

УДК 532.61:532.696

## Анализ формы капиллярного жидкого мостика в зазоре между сферами большого диаметра\*

Б.В. Перепелица, Е.Ю. Сухорукова, В.В. Овчинников

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

E-mail: avks@itp.nsc.ru

Приводятся результаты экспериментальных исследований свойств капиллярного жидкого моста в зазоре между двумя стеклянными сферами равного диаметра. Показано, что для случая, когда диаметр сфер значительно больше капиллярного масштаба жидкости, форму капиллярного жидкого мостика возможно описать как фигуру, образованную из двух «капель» касающихся сфер и центрального катеноида. Контактный угол между «каплей» и сферой зависит от эффективной массы «капли», а взаимное положение катеноида и «капель» задается условием, что контактный угол между ними равен нулю. В поле силы тяжести положение минимального сечения катеноида не совпадает с серединой зазора между сферами и определяется величиной поверхностной энергии и тем как распределяется масса жидкости в мостике по «каплям» и катеноиду.

**Ключевые слова:** жидкий мостик, капля, контактный угол, поверхностная энергия.

### Введение

Использование структурированных упаковок позволяет увеличить эффективность теплопереноса в аппаратах химической промышленности и энергетического оборудования [1]. В частности, для обеспечения высокой интенсивности протекания процессов тепло- и массообмена широко используются пленочные течения. Структура волновой поверхности жидкой пленки оказывает значительное влияние на теплоперенос [2 – 5]. В условиях плотных структурированных упаковок повышается вероятность появления капиллярных жидких мостиков между элементами упаковки. Появление жидких мостиков может приводить к возникновению локальных зон с неоптимальной волновой поверхностью на жидкой пленке [6].

В настоящее время опубликовано большое количество работ по теоретическому и экспериментальному исследованию свойств неподвижных капиллярных жидких мостиков. Объем жидкого мостика является определяющим при вычислении насыщенности почв влагой [7, 8], при оценке содержания воды в нефтяных и газовых бассейнах [9]. При моделировании роста монокристаллов, получаемых методом бестигельной зонной плавки, важно определить режимы устойчивости термокапиллярной конвекции в жидком мостике, при этом результаты расчетов сильно зависят от формы его поверхности [10, 11]. Для технологий лазерной наплавки при нанесении материалов и наращивании

---

\* Работа выполнена в рамках государственного контракта с ИТ СО РАН.

объемных металлоизделий форма поверхности влияет на баланс давлений на поверхности жидкого металла, возникающий под действием силы тяжести и поверхностного натяжения [12].

В общем случае капиллярный жидкий мостик может иметь очень сложную форму (см. рис. 1). Однако для упрощения анализа обычно исследуются жидкие мостики максимально простой формы.

Одним из первых связал свойства жидкости и силу взаимодействия жидкости с твердым телом Янг [13]. Лапласовское давление  $\Delta P$  для жидких менисков, когда эффектом силы тяжести можно пренебречь, описывается уравнением Лапласа–Янга:

$$\Delta P = \sigma \cdot \left( \frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_L} \right), \quad (1)$$

здесь  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости,  $r_L$  и  $r_m$  — азимутальный и меридиальный радиусы жидкого мениска. Для искривленной жидкой поверхности характерный линейный масштаб капиллярно-гравитационного взаимодействия определяется в виде постоянной Лапласа:

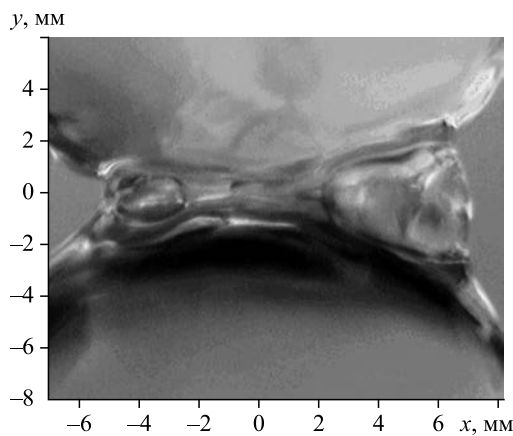
$$\delta = \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho_1 - \rho_g) \cdot g}}, \quad (2)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\rho_1$  — плотность жидкости,  $\rho_g$  — плотность газа. Влияние силы тяжести на форму жидкой капли с характерным размером  $L$  является незначительным, когда число Бонда (число Этвёша)  $Bo$  существенно мало:

$$Bo = \left( \frac{L}{\delta} \right)^2 = \frac{g \cdot L^2 \cdot (\rho_1 - \rho_g)}{\sigma}. \quad (3)$$

В работе [14] был выполнен анализ формы и поверхностных сил для капиллярного мостика между сферой и плоскостью без учета сил тяжести. Аналитические решения для капиллярных сил в жидком мостике между сферами были приведены в исследованиях [15, 16] для случая, когда форма жидкого мостика описывается эллиптической кривой. В работе [17] было дано описание жидкого мостика для двух горизонтально расположенных сфер и представлено соотношение для определения критического расстояния между сферами, когда происходит разрыв мостика.

Экспериментальные исследования формы капиллярного жидкого мостика проводились в основном для случая, когда характерный размер твердого тела или мостика был меньше постоянной Лапласа и азимутальная и меридиальная кривизна поверхности жидкого мостика не меняли знак. Ниже излагаются результаты экспериментального исследования особенностей формы капиллярного жидкого мостика в зазоре между вертикально расположенными сферами равного диаметра, когда величина последних значительно больше капиллярного масштаба жидкости и меридиальная кривизна поверхности жидкого мостика в различных сечениях по высоте может иметь как положительное, так и отрицательное значение.



исследования особенностей формы капиллярного жидкого мостика в зазоре между вертикально расположенными сферами равного диаметра, когда величина последних значительно больше капиллярного масштаба жидкости и меридиальная кривизна поверхности жидкого мостика в различных сечениях по высоте может иметь как положительное, так и отрицательное значение.

Рис. 1. Вид капиллярного жидкого мостика между сферами одинакового диаметра. Бензин; диаметр стеклянных сфер  $D = 18$  мм, зазор между сферами  $H = 0,05$  мм.

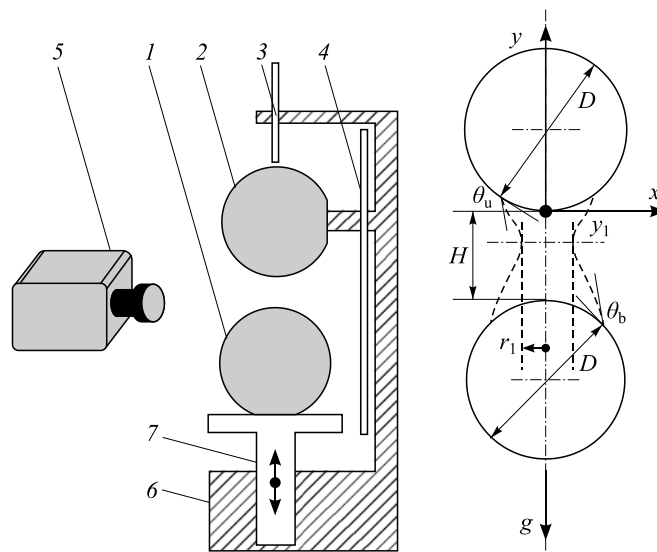


Рис. 2. Схема установки.

1, 2 — стеклянные сферы, 3 — капилляр для подачи жидкости,  
4 — светотражающий матовый экран, 5 — цифровая видеокамера,  
6 — станина, 7 — механизм вертикального перемещения  
с монтажным столиком.

## 1. Экспериментальная установка и методика измерения

Исследования формы жидкого моста в зазоре между сферами проводились на установке, схема которой показана на рис. 2. Основными элементами установки были две калиброванные сферы (1, 2) из стекла ЛК-3 диаметром  $D = 17,95 \pm 0,005$  мм с шероховатостью поверхности менее 1 мкм. Сферы монтировались на массивной станине 6. Одна из сфер (2) закреплялась неподвижно на станине, а другая (1) устанавливалась на монтажном столике механизма вертикального перемещения 7. Причем последняя располагалась так, чтобы центры шаров находились на одной вертикальной линии. Механизм перемещения 7 позволял перемещать нижнюю сферу 1 на расстояние 6 мм с точностью 0,01 мм. При изменении положения центр нижнего шара 1 отклонялся от вертикальной линии, проходящей через центр верхнего шара 2, не более чем на 10 мкм. Для этого ось механизма 7 устанавливалась с точностью 0,2 мм/м относительно вертикали. Для формирования жидкого моста жидкость подавалась на сферу 2 через капилляр 3 типа 20 G, установленный с зазором 0,8 мм относительно вершины сферы. Величина расхода жидкости через капилляр подбиралась такой, чтобы на поверхности сфер формировалась сплошная тонкая пленка жидкости. После формирования жидкого мостика в зазоре между сферами подача жидкости в капилляр прекращалась. В данном способе получения жидкого мостика важно то, что он формировался на предварительно смоченной поверхности твердого тела. В дальнейшем форму жидкого мостика можно было менять, изменяя зазор между сферами. Если на сферах вместо жидкого мостика образовывались две капли (при большом расстоянии между сферами), одна на верхней, а другая на нижней сфере, то жидкий мостик можно было получить после сближении сфер до расстояния, когда возможно слияние этих капель. Для уменьшения влияния термокапиллярных сил и конвективных течений на форму капиллярного жидкого мостика измерения проводились при условии равенства температур жидкости, стеклянных сфер и окружающего воздуха. Для визуализации жидкого моста в зазоре между сферами использовалась цифровая зеркальная камера Olympus Camedia E-10 с 2/3-дюймовой ПЗС-матрицей.

Разрешение снимков 2240×1680 пикселей при 48-разрядном образе ПЗС-матрицы (16 бит на цвет). Фокусировка объектива фотокамеры проводилась на игольчатый маркер, расположенный в плоскости, проходящей через центры сфер. Для формирования равномерного освещения поля съёмки за сферами устанавливался матовый белый экран 4 на расстоянии 50 мм от плоскости фокусировки. В режиме макросъёмки в плоскости фокусировки для прямоугольника размером 12×8 мм одному пикселю изображения соответствовал квадрат со стороной порядка 6 мкм. При обработке фотографий начало координат располагалось в точке пересечения линий, соединяющих центры шаров с верхней сферой. Образующие для сфер с учетом положения начала координат описываются следующими уравнениями соответственно для верхней и нижней сфер:

$$y(x) = \frac{D}{2} - \sqrt{\frac{D^2}{4} - x^2}, \quad (4)$$

$$y(x) = -H + \sqrt{\frac{D^2}{4} - x^2} - \frac{D}{2}, \quad (5)$$

где  $H$  — величина зазора между сферами диаметром  $D$ .

В предположении, что жидкий мостик — это тело, у которого ось симметрии совпадает с вертикальной линией, соединяющей центры шаров, во время обработки кадров определялась образующая этого тела. Так как имеется определенная аналогия между формой капиллярного жидкого мостика и формой поверхности в некоторые моменты времени (при слиянии двух капель или разделении капли на две) [18, 19], то для анализа формы капиллярного жидкого мостика его объем разбивался на три части. Верхняя и нижняя части жидкого мостика представлялись как части капли на поверхности сферы. Форма этих частей жидкого мостика предполагалась близкой к форме каплеобразного тела в поле силы тяжести, получаемого при вращении вокруг вертикальной оси отрезка цепной линии, которая описывается уравнением

$$y(x) = A \cdot \left[ \cosh\left(\frac{x}{A}\right) - 1 \right] + y_0. \quad (6)$$

В уравнении (6) для «верхней капли»  $A = A_u > 0$ , а для «нижней капли»  $A = A_b < 0$ . Модуль параметра  $|A|$  равен радиусу кривизны  $r_m$  на вершине капли, а параметр  $y_0$  равен вертикальной координате вершины капли. Для «капли» оба главных радиуса кривизны  $r_L$  и  $r_m$  имеют положительное значение. Верхняя граница жидкого мостика определялась условием, что в сечении  $y_u$  кривая (6) для верхней капли пересекается с кривой окружности (4), а нижняя граница определялась условием, что в сечении  $y_b$  кривая окружности (5) пересекается с кривой (6) для нижней капли. Центральная часть капиллярного мостика предполагалась близкой к форме катеноида, который получается при вращении вокруг вертикальной оси отрезка цепной линии, которая описывается уравнением

$$x(y) = A_c \cdot \left[ \cosh\left(\frac{y - y_1}{A_c}\right) - 1 \right] + r_1. \quad (7)$$

В уравнении (7) параметр  $y_1$  равен вертикальной координате, где жидкий мостик имеет минимальное сечение с радиусом  $r_1$ , модуль параметра  $|A_c|$  равен радиусу кривизны  $r_m$  образующей линии в сечении  $y_1$ . Для катеноида азимутальный радиус кривизны  $r_L$  имеет положительное значение, а меридиальный  $r_m$  — отрицательное. Верхняя и нижняя границы центральной части жидкого мостика определялись условием, что в этом сечении

кривая (7) соприкасается с кривой (6) для верхней и нижней «капель». Параметры цепной линии  $A_u, A_b, A_c, y_{0u}, y_{0b}, y_1, r_1$  определялись при сопоставлении контура мениска на изображении с кривыми (6), (7) с точностью до одного пикселя. Использование гиперболических функций для обработки формы капиллярного жидкого мостика после определения параметров цепной линии позволяло вычислять аналитически значения радиуса кривизны межфазной поверхности  $r_L, r_m$ , контактного угла между жидкостью и сферами  $\theta$ , площадь  $S$ , объем  $V$  и массу  $M$  жидкого мостика. Для сечений  $y$ , где  $D \geq y \geq 0$  и  $(-H) \geq y \geq (-H-D)$ , объем жидкости рассчитывался с учетом объема, занимаемого сегментом стеклянной сферы внутри жидкого мостика. Следует отметить, что форма отрезка цепной линии может очень хорошо совпадать с формой эллиптической кривой — с точностью не менее 1 мкм.

Экспериментально сложно определить угол контакта между твердым телом и жидкостью, так как в зоне контакта вдоль твердой поверхности простирается тонкий слой жидкости толщиной порядка 1000 Å (несколько молекулярных слоев). Поэтому обычно измеряется некий угол  $\theta$  в области, где наблюдается резкое увеличение толщины жидкого слоя [20]. Контактный угол  $\theta$  между жидким мостиком и стеклянными сферами определялся как угол  $\theta_u$  между касательными к сфере и капле в точках пересечения  $(\pm x_u, y_u)$  между кривыми (4) и (6) для верхней капли и как угол  $\theta_b$  между касательными в точках пересечения  $(\pm x_b, y_b)$  между кривыми (5) и (6) для нижней капли.

Значение площади поверхности капиллярного жидкого мостика  $S$  использовалось для вычисления поверхностной энергии  $E_\sigma$ :

$$E_\sigma = \sigma \cdot S. \quad (8)$$

Потенциальная энергия  $E_g$  слоя жидкости вычислялась по уравнению

$$E_g = \rho \cdot g \cdot \int_{y_b}^{y_u} (y - y_*) \cdot dV, \quad (9)$$

где  $y_*$  — базовая точка отсчета высоты слоя жидкости. Согласно сведениям государственной метрологической службы, значение  $g$  для Новосибирска составляет  $9,8154 \text{ м/с}^2$ .

Для проведения экспериментов в качестве рабочих жидкостей были выбраны: вода (бидистиллят), этанол (этиловый спирт 96 %, вода 4 %) и органический растворитель нефрас-80/120, состоящий из гептана (71 %), метилциклогексана (14 %), циклогексана (8 %), гексана (4 %), октана (3 %). В таблице приведены основные свойства этих жидкостей [21 – 23]. Видно, что выбранные жидкости имеют различные значения плотности  $\rho_1$  и вязкости  $\nu$ . Для этанола и нефраса-80/120 постоянные Лапласа  $\delta$  имеют близкие значения, которые в полтора раза меньше, чем у воды. Для всех жидкостей существенно влияние сил гравитации, так как число Бонда  $Bo$  по определению больше единицы при  $L > \delta$ .

Таблица

| Наименование показателя                         | Вода     | Этанол   | Нефрас-80/120 |
|---|----------|----------|---------------|
| Температура, °С                                 | 25       | 25       | 25            |
| Плотность жидкости $\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup> | 998      | 801      | 723           |
| Вязкость жидкости $\nu$ , мм <sup>2</sup> /с    | 1,005    | 1,498    | 0,480         |
| Поверхностное натяжение $\sigma$ , н/м          | 0,0727   | 0,0228   | 0,0208        |
| Молекулярная масса, г/моль                      | 18,0152  | 46,07    | ~114          |
| Постоянная Лапласа $\delta$ , мм                | 2,725    | 1,703    | 1,712         |
| Число Бонда $Bo$ , при $L \geq \delta$          | $\geq 1$ | $\geq 1$ | $\geq 1$      |

## 2. Результаты экспериментов и их обсуждение

Исследование показало, что форма жидкого мостика между сферами равного диаметра зависит от массы  $M$  жидкости в капиллярном мостике, зазора между сферами  $H$  и диаметра минимального сечения. Однако при равных значениях  $M$  и  $H$  жидкий мостик может иметь различную форму, что выражается в отличиях контактных углов  $\theta$  и радиуса  $r_1$  минимального сечения. Способ получения жидкого мостика (формирование его из стекающей по поверхности сфер пленки или в результате деформации имеющегося жидкого мостика, или после контакта капель на верхней и нижней сферах) не оказывает существенного влияния на форму мениска.

Сравнение результатов обработки данных формы капиллярного жидкого мостика по однозонной методике (описывает жидкий мостик как катеноид по уравнению (7)) и трехзонной методике (описывает две капли по уравнению (6) и катеноид — по уравнению (7)) показало, что отклонение между кривыми, описывающими мениск, может быть на уровне нескольких пикселей изображения. Для обоих методов опорными величинами являются радиус минимального сечения  $r_1$  и положение точек пересечения мостика с нижней  $\pm x_b, y_b$  и верхней  $\pm x_u, y_u$  сферами, и как следствие этого, рассчитанные значения объема  $V$  для жидкого мостика в обоих вариантах имеют близкие значения, но разные величины контактных углов  $\theta$  между жидким мостиком и сферами. Для примера на рис. 3 приведена фотография жидкого мостика из воды при зазоре между сферами  $H = 0,79$  мм (медианное сечение зазора составляет  $0,395$  мм). По трехзонной методике кривая А описывает центральный катеноид по уравнению (7), кривые С, В описывают «капли» по уравнению (6). По однозонной методике кривая D описывает весь жидкий мостик по уравнению (7). Для обоих методов обработки используется одинаковое значение радиуса минимального сечения  $r_1 = 3,22$  мм и одинаковое положение точек пересечения с окружностями I, J. Для кривой А минимальное сечение  $y_1 = -0,21$  мм при радиусе кривизны  $A_c = 2,29$  мм. Для кривой D минимальное сечение  $y_1 = -0,31$  мм при радиусе кривизны  $A_c = 2,89$  мм. Для нижней сферы угол пересечения с кривой В составляет  $\theta_b = 54^\circ 33'$ , с кривой D —  $\theta_b = 44^\circ 47'$ . Для верхней сферы угол пересечения с кривой С

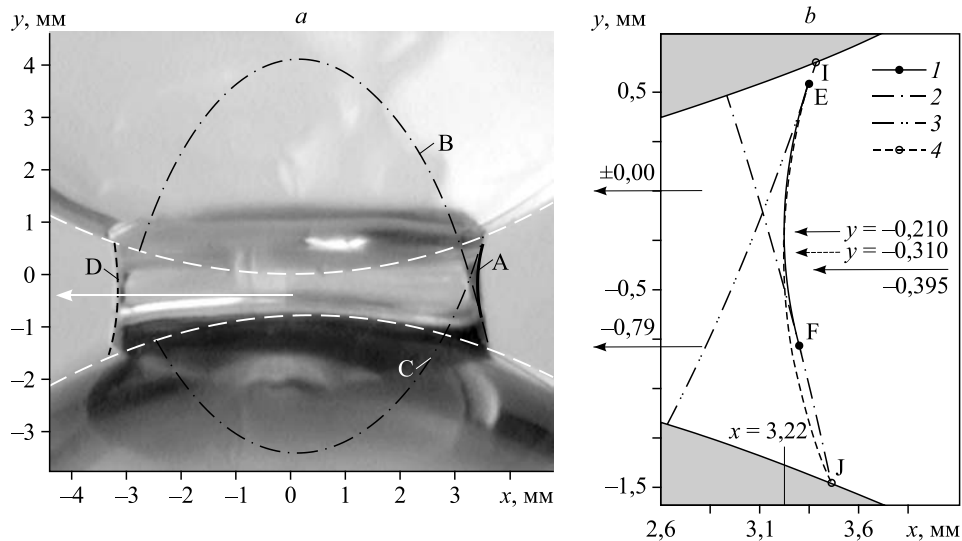


Рис. 3. Фотография жидкого (вода) мостика при зазоре  $H = 0,79$  мм между сферами (а) и сравнение кривых, полученных по однозонной и трехзонной методиках для описания формы капиллярного жидкого мостика (b).

b — кривые: А — 1, В — 2, С — 3, D — 4.

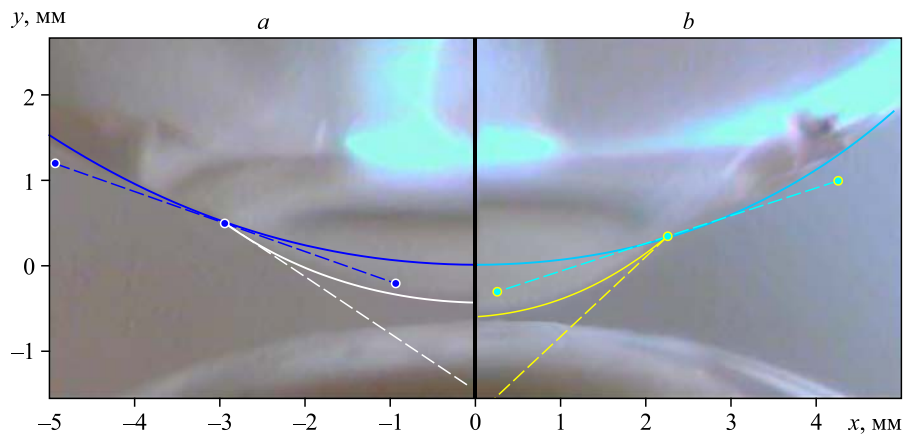


Рис. 4. Фотографии каплей этанола с различной массой  $M$  на нижней стороне верхней сферы и контактным углом  $\theta_u$  между каплей и сферой.

$M = 5,1$  (a),  $4,2$  (b) мг.

составляет  $\theta_u = 49^\circ 36'$ , с кривой D —  $\theta_u = 48^\circ 56'$ . Интегральные параметры жидкого мостика, рассчитанные для обоих вариантов, имеют близкие значения: для трехзонной методики —  $M = 48,23$  мг,  $S = 45,44$  мм<sup>2</sup>, для однозонной методики —  $M = 47,56$  мг,  $S = 45,40$  мм<sup>2</sup>.

В зависимости от формы и массы жидкого мостика изменяется баланс сил на линии контакта между сферами и жидкостью, и вследствие этого наблюдаются различные значения видимого контактного угла  $\theta$  для равновесного состояния. Для примера на рис. 4 представлены фотографии двух капель этанола с массами  $M = 5,1$  мг и  $M = 4,20$  мг на нижней стороне верхней сферы. При изменении массы капли изменяется радиус окружности контакта жидкости со сферой (2,98 и 2,20 мм на рис. 4a и 4b соответственно), радиус кривизны вершины капли (4,78 и 2,70 мм на рис. 4a и 4b соответственно) и высота капли (0,45 и 0,65 мм на рис. 4a и 4b соответственно). Контактный угол  $\theta_u$  при массе капли 5,1 мг имеет значение  $11^\circ 05'$ , а при массе капли 4,2 мг  $\theta_u = 21^\circ 51'$ . Данные по контактному углу качественно соответствуют выводам работ [24, 25].

На рис. 5 показано как меняется форма жидкого мостика при изменении зазора между сферами. При величине зазора, близкой к некоторому пороговому значению (1,8 мм для этанола и нефраса-80/120; 3,5 мм для воды), минимальное сечение жидкого мостика  $r_1$  стремится к нулю, а состояние капиллярного жидкого мостика становится неустойчивым, вследствие чего возможен разрыв жидкого мостика.

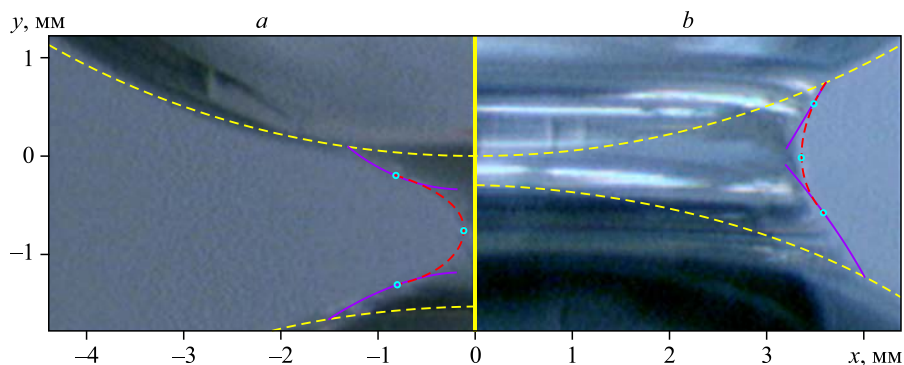


Рис. 5. Форма жидкого мостика при изменении зазора между сферами.

Нефрас-80/120;  $H = 1,55$  (a),  $0,30$  (b) мм.

На рис. 6 показаны значения угла  $\theta$  на линии контакта жидкости с верхней и нижней сферами в зависимости от зазора между сферами  $H$  и массы капиллярного жидкого мостика  $M$ . Как можно видеть на этих графиках, однозначной зависимости  $\theta$  ни от  $H$  ни от  $M$  не наблюдается. Но можно видеть, что присутствует сильное расслоение данных по  $\theta$  как при величине зазора между сферами  $H$  порядка порогового, так и при увеличении массы жидкого мостика  $M$ . Отсутствие зависимости для контактного угла от  $H$  и  $M$  можно объяснить тем, что при одних и тех же значениях  $H$  или  $M$  имеет место несколько устойчивых состояний в зависимости от распределения массы жидкости по каплям и центральной части жидкого мостика. В частности, влияние силы тяжести на состояние равновесия проявляется в том, что вертикальная координата  $y_1$  положения минимального сечения жидкого мостика расположена выше медианного сечения зазора между сферами  $H/2$ . На рис. 7 показано положение минимального сечения жидкого мостика  $y_1$  для различных значений  $H$ .

При смещении минимального сечения  $y_1$  вверх относительно  $H/2$  увеличивается площадь поверхности жидкого мостика и соответственно возрастает значение поверхностной энергии, но при этом центр тяжести жидкого мостика смещается вниз. Таким образом, можно предположить, что увеличение поверхностной энергии жидкого мостика компенсируется уменьшением его потенциальной энергии. Обнаружилось, что при выборе параметра  $y_*$  равным  $y_1$  численное значение потенциальной энергии  $E_g$  оказалось

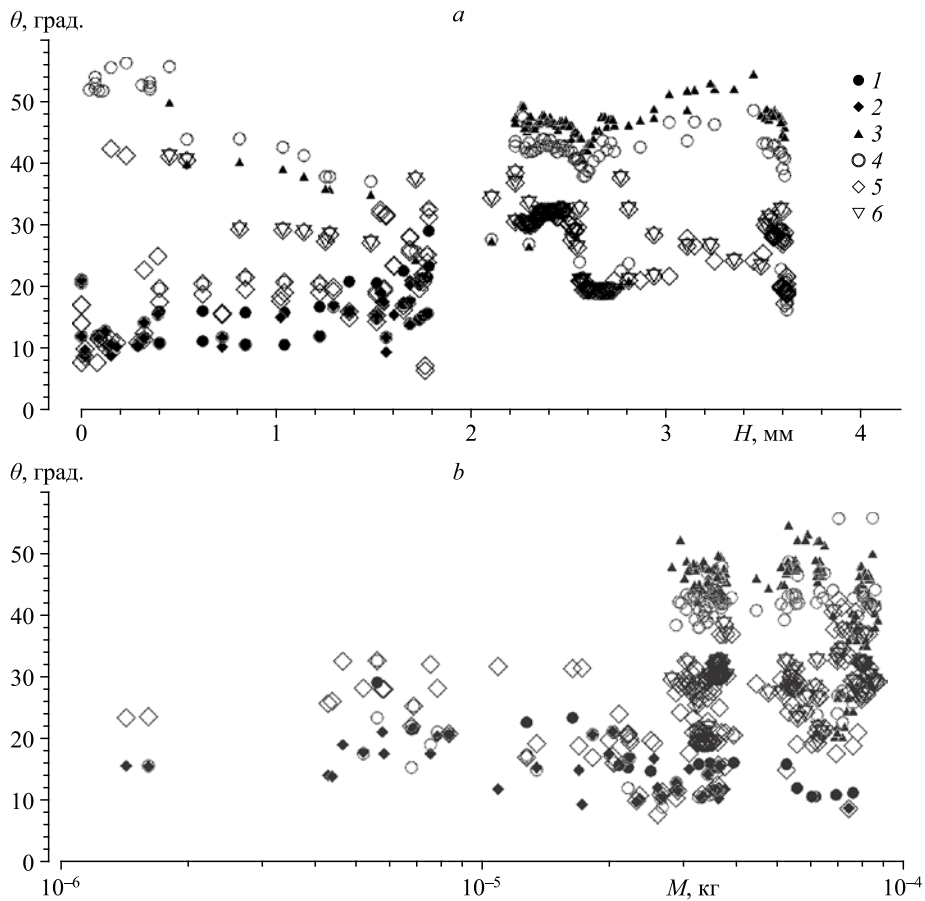


Рис. 6. Зависимость угла  $\theta$  на границе жидкого мостика и стеклянной сферы от зазора между сферами  $H$  и массы жидкого мостика  $M$ .

1–3 — нижняя сфера  $\theta_b$ , 4–6 — верхняя сфера  $\theta_n$ ;  
1, 4 — этанол, 2, 5 — нефрас-80/120, 3, 6 — вода.



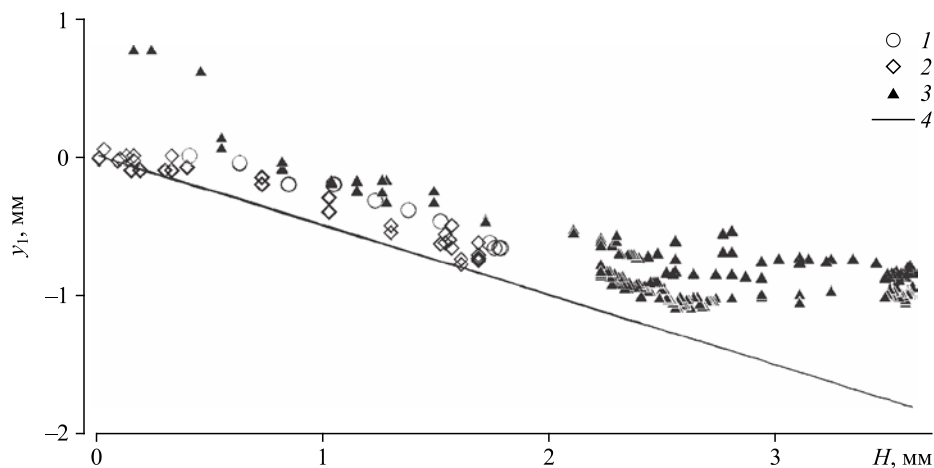


Рис. 7. Положение минимального сечения жидкого мостика  $y_1$  в зависимости от зазора между сферами  $H$ .

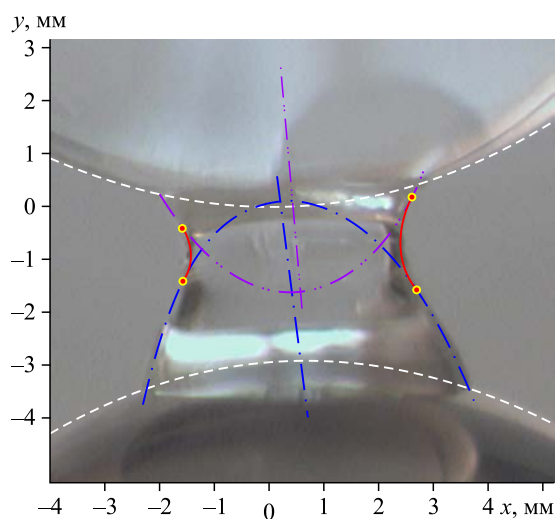
1 — этанол, 2 — нефрас-80/120, 3 — вода, 4 —  $y = -H/2$ .

близким к численному значению поверхностной энергии  $E_\sigma$ . Для уравнения (9) можно определить значение  $y_*(E_\sigma)$  при котором  $E_g = E_\sigma$ . Расчеты показали, что отклонение  $(y_*(E_\sigma) - y_1)$  находится в пределах  $\pm 0,06$  мм, что соответствует точности определения положения  $y_1$  и значений  $E_\sigma, E_g$ . Однако равенство  $E_\sigma = E_g(y_1)$  требует дополнительного исследования, так как с учетом того, что  $E_\sigma$  не зависит от размера сфер, а  $E_g$  зависит от объема, который занимают сегменты сферы внутри жидкого мостика, возможно, что такое равенство получается из-за случайного соотношения между размерами сфер и жидкого мостика.

При небольшом смещении центра нижней сферы от вертикальной линии, проходящей через центр верхней сферы, структура капиллярного жидкого мостика сохраняется. В целом капли сохраняют осесимметричную форму, которая может быть описана уравнением (6) с поправкой на то, что ось симметрии не совпадает с вертикалью. Из-за наклона оси симметрии капли контактный угол меняется вдоль линии контакта со сферой. Центральная часть жидкого мостика не имеет форму тела вращения, но в каждом меридиальном сечении мениск ограничивается отрезками цепной линии, описанной уравнением (7), повернутыми на некоторый угол с различными значениями параметров  $A_c, r_1, y_1$  для правой и левой частей.

Эти отрезки касаются огибающих для верхней и нижней капель. Минимальное сечение имеет форму овала, его плоскость не совпадает с горизонтальной плоскостью, соответственно в этом случае  $y_1, r_1$  определяются неоднозначно. Для примера на рис. 8 показана фотография жидкого мостика при смещении центра нижней сферы на 0,74 мм от вертикальной линии, проходящей через центр верхней сферы.

Рис. 8. Фотография жидкого мостика при смещении центра нижней сферы на 0,74 мм от вертикальной линии, проходящей через центр верхней сферы. Вода,  $H = 2,91$  мм.



центр верхней сферы. Для наглядности здесь приведены отрезки огибающих для жидкого мостика. Можно видеть, что углы наклона осей симметрии для верхней и нижней капель не совпадают. Отклонение контактного угла от среднего значения  $\theta_{av}$  меняется по зависимости от азимутального угла  $\varphi$ , близкой к синусоидальной  $\Delta\theta \sin(\varphi)$ . Для верхней сферы  $\theta_{av_u} = 46^\circ 49'$ ,  $\Delta\theta_u = 2^\circ 09'$ , для нижней сферы  $\theta_{av_b} = 53^\circ 17'$ ,  $\Delta\theta_b = 4^\circ 24'$ .

### Заключение

Проведено экспериментальное исследование влияния величины вертикального зазора между двумя стеклянными сферами равного диаметра на свойства капиллярного жидкого моста. Показано, что если центры сфер расположены на одной вертикальной линии, диаметр сфер значительно больше постоянной Лапласа и число Бонда имеет значение порядка единицы, капиллярный жидкий мостик возможно разделить на три осесимметричные части: центральный катеноид и две капли: на нижней и верхней сферах. В поле силы тяжести вертикальное положение минимального сечения жидкого мостика совпадает с положением точки отсчета, при котором численное значение потенциальной энергии совпадает со значением поверхностной энергии капиллярного жидкого мостика. Форма жидкого мостика неоднозначно определяется положением сфер и массой жидкости в капиллярном мостике, что, по-видимому, связано с возможностью существования нескольких устойчивых состояний в зависимости от распределения массы жидкости между частями жидкого мостика. Видимый контактный угол между жидкостью и сферами определяется эффективной массой капли. Взаимное расположение центрального катеноида и капель задается условием, что между собой они соприкасаются по общей касательной (контактный угол между каплей и катеноидом равен нулю). При смещении центров сфер от общей вертикальной линии трехзонная структура капиллярного жидкого мостика сохраняется, но форма жидкого мостика теряет осесимметричные свойства.

### Список обозначений

|   |  |
|---|--|
| $A$ — параметр в уравнении цепной линии, м,                   | $V$ — объём слоя жидкого мостика, $m^3$ ,                                    |
| $Bo$ — число Бонда,   | $x$ — горизонтальная координата, м,  |
| $D$ — диаметр сферы, м,                                       | $y$ — вертикальная координата, м,  |
| $E_\sigma, E_g$ — поверхностная и потенциальная энергия, Дж,  | $y^*$ — базовая точка отсчета высоты слоя жидкости для вычисления $E_g$ , м, |
| $g$ — ускорение силы тяжести, $m/s^2$ ,                       | $y_0$ — вертикальная координата «вершины капли», м,                          |
| $H$ — величина зазора между сферами, м,                       | $y_1$ — вертикальная координата минимального сечения, м,                     |
| $L$ — характерный размер, м,                                  | $\delta$ — линейный масштаб (постоянная Лапласа), м,                         |
| $M$ — масса слоя жидкости, кг,                                | $\theta$ — контактный угол, градус,  |
| $r_1$ — радиус минимального сечения жидкого мостика, м,       | $\nu$ — коэффициент кинематической вязкости, $m^2/s$ ,                       |
| $r_L, r_m$ — азимутальный и меридиальный радиусы кривизны, м, | $\rho_b, \rho_g$ — плотность жидкости и газа, $kg/m^3$ ,                     |
| $S$ — площадь поверхности жидкого мостика, $m^2$ ,            | $\sigma$ — поверхностное натяжение, Н/м,                                     |
|   | $\varphi$ — азимутальный угол, градус.                                       |

### Индексы

|               |                  |
|---------------|------------------|
| av — средний, | c — центральный, |
| b — нижний,   | u — верхний.     |

### Список литературы

1. Алексеев С.В., Маркович Д.М., Евсеев А.Р., Бобылев А.В., Тарасов Б.В., Карстен В.М. Экспериментальное исследование распределения жидкости в колонне со структурированными насадками // Теоретические основы химической технологии. 2007. Т. 41, № 4. С. 442–448.
2. Печеркин Н.И., Павленко А.Н., Володин О.А. Теплоотдача при испарении стекающих пленок смеси фреонов на гладкой и структурированной поверхностях // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 4. С. 605–616.

3. **Перепелица Б.В.** О влиянии микротекстуры на формирование пленки жидкости на вертикальной поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 3. С. 519–522.
4. **Перепелица Б.В.** Исследование поля температуры в турбулентном потоке при течении воздуха в каналах со структурной упаковкой // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 4. С. 555–561.
5. **Трифонов Ю.Я.** Стеkanie жидких пленок по единичному элементу структурированной упаковки. Сопоставление микротекстур различного типа // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 6. С. 921–930.
6. **Meleshkin A.V., Ovchinnikov V.V., Dekhtyar R.A.** Investigation of the effect of a gap between the cylindrical substrate and curvilinear ring on the regimes of liquid film flow // MATEC Web of Conferences. 2017. Vol. 110. P. 01056-1–01056-4.
7. **Haines W.B.** Studies in the physical properties of soils II: a note on the cohesion developed by capillary forces in an ideal soil // J. Agricultural Sci. 1925. Vol. 15. P. 529–535.
8. **Fisher K.A.** On the capillary forces in an ideal soil; correction of formulae given by W. B. Haines. // J. Agricultural Sci. 1926. Vol. 16, Iss. 3. P. 492–505.
9. **Morrow N.R.** The retention of connate water in hydrocarbon reservoirs. Part I. // J. Canadian Petroleum Technology. 1971. Vol. 10. P. 38–46.
10. **Wanschura M., Shevtsova V.M., Kuhlmann H.C., Rath H.J.** Convective instability mechanisms in thermocapillary liquid bridges // Physics of Fluids. 1995. Vol. 7. P. 912–925.
11. **Nishino K., Yano T., Kawamura H., Matsumoto S., Ueno I., Ermakov M.K.** Instability of thermo capillary convection in long liquid bridges of high Prandtl number fluids in microgravity // J. Crystal Growth. 2015. Vol. 420. P. 57–63.
12. **Беденко Д.В., Ковалёв О.Б.** Аналитическая методика расчета формы поверхности жидкого металла в условиях лазерной наплавки // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 773–782.
13. **Young T.** An essay on the cohesion of fluids // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1805. Vol. 95. P. 65–87.
14. **Orr F.M., Scriven L.E., Rivas A.P.** Pendular rings between solids: meniscus properties and capillary force // J. Fluid Mechanics. 1975. Vol. 67, No. 4. P. 723–742.
15. **Kruyt N.P., Millet O.** An analytical theory for the capillary bridge force between spheres // J. Fluid Mechanics. 2017. Vol. 812. P. 129–151.
16. **Zhao C.F., Kruyt N.P., Millet O.** Capillary bridge force between non-perfectly wettable spherical particles: an analytical theory for the pendular regime // Powder Technology. 2018. Vol. 339. P. 827–837.
17. **Adams L.T.** A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies // J. Colloid and Interface Sci. 1993. Vol. 161. P. 138–147.
18. **Бондарева Н.В., Григорьев А.Л., Коровин Т.Г., Коротеев А.А., Сафронов А.А., Скоробогатко Т.Д., Филатов Н.И., Хлынов А.В.** Экспериментальное исследование влияния числа Онезорге на размеры капель, образовавшихся в результате капиллярного распада струи // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 5. С. 773–777.
19. **Арефьев К.Ю., Прохоров А.Н., Савельев А.С.** Исследование деструкции капель жидкости в вихревом следе за пилоном при высоких скоростях набегающего воздушного потока // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 1. С. 57–69.
20. **Schwartz A., Tejada S.B.** Studies of dynamic contact angles on solids // J. Colloid and Interface Sci. 1973. Vol. 38, No. 2. P. 359–375.
21. **Варгафтик Н.Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 721 с.
22. **Rivkin S.L., Aleksandrov A.A.** Thermophysical properties of water and steam. М.: Energy Press, 1980. 424 p.
23. **Wyrych G.I.** Handbook of solvents. Toronto, N. Y.: ChemTec Publishing and William Andrew Inc., 2001. 1667 p.
24. **Dette R.H., Johnson R.E.** Contact angle hysteresis II. Contact angle measurements on rough surfaces / Ed. F. Fowkes // Contact Angle, Wettability, and Adhesion. Advances in Chemistry Series. Washington DC: American Chemical Society, 1964. P. 136–144.
25. **Кузнецов Г.В., Феоктистов Д.В., Орлова Е.Г., Зыков И.Ю., Батищева К.А.** Влияние скорости образования капли при растекании по микроструктурированной поверхности на краевой угол // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 2. С. 247–254.

*Поступила в редакцию 7 января 2021 г.,  
после обработки — 27 мая 2021 г.,  
принята к публикации 30 июня 2021 г.*