2 \rho V_0^2$  — число электрического давления ( $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость жидкости,  $D$  — коэффициент диффузии).

В уравнении Навье — Стокса (1) учтены воздействие на заряженную жидкость со стороны электрического поля (член  $\text{Eu}_e \rho_e \mathbf{E}$ ) и сила, действующая на слабо поляризующийся диэлектрик в неоднородном электрическом поле (член  $\Gamma \nabla E^2$ ). Условие несжимаемости дает уравнение (2). Соотношение (4) — одно из уравнений электродинамики. В электрогидродинамике эффекты, обусловленные магнитной индукцией, не учитываются. Электри-