УДК 629.7.023:539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ И ВНУТРЕННЕМ ДАВЛЕНИИ

Л. П. Железнов, А. Н. Серьезнов

Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина, 630051 Новосибирск, Россия E-mails: Zgeleznov@sibnia.ru, cvile@sibnia.ru

С использованием метода конечных элементов получены решения задач о прочности и устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек, выполненных из композиционного материала, с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженнодеформированного состояния. Исследована устойчивость подкрепленного отсека фюзеляжа самолета, выполненного из композиционного материала, при чистом изгибе и нагружении внутренним давлением. Изучено влияние нелинейности деформирования, жесткости стрингеров, толщины оболочки на критические нагрузки, при которых происходит потеря устойчивости оболочки.

Ключевые слова: цилиндрические композитные оболочки, дискретное подкрепление, нелинейное деформирование, устойчивость, метод конечных элементов.

DOI: 10.15372/PMTF20220220

Введение. В настоящее время в современных летательных аппаратах широко применяются анизогридные сетчатые конструкции из композиционных материалов, которые изготавливаются методом непрерывной намотки. Анизогридные конструкции могут применяться либо как самостоятельные конструкции, состоящие только из подкреплений, либо совместно с обшивкой. В работах [1, 2] получены аналитические оценки напряженнодеформированного состояния регулярной сетчатой оболочки с использованием вариационного принципа и безмоментной теории оболочек, при этом реберная структура заменяется сплошным слоем с осредненной жесткостью. В настоящее время методы расчета на прочность и устойчивость сетчатых конструкций с учетом нелинейности исходного напряженно-деформированного состояния исследованы недостаточно. Большинство известных решений задач об устойчивости оболочек получено аналитическими методами в линейном приближении без учета моментности и нелинейности докритического состояния оболочек, т. е. в классической постановке [3, 4]. Поэтому разработка надежных и эффективных методов расчета анизогридных конструкций является актуальной задачей. При решении этой задачи широко используется метод конечных элементов, преимуществами которого являются универсальность, физичность и возможность неограниченного применения для сложных конструкций при произвольном нагружении.

В работе [5] приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований устойчивости оболочек из армированных материалов. В [6] изложены алгоритмы числен-

ного решения нелинейных задач об устойчивости и колебаниях симметрично нагруженных конструкций, состоящих из оболочек вращения, соединенных между собой с помощью упругих шпангоутов.

В настоящей работе задача о прочности и устойчивости цилиндрических композитных оболочек при нагружении изгибающим моментом и внутренним давлением решается методом конечных элементов с использованием метода Ньютона — Канторовича [7]. Используются разработанные авторами данной работы на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы цилиндрических композитных оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения (перемещения конечных элементов как твердого тела) [8]. Проводится исследование прочности и устойчивости отсека фюзеляжа пассажирского самолета в виде круговой анизогридной цилиндрической оболочки в широком диапазоне значений параметров жесткости оболочки.

Система уравнений и метод решения задачи. При решении рассматриваемой задачи использован принцип возможных перемещений для упругих тел. Алгоритм получения системы нелинейных алгебраических уравнений равновесия оболочки изложен в работе [8].

Варьируя полную потенциальную энергию по узловым перемещениям конечного элемента, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений конечного элемента. С учетом условия совместности узловых перемещений элементов и граничных условий получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений всех конечных элементов оболочки

$$K\boldsymbol{u}' - \boldsymbol{Q} = 0, \tag{1}$$

где K — матрица жесткости оболочки, элементы которой получаются суммированием элементов матриц жесткости отдельных конечных элементов с использованием матрицы индексов [9]; \boldsymbol{Q} — вектор обобщенных узловых сил оболочки; \boldsymbol{u}' — вектор узловых перемещений оболочки.

Система (1) решается с помощью метода Ньютона — Канторовича [10], уравнение которого имеет вид

$$H(\boldsymbol{u}'_n)\Delta = \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{G}, \qquad \boldsymbol{u}'_{n+1} = \boldsymbol{u}'_n + \Delta,$$

где *H* — матрица, элементами которой являются элементы второй вариации потенциальной энергии деформации подкрепленной оболочки; *G* — градиент потенциальной энергии деформации.

Критическая нагрузка определяется либо как предельная по расходимости итерационного процесса при резком возрастании перемещений в отдельных узлах конечноэлементной сетки, либо как бифуркационная с использованием энергетического критерия устойчивости, согласно которому равновесное состояние устойчиво при $\delta^2 \Pi > 0$. Форма потери устойчивости оболочки определяется из решения системы $H\delta = 0$, где δ — вектор бифуркационных узловых перемещений.

Геометрические и жесткостные характеристики исследуемого отсека фюзеляжа самолета. Рассмотрим подкрепленную продольными и поперечными ребрами круговую цилиндрическую оболочку в виде отсека фюзеляжа пассажирского самолета, форма поперечного сечения которого близка к форме поперечного сечения отсека фюзеляжа самолета ЯК-40. Оболочка находится под действием краевого изгибающего момента, приложенного к свободному краю оболочки, и внутреннего давления q. Исследуются различные виды подкреплений оболочки: анизогридное подкрепление (рис. 1) и ортогональное подкрепление по линиям главных кривизн. На нагруженном торце оболочки задается условие $w_x = 0$, на другом торце — условия $u = v = w_x = 0$.



Рис. 1. Укладка монослоев в общивке (*a*) и подкреплений оболочки (*б*): 1 — волокно, 2 — матрица

Оболочка имеет длину L = 1680 мм, радиус R = 1200 мм и подкреплена равноотстоящими подкрепляющими ребрами с прямоугольным поперечным сечением, имеющими различную жесткость (см. рис. 1). Общивка оболочки выполнена из многослойного композиционного материала с квазиизотропной укладкой монослоев относительно срединной поверхности общивки. Механические характеристики монослоя имели следующие значения: модуль упругости в продольном направлении монослоя $E_1 = 125510$ МПа, модуль упругости в поперечном направлении монослоя $E_2 = 8780$ МПа, модуль сдвига $G_{12} = 4740$ МПа, разрушающие продольные напряжения монослоя $\sigma_{1B}^+ = 2340$ МПа, $\sigma_{1B}^- = 1240$ МПа, разрушающие поперечные напряжения монослоя $\sigma_{2B}^+ = 51,7$ МПа, $\sigma_{2B}^- = 211,2$ МПа (знак "–" соответствует сжатию, знак "+" — растяжению), касательные напряжения $\tau_{12B} = 71,4$ МПа, коэффициент Пуассона монослоя $\mu_{12} = 0,34$, толщина монослоя $\delta = 0,192$ мм.

Результаты численных расчетов. В численных расчетах использовались жесткости оболочки и подкреплений, приведенные к срединной поверхности оболочки. Приведенные жесткостные характеристики материала общивки получены с использованием формул [11] в предположении, что в материале реализуется плоское напряженное состояние:

$$B_{11} = \sum_{k=1}^{n} (\bar{E}_{1}^{(k)} \cos^{4} \varphi_{k} + 2\bar{E}_{1}^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^{2} \varphi_{k} \cos^{2} \varphi_{k} + \bar{E}_{2}^{(k)} \sin^{4} \varphi_{k} + G_{12}^{(k)} \sin^{2} 2\varphi_{k}) (z_{k} - z_{k-1}),$$

$$B_{22} = \sum_{k=1}^{n} (\bar{E}_{1}^{(k)} \sin^{4} \varphi_{k} + 2\bar{E}_{1}^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^{2} \varphi_{k} \cos^{2} \varphi_{k} + E_{12}^{(k)} \sin^{2} 2\varphi_{k}) (z_{k} - z_{k-1}),$$

$$B_{22} = \sum_{k=1}^{n} (E_1^{(k)} \sin^4 \varphi_k + 2E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \bar{E}_2^{(k)} \cos^4 \varphi_k + G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k)(z_k - z_{k-1}),$$

$$B_{12} = B_{21} = \sum_{k=1}^{n} [(\bar{E}_1^{(k)} + \bar{E}_2^{(k)}) \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \bar{E}_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} (\sin^4 \varphi_k + \cos^4 \varphi_k) - G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k](z_k - z_{k-1}),$$

$$\begin{split} D_{11} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} (E_1^{(k)} \cos^4 \varphi_k + 2E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \\ &\quad + E_2^{(k)} \sin^4 \varphi_k + G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k) (z_k^3 - z_{k-1}^3), \\ D_{22} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} (E_1^{(k)} \sin^4 \varphi_k + 2E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \\ &\quad + E_2^{(k)} \cos^4 \varphi_k + G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k) (z_k^3 - z_{k-1}^3), \\ D_{12} &= D_{21} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} [(E_1^{(k)} + E_2^{(k)}) \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \\ &\quad + E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} (\sin^4 \varphi_k + \cos^4 \varphi_k) - G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k] (z_k^3 - z_{k-1}^3), \\ K_{11} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} (E_1^{(k)} \cos^4 \varphi_k + 2E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \\ &\quad + E_2^{(k)} \sin^4 \varphi_k + G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k) (z_k^2 - z_{k-1}^2), \\ K_{22} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} (E_1^{(k)} \sin^4 \varphi_k + 2E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \\ &\quad + E_2^{(k)} \cos^4 \varphi_k + G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k) (z_k^2 - z_{k-1}^2), \\ K_{12} &= K_{21} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} ([E_1^{(k)} + E_2^{(k)}) \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + \\ &\quad + E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} (\sin^4 \varphi_k + \cos^4 \varphi_k) - G_{12}^{(k)} \sin^2 2\varphi_k] (z_k^2 - z_{k-1}^2), \\ B_{13} &= B_{31} &= \sum_{k=1}^{n} \sin \varphi_k \cos \varphi_k [E_1^{(k)} (1 - \mu_{21}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k - \\ &\quad - 2G_{12}^{(k)} \cos^2 2\varphi_k - E_2^{(k)} (1 - \mu_{12}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k] (z_k - z_{k-1}), \\ B_{23} &= B_{32} &= \sum_{k=1}^{n} \sin \varphi_k \cos \varphi_k [E_1^{(k)} (1 - \mu_{21}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k + \\ &\quad + 2G_{12}^{(k)} \cos^2 2\varphi_k - E_2^{(k)} (1 - \mu_{12}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k] (z_k - z_{k-1}), \\ K_{13} &= K_{31} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \sin \varphi_k \cos \varphi_k [E_1^{(k)} (1 - \mu_{21}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k + \\ &\quad - 2G_{12}^{(k)} \cos^2 2\varphi_k - E_2^{(k)} (1 - \mu_{12}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k] (z_k^2 - z_{k-1}^2), \\ K_{23} &= K_{32} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \sin \varphi_k \cos \varphi_k [E_1^{(k)} (1 - \mu_{21}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k + 2G_{12}^{(k)} \cos^2 2\varphi_k - \\ &\quad - 2G_{12}^{(k)} (1 - \mu_{12}^{(k)}) \cos^2 \varphi_k] (z_k^2 - z_{k-1}^2), \\ K_{23} &= K_{32} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \sin \varphi_k \cos \varphi_k [E_1^{(k)} (1 - \mu_{21}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k + 2G_{12}^{(k)} \cos^2 2\varphi_k - \\ &\quad - E_2^{(k)} (1 - \mu_{12}^{(k)}) \cos^2 \varphi_k] (z_k^2 - z_{k-1}^2), \\ B_{33} &= \sum_{k=1}^{n} [(E_1^{(k)} + E_2^{(k)} - 2E_1^{(k)} \mu_{21}^{(k)} + G_{12}^{(k)}) \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_k + G_{12}$$

$$K_{33} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} [(\bar{E}_{1}^{(k)} + \bar{E}_{2}^{(k)} - 2\bar{E}_{1}^{(k)}\mu_{21k}^{(k)} + G_{12}^{(k)})\sin^{2}\varphi_{k}\cos^{2}\varphi_{k} + G_{12}^{(k)}\cos^{2}2\varphi_{k}](z_{k}^{2} - z_{k-1}^{2}),$$

$$D_{33} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} [(\bar{E}_{1}^{(k)} + \bar{E}_{2}^{(k)} - 2\bar{E}_{1}^{(k)}\mu_{21k}^{(k)} + G_{12}^{(k)})\sin^{2}\varphi_{k}\cos^{2}\varphi_{k} + G_{12}^{(k)}\cos^{2}2\varphi_{k}](z_{k}^{3} - z_{k-1}^{3}).$$

Здесь k — номер слоя общивки; z_k, z_{k-1} — координаты верхней и нижней поверхностей k-го слоя общивки. С общивкой связана декартова система координат (x, y, z), а с каждым армированным слоем с номером k — локальная система координат, начало которой совпадает с началом координат системы (x, y, z) (см. рис. 1). Ось 1 направлена вдоль армирующих волокон k-го слоя и составляет угол φ_k с осью x.

Подкрепления выполнены из того же композиционного материала, что и общивка, и представляют собой монослои однонаправленно уложенные путем спиральной непрерывной намотки. В результате получается так называемая анизогридная оболочка. Выражения для жесткостных характеристик такой системы подкреплений, полученные с использованием формул работы [1] и приведенные к срединной поверхности общивки, имеют следующий вид:

$$B_{11\pi} = E_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\cos^{4}(\varphi), \qquad B_{22\pi} = E_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\sin^{4}(\varphi),$$

$$B_{12\pi} = E_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\cos^{2}(\varphi)\sin^{2}(\varphi), \qquad B_{33\pi} = G_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\cos^{2}(\varphi)\sin^{2}(\varphi),$$

$$D_{11\pi} = E_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})(a_{\pi}^{2}/12 + e_{\pi}^{2})\cos^{4}(\varphi), \qquad D_{22\pi} = E_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})(a_{\pi}^{2}/12 + e_{\pi}^{2})\sin^{4}(\varphi),$$

$$D_{12\pi} = E_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})(a_{\pi}^{2}/12 + e_{\pi}^{2})\cos^{2}(\varphi)\sin^{2}(\varphi),$$

$$D_{33\pi} = G_{\pi}a_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})(a_{\pi}^{2}/12 + e_{\pi}^{2})\cos^{2}(\varphi)\sin^{2}(\varphi),$$

$$K_{11\pi} = E_{\pi}a_{\pi}e_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\cos^{4}(\varphi), \qquad K_{22\pi} = E_{\pi}a_{\pi}e_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\sin^{4}(\varphi),$$

$$K_{12\pi} = E_{\pi}a_{\pi}e_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\cos^{2}(\varphi)\sin^{2}(\varphi), \qquad K_{33\pi} = G_{\pi}a_{\pi}e_{\pi}(b_{\pi}/d_{\pi})\cos^{2}(\varphi)\sin^{2}(\varphi)$$

 $(e_{\rm n}$ — эксцентриситет подкреплений относительно срединной поверхности общивки). В случае расчета прочности и устойчивости ортогонально подкрепленной оболочки используются известные формулы для конструктивно ортотропной оболочки [9]. Модуль упругости и модуль сдвига материала подкреплений принимаем равными $E_{\rm n} =$ 83 670 МПа, $G_{\rm n} = 4000$ МПа соответственно.

Рассматриваются два варианта укладки монослоев общивки: 1) [0°, 90°, ±45°, 90°, 0°]; 2) [0°, 0°, 0°, ±45°, 90°, ±45°, 90°, 0°, 0°, 0°]. В первом варианте укладки толщина общивки равна 1,152 мм, во втором — 2,304 мм.

Расчеты выполнены для нескольких вариантов геометрических и жесткостных характеристик подкреплений (см. таблицу).

Оболочка разбивалась конечно-элементной сеткой с числом конечных элементов $m \times n = 14 \times 100$, что обеспечивало сходимость решения по числу конечных элементов, где

Вариант подкрепления	a_{Π} , MM	b_{π} , мм	d_{π} , MM	φ , град	J_{Π}, mm^4
1	10	2,5	103,6447	30, 90, 0, -30	208
2	20	5,0	$103,\!6447$	30, 90, 0, -30	3333
3	30	7,5	$103,\!6447$	30, 90, 0, -30	16875
4	40	10,0	$103,\!6447$	30, 90, 0, -30	53333
5	50	12,5	$103,\!6447$	30, 90, 0, -30	130208

Геометрические и жесткостные характеристики подкреплений



Рис. 2. Зависимость параметра k_m от жесткости системы подкреплений J_c при различной толщине оболочки h:

а — h = 1,152 мм, б — h = 2,304 мм; сплошные линии — линейное решение, штриховые — нелинейное решение; 1 — оболочка со спиральной намоткой, 2 — оболочка с ортогональной намоткой, 3 — конструктивно ортотропная металлическая оболочка

m — число конечных элементов вдоль образующей оболочки; n — число конечных элементов вдоль направляющей. Результаты расчетов представлены на рис. 2–5 ($k_m = M^*/M_0$, M^* — критическое значение изгибающего момента, $M_0 = \pi E R h^2 / \sqrt{3(1-\nu^2)}$ — верхнее критическое значение изгибающего момента для неподкрепленных металлических оболочек [12]).

Для определения эффективности композиционных материалов проводились исследования того же отсека фюзеляжа из алюминиевого сплава. Размеры подкреплений и толщина оболочек в этом случае такие же, как в случае отсека, изготовленного из композитного материала.

На рис. 2 показаны зависимости k_m от жесткости системы подкреплений $J_c = b_n a_n^3/12$ при различной толщине оболочек h. Из рис. 2 следует, что при учете геометрической нелинейности в большинстве исследованных оболочек критические значения нагрузок уменьшаются. Результаты расчетов с учетом нелинейности обычно отличаются от результатов расчетов без учета нелинейности на 3–10 %. С увеличением толщины h уменьшение критических значений параметра k_m может достигать 150 %. При малой жесткости подкреплений $J_c < 20\,000$ мм⁴ для металлической оболочки критические значения изгибающего момента больше, чем для композитной. При $J_c > 20\,000$ мм⁴ критические значения изгибающего момента для оболочек с ортогональным подкреплением больше, чем для оболочек со спиральным подкреплением. В этом случае анизогридные оболочки менее эффективны.

На рис. 3 представлена зависимость k_m от внутреннего давления q для оболочек толщиной h = 1,152 мм при различной жесткости спирального подкрепления. Видно, что при учете нелинейности критические значения нагрузок уменьшаются во всем диапазоне значений внутреннего давления. В большинстве расчетов результаты, полученные с учетом нелинейности, отличаются от результатов, полученных без учета нелинейности, на 3-15%. С увеличением жесткости подкреплений это различие увеличивается.

На рис. 4 показаны формы потери устойчивости при q = 0,1 МПа и различной жесткости подкреплений. Потеря устойчивости происходит в нижней части оболочки в резуль-



Рис. 3. Зависимость параметра k_m от внутреннего давления при различных вариантах подкрепления (см. таблицу):

1— вариант 1, 2 — вариант 2, 3 — вариант 3, 4 — вариант 4, 5 — вариант 5; сплошные линии — линейное решение, штриховые — нелинейное решение



Рис. 4. Формы потери устойчивости: а — при малой жесткости подкреплений (вариант 1), б — при большой жесткости (вариант 5)



Рис. 5. Зависимость момента k_m от жесткости системы подкреплений J_c при h = 1,152 мм:

сплошные линии — линейное решение, штриховые — нелинейное решение; 1 — q=0,2 — q=0,05МПа, 3 — q=0,10МПа

тате действия продольных сжимающих усилий. С увеличением жесткости подкреплений число волн на длине оболочки увеличивается.

На рис. 5 показана зависимость k_m от жесткости системы подкреплений J_c при толщине оболочки со спиральной намоткой h = 1,152 мм и различных значениях внутреннего давления q. Из рис. 5 следует, что при учете нелинейности критические значения нагрузок уменьшаются во всем диапазоне значений жесткости подкреплений. В большинстве расчетов результаты, полученные с учетом нелинейности, отличаются от результатов, полученных без учета нелинейности, на 3–15 %. С увеличением жесткости подкреплений это различие увеличивается.

На рис. 6 показаны зависимости \bar{k}_m (отношение критического момента при действии внутреннего давления к критическому моменту в случае отсутствия внутреннего давления) от внутреннего давления q для оболочек толщиной h = 1,152 мм со спиральной намоткой. Видно, что при наличии внутреннего давления критические значения параметра \bar{k}_m увеличиваются, причем наиболее существенно при малой жесткости системы подкреплений (вариант 1). В большинстве расчетов результаты, полученные с учетом нелинейности, отличаются от результатов, полученных без учета нелинейности, на 3–15 %. С увеличением жесткости подкреплений это различие увеличивается.

На рис. 7 показаны зависимости параметра весовой эффективности $\hat{k}_m = k_m/(G/G_3)$ (G — вес рассматриваемого отсека фюзеляжа; G_3 — вес эталонного отсека (металлическая оболочка толщиной h = 1,152 мм с подкреплением (вариант 1)) от жесткости системы подкреплений и толщины общивки. Эти зависимости приведены для композитных оболочек со спиральной (кривые 1) и ортогональной (кривые 2) намоткой подкреплений и для металлической оболочки (кривые 3). Из рис. 7 следует, что анизогридные оболочки (спиральная намотка) наиболее эффективны при относительно малой жесткости подкреплений $J_c < 40\,000 \text{ мм}^4$. Эффективность металлических оболочек обычно меньше эффективности композитных оболочек. Для большинства исследованных оболочек учет нелинейности приводит к уменьшению критических значений параметра \hat{k}_m . При увеличении жесткости подкреплений весовая эффективность анизогридных оболочек уменьшается.



Рис. 6. Зависимость параметра \bar{k}_m от внутреннего давления при различных вариантах подкрепления (см. таблицу):

1— вариант 1, 2 — вариант 2, 3 — вариант 3, 4 — вариант 4, 5 — вариант 5; сплошные линии — линейное решение, штриховые — нелинейное решение



Рис. 7. Зависимость параметра весовой эффективности \hat{k}_m от жесткости системы подкреплений J_c при различной толщине оболочки h: a - h = 1,152 мм, $\delta - h = 2,304$ мм; сплошные линии — линейное решение, штриховые — нелинейное решение; 1 — оболочка со спиральной намоткой, 2 — оболочка с

ортогональной намоткой, 3 — конструктивно ортотропная металлическая оболочка

Заключение. В работе проведено исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитной цилиндрической оболочки при чистом изгибе и внутреннем давлении. Установлено, что результаты расчетов с учетом нелинейности исходного состояния оболочки отличаются от результатов расчетов без учета нелинейности на 5–15 %. Весовая эффективность металлических оболочек меньше весовой эффективности композитных оболочек. При относительно малой жесткости системы подкреплений ($J_c < 40\,000 \text{ мм}^4$) весовая эффективность анизогридных оболочек больше весовой эффективности оболочек с ортогональным расположением подкреплений.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Васильев В. В. Механика конструкций из композитных материалов. М.: Машиностроение, 1988.
- 2. Васильев В. В., Бунаков В. А. Проектирование сетчатых композитных цилиндрических оболочек, сжатых в осевом направлении // Механика конструкций из композиц. материалов. 2000. № 2. С. 68–77.
- 3. Бакулин В. Н., Виноградов Ю. И. Аналитическое и асимптотическое решение краевых задач механики деформирования оболочек при сосредоточенном нагружении // Изв. вузов. Авиац. техника. 2017. № 1. С. 14–20.
- 4. Дмитриев В. Г., Бирюков В. И., Егорова О. В. и др. Нелинейное деформирование многослойных композитных оболочек вращения при больших перемещениях и углах поворота нормали // Изв. вузов. Авиац. техника. 2017. № 2. С. 8–15.
- 5. Ванин Г. А. Устойчивость оболочек из армированных материалов / Г. А. Ванин, Н. П. Семенюк, Р. Ф. Емельянов. Киев: Наук. думка, 1978.
- Кармишин А. В. Статика и динамика оболочечных конструкций / А. В. Кармишин, В. А. Лясковец, В. И. Мяченков, А. Н. Фролов. М.: Машиностроение, 1975.
- 7. Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных овальных цилиндрических композитных оболочек при поперечном изгибе и внутреннем давлении // Пробл. машиностроения и надежности машин. 2014. № 6. С. 23–30.
- Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 155–160.
- Постнов В. А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций / В. А. Постнов, И. Я. Хархурим. Л.: Судостроение, 1974.
- Канторович Л. В. Функциональный анализ в нормированных пространствах / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. М.: Физматгиз, 1959.
- 11. Олегин И. П. Теоретические основы методов расчета прочности элементов конструкций из композитов / И. П. Олегин, В. Н. Максименко. Новосибирск: Новосиб. гос. техн. ун-т, 2006.
- 12. Кабанов В. В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. М.: Машиностроение, 1982.

Поступила в редакцию 12/IV 2021 г., после доработки — 13/IV 2021 г. Принята к публикации 26/IV 2021 г.