Теплофизика и аэромеханика, *2023*, *том 30*, *№ 5*

УДК 532.529.5:536.24

Основанная на OpenFOAM оценка различных способов учета стенки при моделировании отрывных потоков вокруг плохо обтекаемых тел с теплообменом

К. Чакраборти[1], С. Сароха[1], С.С. Синха[1], С. Лакшмипати[2]

[1]*Индийский технологический институт, Дели, Индия*

[2]*Компания Gexcon AS, Берген, Норвегия*

E-mail: sawan@iitd.ac.in

В работе оценивается влияние способа учета стенки на точность воспроизведения с помощью k-ε-модели несжимаемых турбулентных отрывных течений с теплообменом и без него. С использованием пакета OpenFOAM вычислительной динамики жидкости и газа (CFD) с открытым исходным кодом моделировались два эталонных случая: обтекание круглого цилиндра при Re = 3900 и обтекание нагретого квадратного цилиндра при Re = 21400. Выполнено сравнение результатов, полученных с помощью трех вариантов k-ε-модели — k-ε-модели Лаундера – Шармы (LSKEY), k-ε-модели Лэма – Бремхорста (обе — с поправкой Яна) (LBKEY) и двухслойной k-ε-модели (TLKE), с данными экспериментов и прямого численного моделирования (DNS). Цель сравнения — определение способности модели предсказывать осредненные характеристики потока, интегральные величины на поверхности и характеристики теплообмена в различных точках следа. На основании представленного исследования сделан вывод, что модель LSKEY работает лучше других моделей при воспроизведении характеристик течения и теплообмена в следе и на поверхности. Кроме того, сравнение показало, что модели LSKEY и LBKEY требуют сравнимых затрат компьютерного времени на проточный цикл, а вычислительное время, необходимое для модели TLKE, почти в два раза превышает время, трбуемое для проведения расчетов по моделям LBKEY и LSKEY. Полученные результаты призваны привлечь внимание к модели LSKEY со стороны специалистов в области CFD. В частности, эта модель может быть использована при расчетах течений в других подходах, особенно в методах с разрешением масштабов, например, при решении уравнений Навье – Стокса с частичным осреднением (PANS), где оптимальный способ учета стенки наряду с более коротким временем счета мог бы дать значительное преимущество. По мнению авторов, эти преимущества модели LSKEY ранее в значительной степени упускались из виду, возможно, из-за предвзятого предпочтения ей модели TLKE, которая по умолчанию присутствует в популярных коммерческих CFD-пакетах.

Ключевые слова: k-ε-модель, отрывные течения, учет стенки, теплообмен, пакет OpenFOAM, k-ε-модель Лаундера – Шармы, RANS-метод.

Введение

Модель k-ε является одним из наиболее популярных подходов полного замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса (RANS), особенно среди специалистов по промышленной вычислительной аэрогидродинамике (CFD). Хотя в недавнем прошлом были разработаны более перспективные RANS-модели замыкания с двумя и даже

© Чакраборти К., Сароха С., Синха С.С., Лакшмипати С., 2023

тремя уравнениями, k-ε-технология сохраняет свое значение до сегодняшнего времени. Будучи одной из первых разработанных полностью замкнутых моделей, она привлекала значительное и устойчивое внимание исследователей на протяжении нескольких последних десятилетий. Стратегия k-ε-модели послужила основой для развития улучшенных реализуемых и более совершенных нелинейных базовых моделей [1, 2].

В связи с ростом вычислительных возможностей за последнюю пару десятилетий тенденция в CFD постепенно смещалась от RANS-моделирования к бóльшему количеству расчетов с разрешением масштабов. Несмотря на то, что исходная k-ε-модель предназначена для RANS-замыкания, в последнее время были предприняты значительные усилия для разработки k-ε-модели, которая позволяла бы получать высокоточные модели для методов с разрешением масштабов, таких как метод частичного осреднения уравнений Навье – Стокса (PANS), предложенный в работе [3].

В работе [4] было выполнено основанное на использовании k-ε-уравнений PANS-моделирование с разрешением масштабов для обтекания сферы при высоком числе Рейнольдса. Было показано, что, хотя исходная k-ε-модель в нестационарном RANS- (URANS-) расчете не показывает хорошего согласования с экспериментальными данными, однако при подходящей модификации в соответствии с требованиями обрезания фильтра в парадигме PANS эта модель демонстрирует улучшенные результаты, почти сравнимые с полученными в расчетах методом моделирования отсоединенных вихрей (DES [5]). В продолжение исследований [4] в работе [6] авторы расширили методологию PANS, предложив нелинейное уравнение для незамкнутого члена напряжения. Кроме того, PANS-версия модели замыкания была получена в [6] при использовании включающей k-ε-уравнения нелинейной определяющей модели для незамкнутых членов напряжения [2]. Таким образом, даже по прошествии четырех десятилетий с момента своего создания k-ε-модель остается достаточно актуальной. Теперь она представляет интерес в большей степени с точки зрения методов с разрешением масштабов (например, PANS), что может послужить оправданием дальнейших усилий для лучшего понимания и реализации ее потенциала.

В работе [7] была предложена k-ε-модель в ее исходном варианте (называемая также стандартной k-ε-моделью). Известно, однако, что уравнение переноса для ε в исходной модели имеет существенный недостаток: при приближении к твердой стенке оно становится асимптотически некорректным [8]. Таким образом, уравнения переноса турбулентной кинетической энергии (k) и скорости ее диссипации (ε) могут быть проинтегрированы только до логарифмического слоя, а за его пределами необходимо использовать пристеночные функции. Последние основаны на известном логарифмическом законе и связывают граничные условия на стенке для k и ε при помощи алгебраических соотношений, предполагающих локальное выполнение закона стенки во всех точках вблизи нее. Подход пристеночных функций демонстрирует приемлемые результаты в присоединенных турбулентных пограничных слоях, однако он часто дает сбои в более сложных случаях, например, в течениях с отрывом потока, нестационарностью, над вращающимися поверхностями и при наличии теплообмена [9, 10]. Чтобы избежать недостатков этого подхода, в конце 70-х и в 80-х годах прошлого столетия было разработано несколько моделей с поправками на низкие числа Рейнольдса, получивших название LRN-моделей. В этих моделях была предпринята попытка уловить эффекты низкого числа Re вблизи стенки путем использования демпфирующих функций на основе вязкости при сохранении асимптотической согласованности уравнения для ε [8]. Такой подход

позволил разрешать все уравнения переноса (включая уравнения для k и ε) вплоть до самой стенки.

Наиболее перспективными LRN-моделями, разработанными в этот период, оказались k-ε-модель Лаундера – Шармы (LSKE) [11] и k-ε-модель Лэма–Бремхорста (LBKE) [12]. За прошедшие годы было проведено много исследований по дальнейшему развитию LRN-моделей. Среди них наиболее значительный вклад принадлежит Япу [13], который разработал дополнительный источниковый член (известный как поправочный член Япа) в уравнении переноса для скорости диссипации турбулентной кинетической энергии (ε), предназначенный для ограничения LRN-модели и предотвращения завышенных масштабов длины в областях рециркуляции и присоединения. В настоящей работе версии моделей LSKE и LBKE, скорректированные по Япу, для краткости соответственно обозначаются как LSKEY и LBKEY.

В работе [14] была предложена еще одна перспективная модель — двухслойная k-ε-модель, в которой турбулентный пограничный слой разделялся на два слоя. При этом во внешнем слое решались полные RANS-уравнения, а во внутреннем слое для расчета ε вводились алгебраические соотношения.

Широко используемый коммерческий пакет Ansys Fluent® в своем графическом пользовательском интерфейсе (GUI) снабжен опцией, реализующей модель TLKE. Однако ни LSKE, ни LBKE не упоминаются в графическом интерфейсе или в соответствующем руководстве пользователя. Поскольку Ansys Fluent® широко используется в промышленности, а также в значительной степени и в академических исследованиях, модель TLKE получила возможность применения и тестирования для широкого класса течений, представляющих практический интерес. Популярность TLKE настолько велика, что многие новые пользователи пакета Ansys Fluent® считают её почти синонимом LRN-k-ε-моделирования. С другой стороны, работоспособность моделей LSKE и LBKE не была подвергнута подробным испытаниям сообществом CFD-специалистов. Авторы считают, что необходимо провести систематические исследования по прямому сравнению моделей TLKE, LSKE и LBKE для широкого круга задач, представляющих интерес с инженерной точки зрения (особенно для тех, которые связаны с отрывными течениями), чтобы тщательно изучить и полностью выявить область применения и потенциал других (кроме TLKE) вариантов k-ε-модели. С недавним включением моделей LSKE и LBKE в пакет OpenFOAM появилась непосредственная возможность проведения таких многообещающих исследований с перспективой более широкого использования указанных моделей сообществом CFD-специалистов. Такая работа особенно важна из-за отсутствия сертификации качества для пакета OpenFOAM, а также из-за отсутствия какой-либо официальной, утвержденной экспертами подробной документации по этому пакету [15].

Цель настоящей работы — систематическое сравнение работоспособности трех основных вариантов k-ε-модели — TLKE, LSKE и LBKE — для канонических случаев отрывного обтекания круглого и квадратного цилиндров с теплообменом и без него с помощью пакета OpenFOAM. Несмотря на достаточно простую геометрию, поля этих течений использовались в качестве тестовых для оценки как численных схем, так и моделей турбулентности [16], поскольку они сочетают в себе ряд сложных явлений: наличие области застоя, множественные отрывы с частичным повторным присоединением, вихреобразование, взаимодействие оторвавшихся сдвиговых слоев, высокий уровень турбулентности, крупномасштабные турбулентные структуры, нестационарность, неустойчивость, переход к турбулентности, а также сильную неоднородность распределений характеристик теплообмена на поверхности тела.

Несмотря на то, что модели TLKE, LSKE и LBKE использовались ранее для расчета различных видов течений, приведенный здесь литературный обзор показывает, что прямое сравнение этих моделей для канонических отрывных течений не было проведено исчерпывающим образом. После того как двухслойная k-ε-модель (TLKE) была первоначально предложена для расчета течения в пограничном слое и в следе за осесимметричными телами [14], она стала широко использоваться для различных турбулентных полей. Ссылки [17 – 23] представляют репрезентативный, хотя и далеко не исчерпывающий список таких исследований. Аналогично модель LBKE была исходно предложена для предсказания пристеночной турбулентности в полностью развитых течениях в трубах [12], затем была также использована для большого количества течений [24 – 29]. Модель LSKE первоначально предназначалась для расчета параметров течения вблизи вращающегося диска [11]. Позже она была протестирована для различных задач обтекания, представляющих интерес для инженеров [9, 30 – 35].

Цели представленного исследования состояли в проведении прямой оценки работоспособности моделей TLKE, LSKEY и LBKEY в нестационарном RANS-моделировании при обтекании кругового цилиндра (при числе Рейнольдса, равном 3900) и нагретого квадратного цилиндра (при числе Рейнольдса, равном 21400). Оценка работы этих моделей выполнялась посредством сравнения результатов моделирования с доступными данными экспериментов и прямого численного моделирования (DNS). В случае круглого цилиндра для сравнения использовались экспериментальные результаты [36, 37], а также DNS-данные, полученные в исследовании [38]. В случае нагретого квадратного цилиндра для сравнения полей течения были взяты экспериментальные результаты [39, 40], а также DNS-данные [41]. Кроме того, различные аспекты теплообмена сравнивались с экспериментальными результатами [42]. Авторы хотели бы уточнить, что основное внимание в данном исследовании уделяется k-ε-модели, на основе которой планируется использовать гипотезу замыкания вихревой вязкости более высокого порядка и улучшить работу PANS-метода. Исходя из этого, в работе приводится сравнение различных вариантов только k-ε-модели. Предсказательная способность других RANS-моделей с двумя уравнениями, таких как k-ω или k-ω-SST-модели, здесь не оценивается и не комментируется.

Настоящая статья состоит из нескольких разделов, в которых последовательно приводятся обзор моделей TLKE, LSKEY и LBKEY; детали применяемой вычислительной технологии и исследований независимости полученных результатов от выбора сетки; сравнение рассматриваемых моделей с точки зрения различных аспектов поля течения и теплообмена и, наконец, итоги исследования с перечислением основных выводов.

1. Основные уравнения

Нестационарные осредненные уравнения Навье – Стокса для несжимаемой среды имеют вид:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}\right) - \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_j}, \tag{2}$$

где $\langle u_i \rangle$ и $\langle p \rangle$ — i-я компонента вектора скорости и давление, осредненные по временным масштабам стохастических движений (исключая очень длительные периодические изменения), $\langle u_i' u_j' \rangle$ — соответствующие компоненты тензора турбулентного напряжения, ρ — плотность, ν — коэффициент кинематической вязкости; x_i и t — пространственные координаты i-й компоненты и времени. Для замыкания членов турбулентных напряжений используется гипотеза турбулентной вязкости Буссинеска. Этот подход также известен как гипотеза замыкания вихревой вязкости:

$$-\langle u_i' u_j' \rangle = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \nu_\mathrm{t} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right), \tag{3}$$

где ν_t — вихревая диффузия или коэффициент кинематической турбулентной вязкости, получивший также название «турбулентная вязкость», k — турбулентная кинетическая энергия.

Осредненное уравнение энергии для несжимаемой среды (без учета члена, связанного с вязкой диссипацией) можно записать в виде:

$$\frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu}{\mathrm{Pr}} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \langle u_i' T' \rangle}{\partial x_i}, \tag{4}$$

где $\langle T \rangle$ — осредненное поле температуры, $-\langle u_i' T' \rangle$ — корреляция скорость – температура, Pr — число Прандтля текучей среды. Подобно замыканию вихревой вязкости Буссинеска, используется следующая модель для корреляции скорость – температура:

$$-\langle u_i' T' \rangle = \frac{\nu_\mathrm{t}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{t}} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i}, \tag{5}$$

где Pr_t — турбулентное число Прандтля. Набор уравнений (1) – (5) остается незамкнутым из-за наличия параметров ν_t, Pr_t, ε и k.

1.1. Стратегия k-ε-моделирования

В настоящей работе для замыкания применялась технология k-ε-модели. Для этого в используемую модель были добавлены уравнения переноса для k и ε [7]. Однако точная форма этих двух уравнений отличается в версиях TLKE [14], LSKEY [11] и LBKEY [12]. Приведем краткий обзор указанных версий. Для получения более подробной информации читатель может обратиться к оригинальному справочному материалу.

1.1.1. Двухслойная k-ε-модель (TLKE)

Аналогично [14] в модели TLKE турбулентный пограничный слой разделяется на два слоя на основе турбулентного числа Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_\mathrm{n} = \frac{n\sqrt{k}}{\nu}, \tag{6}$$

здесь n — расстояние по нормали от стенки. Включение в качестве параметра расстояния до стенки n делает формулировку задачи зависящей от геометрии, что представляется

нежелательным [43]. Для слоя при $\mathrm{Re_n} > 200$ в этой модели используются уравнения переноса турбулентной кинетической энергии (k) и скорости ее диссипации (ε):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_\mathrm{t}}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right], \tag{7}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_\mathrm{t}}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right], \tag{8}$$

$$\nu_\mathrm{t} = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon}, \tag{9}$$

где $P_k = -\langle u_i' u_j' \rangle \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}$ — скорость производства турбулентной кинетической энергии.

Коэффициенты замыкания имеют следующие значения:

$$C_\mu = 0{,}09,\ \sigma_k = 1,\ C_{\varepsilon 1} = 1{,}44,\ C_{\varepsilon 2} = 1{,}92,\ \sigma_\varepsilon = 1{,}3. \tag{10}$$

В слое при $\mathrm{Re_n} < 200$ решается только уравнение переноса для k — уравнение (7), а ε и ν_t вычисляются алгебраически по формулам

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}, \tag{11}$$

$$\nu_\mathrm{t} = C_\mu \sqrt{k} l_\mu, \tag{12}$$

$$l_\mu = C_l n\left[1 - \exp\left(-\mathrm{Re_n}/A_\mu\right)\right], \tag{13}$$

$$l_\varepsilon = C_l n\left[1 - \exp\left(-\mathrm{Re_n}/A_\varepsilon\right)\right]. \tag{14}$$

С увеличением расстояния от стенки выражения для l_μ и l_ε становятся линейными со значениями l_μ и l_ε, приближающимися к $C_l n$. В этой модели коэффициент C_l задается как

$$C_l = \kappa (C_\mu)^{-3/4}. \tag{15}$$

Кроме того, принимается $A_\mu = 2C_\varepsilon$, что дает правильное асимптотическое поведение ε:

$$\varepsilon = 2\nu k / n^2. \tag{16}$$

Параметр $A_\mu = 70$ определяется из численных тестов, проводимых для получения добавочной константы в логарифмическом законе в случае пограничного слоя на плоской пластине. Систему уравнений (1) – (16) будем называть методологией TLKE.

1.1.2. *k*-*ε*-модель Лаундера–Шармы (LSKEY)

В соответствии с предложением Лаундера и Шармы [11], рассматриваемая модель включает уравнение (17) для k и уравнения (18) и (19) для ε, которые решаются во всей области, включая вязкий подслой, путем введения функций демпфирования на основе вязкости. Общий вид уравнений для k и ε в LRN-модели представлен ниже:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_\mathrm{t}}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right], \tag{17}$$

$$\frac{\partial\tilde{\varepsilon}}{\partial t}+\langle u_j\rangle\frac{\partial\tilde{\varepsilon}}{\partial x_j}=C_{\varepsilon1}f_1P_k\frac{\tilde{\varepsilon}}{k}-C_{\varepsilon2}f_2\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k}+E+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\frac{\nu_\mathrm{t}}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\tilde{\varepsilon}}{\partial x_j}\right]+\mathrm{Y_C}, \tag{18}$$

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\tilde{\varepsilon}, \tag{19}$$

$$\nu_\mathrm{t}=C_\mu f_\mu\frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}, \tag{20}$$

где $\mathrm{Y_C}$ — поправочный источниковый член Япа [13], который имеет вид:

$$\mathrm{Y_C}=\max\left[\left\{0{,}83\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\kappa}\left(\frac{C_\mu^{3/4}k^{3/2}}{n\kappa\tilde{\varepsilon}}-1\right)\left(\frac{C_\mu^{3/4}k^{3/2}}{n\kappa\tilde{\varepsilon}}\right)^2\right\},0\right]. \tag{21}$$

Величина κ, равная 0,41, представляет собой постоянную Кармана. Модель LSKE включает следующие функции демпфирования для решения уравнений (17) – (20):

$$f_\mu=\mathrm{e}^{-3{,}4/(1+\mathrm{Re}_\tau/50)^2},\quad f_1=1,\quad f_2=1-0{,}3\mathrm{e}^{-\mathrm{Re}_\tau^2},$$

$$\varepsilon_0=2\nu\left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_j}\right)^2,\quad E=2\nu\nu_\mathrm{t}\left(\frac{\partial^2\langle u_i\rangle}{\partial x_j\partial x_k}\right)^2,\quad \mathrm{Re}_\tau=\frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}\nu}. \tag{22}$$

Систему уравнений (1) – (5), (17) – (22) будем называть методологией LSKEY.

1.1.3. *k*-*ε*-модель Лэма–Бремхорста (LBKEY)

В соответствии с предложением Лэма и Бремхорста [12] данная модель включает в себя следующие функции демпфирования для решения уравнений (17) – (21) во всей области, включая вязкий подслой:

$$f_\mu=\left(1-\mathrm{e}^{-0{,}0165\mathrm{Re_n}}\right)^2\left(1+20{,}5/\mathrm{Re}_\tau\right),\quad f_1=1+\left(0{,}05/f_\mu\right)^3,$$

$$\varepsilon_0=0,\quad E=0,\quad f_2=1-\mathrm{e}^{-\mathrm{Re}_\tau^2}. \tag{23}$$

Систему уравнений (1) – (5), (17) – (21) и (23) будем называть методологией LBKEY. Отметим, что и в модели LSKEY, и в модели LBKEY константы C_μ, σ_κ, σ_ε, $C_{\varepsilon1}$ и $C_{\varepsilon2}$ являются теми же, что и в параметризации (10) для модели TLKE.

В моделях TLKE, LSKEY и LBKEY не вносится каких-либо изменений в осредненные уравнения для энергии (4) и (5). Решаем их во всей области вплоть до стенки, выбирая $\mathrm{Pr_t}=1$. Величина ν_t, необходимая для замыкания осредненного уравнения для энергии, находится из соответствующих моделей турбулентности.

2. Постановка вычислений

2.1. Расчетная область

На рис. 1 представлена квадратная расчетная область, использованная для моделирования обтекания круглого цилиндра. Она простирается от сечения, находящегося на расстоянии 15*D* вверх по потоку от центра цилиндра, до сечения, расположенного на расстоянии 15*D* вниз по потоку, где *D* — диаметр цилиндра. Размеры области соот-

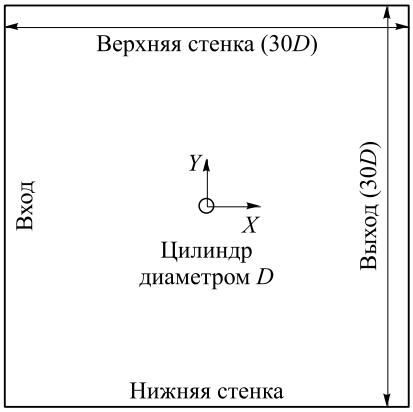

Рис. 1. Расчетная область для исследования поля течения за круглым цилиндром.

ветствуют предыдущим исследованиям на основе PANS [16, 44, 45]. На рис. 2 показана прямоугольная расчетная область для случая нагретого квадратного цилиндра, которая простирается от сечения, находящегося на расстоянии 9*D* вверх по потоку от центра цилиндра, до сечения, расположенного на расстоянии 18*D* вниз по потоку, и имеет ширину 14*D*, где *D* — длина ребра квадратного цилиндра. Размеры вычислительной области соответствуют LES-исследованиям [46] и PANS-исследованию [47]. Авторы [48], а также ряд других исследователей [16, 49, 50] пришли к выводу, что трехмерное моделирование на основе нестационарных RANS-уравнений в случае обтекания квадратного цилиндра дает почти те же результаты, что и двумерные вычисления. В то же время в работе [43] при проведении моделирования на основе URANS-уравнений наблюдалось возникновение вокруг круглого цилиндра сложных трехмерных вихрей. Для всех расчетов, выполненных в настоящей работе, используется двумерная область.

Во всех случаях на входной границе задавалась постоянная скорость течения U_0. На поверхности цилиндра использовались граничные условия прилипания и непротекания, а на верхней и нижней стенках расчетной области — граничные условия свободного скольжения. Для давления везде применялось граничное условие Неймана, кроме области выхода, где задавалось фиксированное значение — нулевое манометрическое давление. Предполагалось, что интенсивность турбулентности на входе составляла 2 %, как было получено в экспериментальных исследованиях [36, 39]. Для задачи с нагретым квадратным цилиндром на входе задавалась температура набегающего потока T_0 = 300 K, а на поверхности цилиндра — фиксированная температура стенки T_w = 330 K. Из-за небольшой разности температур предполагалось, что свойства текучей среды остаются постоянными во всем течении, а температура рассматривалась как пассивная скалярная величина. Аналогичное предположение было использовано в PANS-исследовании

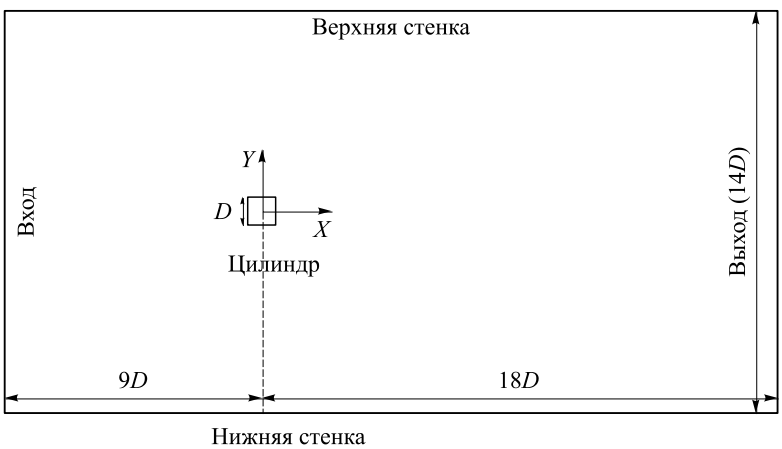

Рис. 2. Расчетная область для исследования обтекания квадратного цилиндра и теплообмена на его поверхности.

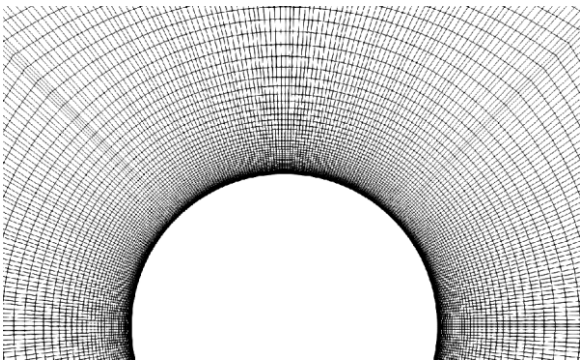

Рис. 3. Вид сетки вблизи стенки
в окрестности круглого цилиндра.

в работе [47]. Граничные значения k и ε на поверхности цилиндра для всех случаев были выбраны нулевыми, за исключением модели LBKEY, где на переменную ε на поверхности цилиндра накладывалось краевое условие нулевого градиента.

Для задачи с круговым цилиндром генерировалась структурированная сетка О-типа с помощью кода Ansys ICEM CFD® 16,0. Вблизи цилиндра высота первой ячейки выбиралась достаточно малой, чтобы среднее значение y^+ для этой высоты составляло величину меньше единицы (рис. 3). Далее размер ячеек сетки задавался возрастающим от цилиндра к периферии области с постоянным коэффициентом растяжения сетки, равным 1,05. Количество ячеек сетки в задаче с круглым цилиндром составляло 0,16 миллиона.

Для создания мелкой неструктурированной сетки, разрешающей пристеночные масштабы, для задачи с нагретым квадратным цилиндром (см. рис. 4) был использован пакет программ Ansys Workbench® 16.0. Высота первой ячейки в вязком подслое на поверхности цилиндра поддерживалась достаточно малой — в диапазоне $y^+ \le 1$. Чтобы воспроизвести особенности пограничного слоя, в пристеночных областях формировались призматические слои и обеспечивался плавный переход от призматического слоя к тетраэдральным ячейкам в периферии области. Задавался постоянный коэффициент растяжения ячеек, равный 1,05, который сохранялся по мере удаления от поверхности цилиндра. Количество ячеек сетки, использованное в расчетах обтекания квадратного цилиндра, составляло 0,154 миллиона.

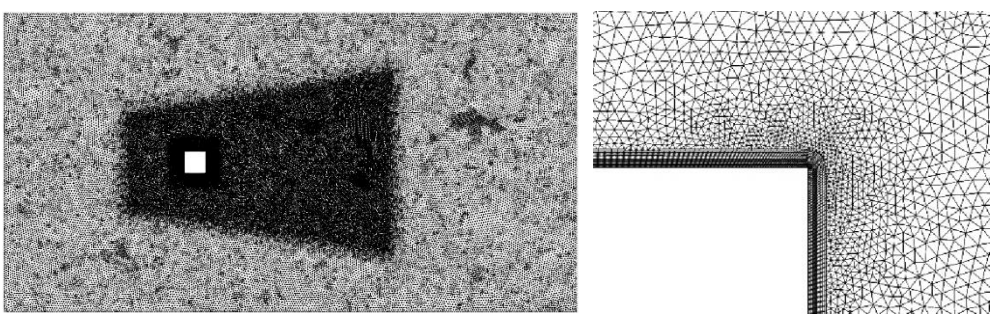

Рис. 4. Неструктурированная сетка с разрешением течения вблизи стенки
вокруг квадратного цилиндра (слева) и около пристеночных призматических слоев (справа).

Таблица 1

Численные схемы

Слагаемые, функции	Схемы
Производные по времени	Неявная, второго порядка
Градиенты	По умолчанию: линейная, второго порядка; давление: метод наименьших квадратов
Дивергенция	Ограниченная, противопоточная, второго порядка
Оператор лапласиана	Линейная, второго порядка
Интерполяция	Линейная
Нормальный к поверхности градиент	Линейная, второго порядка

Таблица 2

Детали вычислений для задачи обтекания круглого цилиндра

Вариант расчета	Модель	$\mathrm{Re}\cdot 10^3$
C1	LSKEY	3,9
C2	LBKEY	3,9
C3	TLKE	3,9

Таблица 3

Детали вычислений для задачи обтекания нагретого квадратного цилиндра

Вариант расчета	Модель	$\mathrm{Re}\cdot 10^3$
S1	LSKEY	21,4
S2	LBKEY	21,4
S3	TLKE	21,4

Для всех случаев, изученных в представленной работе, для согласования давления и скорости использовался неявный алгоритм PISO. Шаг по времени задавался регулируемым, с выполнением условия $(\mathrm{Co}_{\max}) \approx 1$ для максимального числа Куранта. Конечная невязка для всех характеристик течения составляла меньше 10^{-6}. Для давления применялся многосеточный решатель GAMG со сглаживателем DICGaussSiedel. Для других характеристик течения использовался решатель PBiCGStab с предобуславливателем DILU. Во всех случаях (см. табл. 1) для дискретизации по пространству и времени использовались ограниченные схемы второго порядка аппроксимации. В табл. 2 и 3 представлены детали моделирования, которое выполнялось для случаев круглого и нагретого квадратного цилиндров соответственно (в этих таблицах $\mathrm{Re} = U_0 D/\nu$). Отметим, что символы C1, C2 и C3 обозначают различные варианты моделирования обтекания круглого цилиндра, тогда символы S1, S2 и S3 соответствуют различным реализациям моделирования обтекания квадратного цилиндра.

2.2. Интегральные характеристики

После однородной инициализации поле течения развивалось в течение пяти периодов его прохождения через расчетную область (или пяти проточных циклов), после чего включалось осреднение по времени. Отметим, что проточный цикл определяется как характерное время движения частицы среды по длине области в продольном направлении. Для расчетной области, рассматриваемой при моделировании обтекания квадратного цилиндра, указанное время составляло $27D/U_0$, где U_0 — скорость невозмущенного потока. В случае моделирования кругового цилиндра проточное время составляло $30D/U_0$. Как для круглого, так и для нагретого квадратного цилиндра осредненные по времени характеристики расхода были получены после осреднения переменных на протяжении следующих 22 циклов срыва вихрей. Затем модели сравнивались на основе анализа осредненных по времени величин (далее называемых средними величинами).

Сравнение моделей проводилось в терминах следующих параметров: среднего числа Нуссельта (Nu, уравнение (24)), среднего коэффициента лобового сопротивления (C_D,

уравнение (28)), среднего коэффициента давления (C_p, уравнение (27)), числа Струхаля (St, уравнение (28)), длины рециркуляционной области (L_r), средней завихренности вдоль оси Z (Ω_z, уравнение (29) и профилей продольной средней скорости течения (V_1, уравнение (25)), определяемых как

$$\mathrm{Nu} = \frac{\langle \dot{q}_{\mathrm{wall}} \rangle_{\mathrm{m}} | D}{K\left(T_{\mathrm{w}} - T_0\right)} = \frac{D}{\left(T_{\mathrm{w}} - T_0\right)} \left| \frac{\partial \langle\langle T \rangle\rangle_{\mathrm{m}}}{\partial \eta} \right|, \tag{24}$$

$$V_i = \langle\langle u_i \rangle\rangle_{\mathrm{m}}, \tag{25}$$

$$C_D = \left\langle \frac{F_x}{(1/2)\rho U_0^2 A} \right\rangle_{\mathrm{m}}, \tag{26}$$

$$C_p = \frac{\langle\langle p \rangle\rangle_{\mathrm{m}} - p_0}{(1/2)\rho U_0^2 A}, \tag{27}$$

$$\mathrm{St} = fD/U_0, \tag{28}$$

$$\Omega_z = \left(\frac{\partial \langle\langle u_2 \rangle\rangle_{\mathrm{m}}}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle\langle u_1 \rangle\rangle_{\mathrm{m}}}{\partial x_2} \right), \tag{29}$$

где угловые скобки $\langle\ \rangle_{\mathrm{m}}$ обозначают осреднение по большому периоду времени (или полное осреднение), $\dot{q}_{\mathrm{wall}}$ — тепловой поток на стенке, K — коэффициент теплопроводности текучей среды, F_x — результирующая сила, действующая на цилиндр в направлении оси X, A — площадь фронтальной проекции цилиндра, p_0 — давление в набегающем потоке, f — частота схода вихрей. Сравнение моделей также проводилось с точки зрения скорости вычислений, а именно: компьютерного времени (τ_{clock}), затрачиваемого на моделирование одного проточного цикла при одних и тех же параметрах расчета.

2.3. Изучение сходимости

Для анализа чувствительности результатов расчетов к выбору сетки в случае круглого цилиндра строились две структурированные О-сетки. Более мелкая сетка была получена путем приблизительного удвоения количества ячеек, присутствующих в более грубой сетке. Подробная информация о сетках представлена в табл. 4. Результаты, полученные на двух указанных сетках, сравнивались в терминах продольной средней скорости (V_1) на осевой линии следа (рис. 5) и среднего коэффициента аэродинамического сопротивления (C_D).

Таблица 4

Исследования сходимости решений на различных сетках и их независимости от шага по времени в случае круглого цилиндра

Сетка	Количество ячеек × 10^3	$\mathrm{Co}_{\max}$	C_D
Грубая	79,8	1,0	1,081
Мелкая	160	1,0	1,078
Мелкая	160	0,5	1,032
Мелкая	160	2,0	1,115

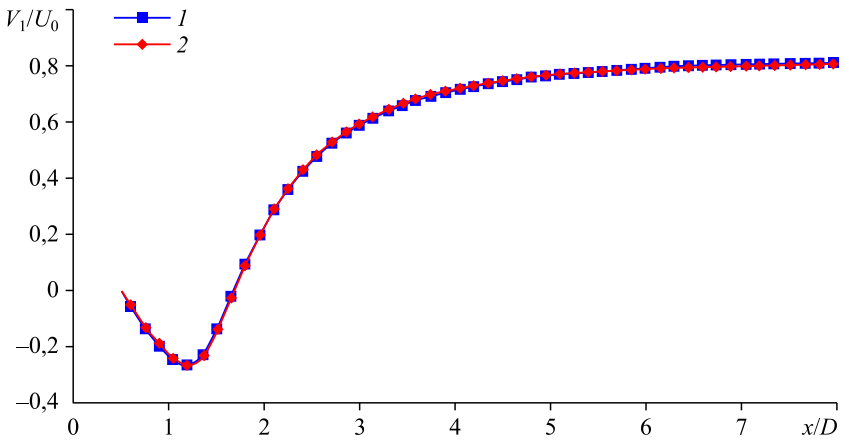

Рис. 5. Сравнение продольной средней скорости вдоль осевой линии следа для двух сеток в случае круглого цилиндра.
1 — грубая сетка, *2* — мелкая сетка.

На рис. 5 видно, что значения продольной компоненты вектора средней скорости вдоль осевой линии следа, полученные в расчетах на двух сетках, почти совпадают. Кроме того, при удвоении количества ячеек значение C_D изменяется лишь на 0,3 %. Эти наблюдения показывают, что независимость результатов расчета от выбора сетки действительно была достигнута и при дальнейшем измельчении сетки результаты существенно не улучшались, поэтому все расчеты проводились на более мелкой сетке.

На выбранной сетке далее была проанализирована чувствительность результатов расчета к временному шагу. Для этого были выполнены расчеты с тремя различными значениями максимального числа Куранта (Co_{max}) (см. табл. 4) и проведены сравнения результатов различных вариантов расчета в терминах продольной компоненты вектора средней скорости потока на оси следа и значений C_D. Из рис. 6 видно, что при уменьшении значения Co_{max} от 2 до 1 наблюдается значительная разница в результатах расчета. Однако при дальнейшем уменьшении коэффициента Co_{max} от 1 до 0,5 разница полученных значений продольной средней скорости составляет менее 5 %. Из табл. 4 следует,

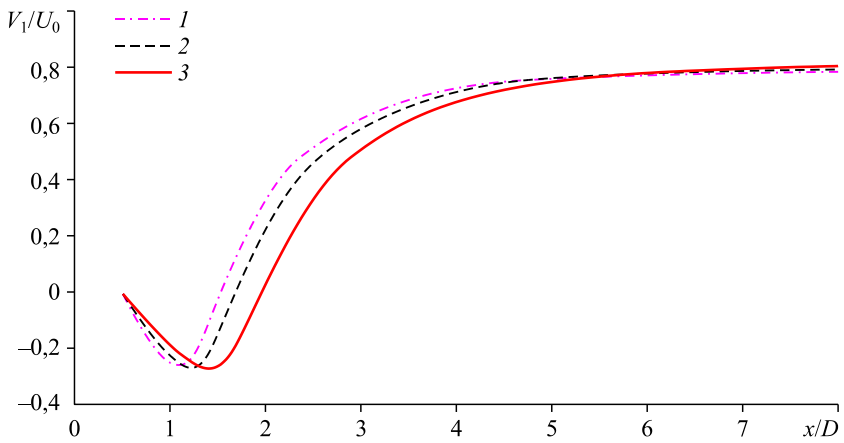

Рис. 6. Сравнение продольной средней скорости вдоль осевой линии следа для чисел Co_{max} = 0,5 (*1*), 1 (*2*), 2 (*3*) в случае круглого цилиндра.

что при уменьшении размера временного шага в 2 раза значение C_D изменяется менее чем на 5 %. На основании этих наблюдений сделан вывод, что значение $\mathrm{Co}_{\max} = 1$ является достаточно адекватным для настоящих исследований.

Для неструктурированной сетки с разрешением пристеночных масштабов вокруг квадратного цилиндра был проведен анализ сеточной чувствительности в соответствии с рекомендациями [51]. Геометрические детали сетки, использованной в расчетах, представлены в табл. 5. Каждая более мелкая сетка создавалась путем масштабирования линейного размера ячейки с коэффициентом $1/\sqrt[3]{3}$. Общая высота призматических пристеночных слоев поддерживалась приблизительно постоянной за счет изменения коэффициента растяжения сетки и количества этих слоев.

Было изучено изменение коэффициента C_D в зависимости от индекса сетки (GI). Значение GI для двумерной сетки определяется как обратное количество узлов сетки ($\mathrm{GI} = 1/N$). Для семейства двумерных самоподобных сеток при использовании численной схемы второго порядка точности [52] средние интегральные величины (такие как C_D) изменяются линейно, и в настоящей работе действительно наблюдалось почти линейное поведение, что указывает на достаточную точность результатов схемы второго порядка с точки зрения пространственной дискретизации. В табл. 5 также представлены значения C_D, полученные на трех различных сетках. Разница величин коэффициента C_D, полученных на двух использованных последовательных семействах сеток, составила менее 5 %. С учетом результатов проведенного исследования сеточной сходимости для моделирования обтекания нагретого квадратного цилиндра в настоящей работе была выбрана средняя сетка.

Независимость результатов расчетов от временного шага проверялась путем моделирования обтекания с использованием средней сетки и трех различных значений $\mathrm{Co}_{\max}$ (см. табл. 5). Влияние уменьшения временного шага было проанализировано путем сравнения вычисленного значения продольной компоненты вектора средней скорости на осевой линии следа (рис. 7) со средними значениями C_D (табл. 5). Видно, что при уменьшении величины шага по времени в 2 раза изменение вычисленной продольной средней скорости, а также коэффициента C_D, составило величину, значительно меньшую 5 %, и, следовательно, была достигнута слабая чувствительность результатов расчета к величине шага по времени. Таким образом, как и в случае круглого цилиндра, для проведения расчетов поля течения и исследования теплообмена при обтекании квадратного цилиндра также было выбрано значение $\mathrm{Co}_{\max} = 1$.

Таблица 5

Детали сетки для изучения сеточной сходимости в случае квадратного цилиндра

Сетка	$\mathrm{Co}_{\max}$	Количество узлов сетки $(N) \times 10^3$	Индекс сетки $\mathrm{GI} = (1/N) \times 10^{-6}$	C_D
Грубая	1,0	104,3	9,59	1,854
Средняя	1,0	165,1	6,06	1,935
Мелкая	1,0	319,6	3,13	1,983
Средняя	0,5	165,1	6,06	1,963
Средняя	2,0	165,1	6,06	1,883

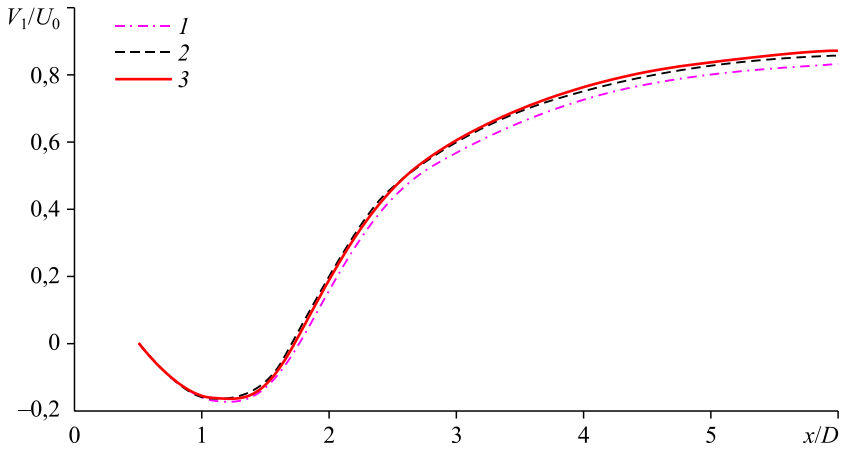

Рис. 7. Сравнение продольной средней скорости вдоль осевой линии следа для значений Co_{max} = 0,5 (*1*), 1 (*2*), 2 (*3*) в случае цилиндра квадратного сечения.

3. Результаты и обсуждение

3.1. Круглый цилиндр (Re = 3900)

Экспериментальные работы [36, 37] наряду с DNS-исследованием [38] предоставляют обширный набор данных по обтеканию кругового цилиндра. В настоящем разделе проводится сравнение моделей LSKEY, LBKEY и TLKE относительно их способности предсказывать различные параметры потока, представляющие интерес для инженеров, с помощью пакета OpenFOAM 5,0. Начнем проверку используемых моделей с точки зрения вычислительного времени, затрачиваемого на проведение расчетов по каждой из них. В табл. 6 приведены приблизительные значения компьютерного времени (τ_{clock}), необходимого для моделирования одного проточного цикла. Видно, что на один и тот же проточный цикл модель LBKEY расходует наименьшее вычислительное время, за ней следует модель LSKEY, в то время как расчеты по TLKE являются самыми медленными. Модель TLKE вычисляет и проверяет значения числа Re_n в каждом узле области потока, а затем переключается с модели с двумя уравнениями на модель с одним уравнением, как описано в разделе 1.1.1. Переключение включает в себя принятие решений в форме операторов if-then-else, что, по-видимому, приводит к бóльшему расходу времени счета. Табл. 6 показывает, что расчеты по модели TLKE требуют почти в два раза больше времени, чем расчеты по модели LBKEY или LSKEY. В то же время в случае простого RANS-моделирования (где абсолютное время вычислений обычно невелико) абсолютная разница между временем вычислений по моделям TLKE и LSKEY (или LBKEY) может быть не слишком значительной с практической точки зрения. Однако соответствующая разница во времени счета при моделировании с разрешением масштабов, таком как PANS (для которого обычно могут потребоваться недели или даже месяцы),

Таблица 6

Вычислительное время, необходимое для моделирования одного проточного цикла в задаче с круглым цилиндром

Вариант расчета	Модель	Количество параллельных процессоров	τ_{clock}, с (приблизительное время в секундах)
C1	LSKEY	24	760
C2	LBKEY	24	700
C3	TLKE	24	1330

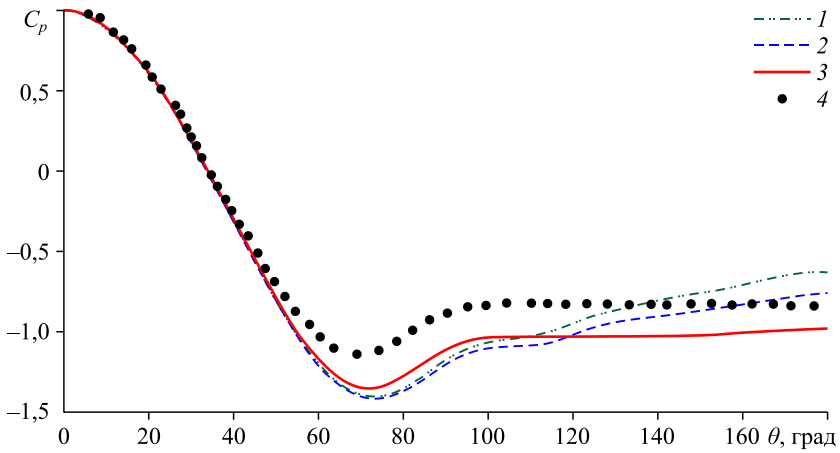

Рис. 8. Сравнение данных среднего коэффициента давления вдоль поверхности круглого цилиндра при Re = 3900, полученных с использованием моделей TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), и результатов DNS [38] (*4*).

очевидно, поставит модель TLKE в явно невыгодное положение по сравнению с моделями LBKEY или LSKEY.

На рис. 8 представлено изменение среднего коэффициента давления C_p вдоль поверхности цилиндра (в терминах угла θ, где $\theta = 0°$ соответствует передней точке торможения). Видно, что расчетные данные, полученные с помощью всех моделей, хорошо согласуются с результатами DNS [38] вплоть до угла $\theta = 50°$. При $\theta > 100°$ DNS-результаты демонстрируют наличие постоянного отрицательного давления. Модель LSKEY предсказывает аналогичную тенденцию постоянного отрицательного давления, в то время как результаты моделей LBKEY и TLKE отклоняются от данных DNS при продвижении к задней точке торможения ($\theta = 180°$).

Далее представим данные по изменению нормированной средней завихренности в направлении оси Z вдоль поверхности цилиндра (см. рис. 9). Эта величина получается путем деления средней завихренности в направлении Z (Ω_z) на величину $2\sqrt{\mathrm{Re}}$ [38].

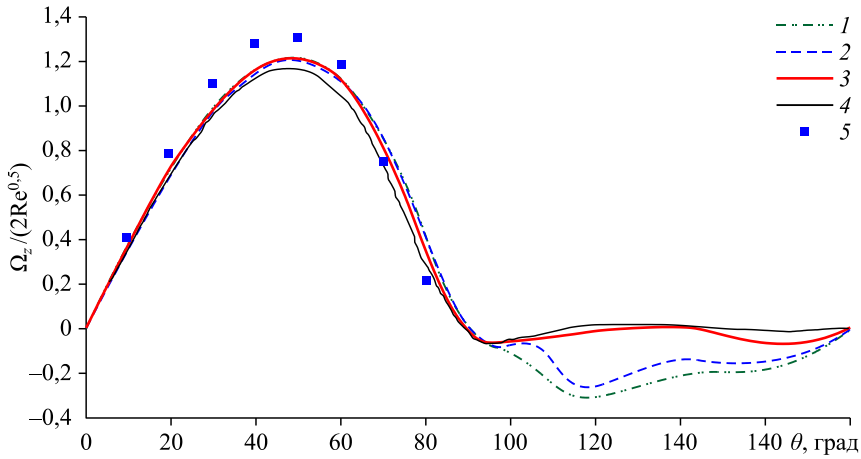

Рис. 9. Изменение нормированной средней завихренности вдоль поверхности круглого цилиндра при Re = 3900 в сравнении с данными экспериментов [53] при Re = 5000 и DNS-расчетов [38] при Re = 3900. Результаты расчетов по TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), DNS (*4*) и данные эксперимента [53] (*5*).

В работе [53] приведены экспериментальные результаты для обтекания круглого цилиндра до отрыва пограничного слоя при Re = 5000, полученные с использованием электрохимических методов. Данные DNS и настоящие результаты RANS занижают экспериментальные значения в области перед отрывом. Видно, что результаты, полученные с помощью модели LSKEY, точно воспроизводят точку отрыва при $\theta = \Theta_{sep}$ (где $\Omega_z = 0$) и остаются близкими к результатам DNS во всей области поверхности цилиндра после отрыва. С другой стороны, вниз по потоку от точки отрыва модель LBKEY дает отклонение от данных DNS, а модель TLKE показывает еще большие различия.

В табл. 7 представлены средние интегральные величины, такие как коэффициент аэродинамического сопротивления (C_D), число Струхаля (St), угол отрыва пограничного слоя (Θ_{sep}), нормированная длина рециркуляционного пузыря (L_r/D) и нормированная минимальная скорость в рециркуляционной области ($-V_{1min}/U_0$). Видно, что, хотя модель LSKEY немного завышает значение C_D по сравнению с другими изученными моделями, однако это значение довольно близко к экспериментальному результату, как и значение C_D, полученное по модели LBKEY. Для числа Струхаля (St) модель LSKEY дает наилучший прогноз, за которым следуют предсказания моделей LBKEY и TLKE.

На рис. 10 показано изменение продольной компоненты вектора средней скорости вдоль осевой линии следа. Модель LSKEY демонстрирует лучшие результаты по сравнению с моделями LBKEY и TLKE и дает близкое совпадение с экспериментальными результатами почти во всей области следа. Кроме того, модели LBKEY и TLKE не могут точно воспроизвести данные для области рециркуляции, тем не менее первая модель работает лучше в зоне следа по сравнению со второй моделью. На рис. 11 приведены профили продольной средней скорости в поперечном направлении в трех разных сечениях следа. Во всех трех сечениях модель LSKEY работает значительно лучше, чем модели LBKEY и TLKE. Она приводит к хорошему согласованию с U-образным профилем и точно предсказывает дефицит скорости в рециркуляционной области.

Таким образом, из настоящего исследования следует вывод, что в целом LRN-модель LSKEY является, по-видимому, лучшим выбором по сравнению с популярной моделью TLKE при моделировании обтекания кругового цилиндра с помощью RANS-замыкания на основе уравнений для k и ε. Модель LBKEY уступает по точности предсказаний модели LSKEY.

Таблица 7

Средние интегральные величины характеристик течения при обтекании круглого цилиндра при Re = 3900

Данные эксперимента или расчета	C_D	St	L_r/D	$-V_{1min}/U_0$	Θ_{sep}, град
Работа [36] (эксперимент)	0,99	0,22	1,09	0,24	86
Работа [38] DNS	0,84	0,22	1,59		
Настоящая работа: LSKEY (C1)	1,078	0,2098	1,186	0,266	88,73
Настоящая работа: LBKEY (C2)	0,933	0,1998	1,255	0,207	90,45
Настоящая работа: TLKE (C3)	0,824	0,1898	1,337	0,219	90,73

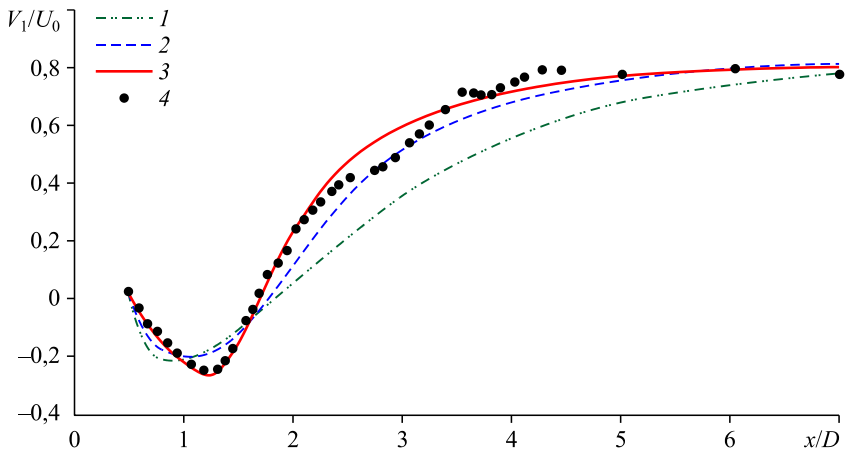

Рис. 10. Профиль продольной средней скорости вдоль оси следа при обтекании кругового цилиндра при Re = 3900, рассчитанный с использованием моделей TLRE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), в сравнении с данными эксперимента [36] (*4*).

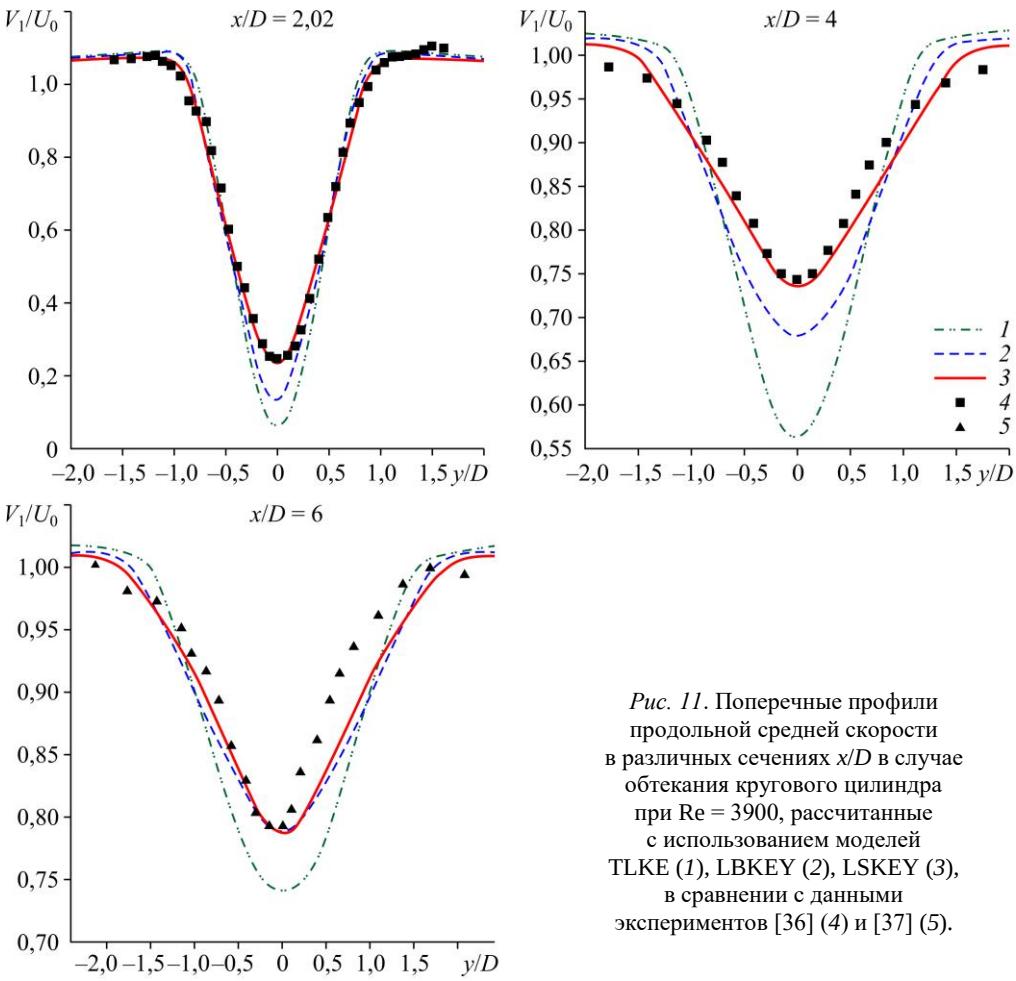

Рис. 11. Поперечные профили продольной средней скорости в различных сечениях *x*/*D* в случае обтекания кругового цилиндра при Re = 3900, рассчитанные с использованием моделей TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), в сравнении с данными экспериментов [36] (*4*) и [37] (*5*).

3.2. Нагретый квадратный цилиндр (Re = 21400)

Исследование с использованием лазер-доплеровского измерения скорости, выполненное в работе [39], и экспериментальные исследования [40] предоставляют обширную базу данных для сравнения средних и пульсационных характеристик на поверхности тела и в различных точках следа за ним. В качестве основы для сравнения характеристик теплообмена использовались экспериментальные данные [42]. Кроме того, везде, где это было возможно, использовались DNS-результаты [41]. В табл. 8 представлены оценки времени счета (τ_{clock}), расходуемого отдельными RANS-моделями на расчет одного проточного цикла при одних и тех же задаваемых параметрах моделирования. Наблюдаются те же тенденции, что и в случае кругового цилиндра (см. табл. 6): модель LBKEY является наиболее быстрой, за ней следует модель LSKEY, а модель TLKE работает намного медленнее.

В табл. 9 представлены средние интегральные характеристики течения. Экспериментальное значение среднего коэффициента аэродинамического сопротивления наиболее точно предсказывается моделью LSKEY (с ошибкой 7,8 %), за которой следуют модели LBKEY и TLKE с более значительными ошибками. С точки зрения длины рециркуляционной области, предсказания модели LSKEY также существенно превосходят по точности результаты других моделей. Однако все три модели дают завышенное значение для числа Струхаля, т.е. в этом отношении они оказываются сопоставимы друг с другом.

На рис. 12 показано изменение среднего коэффициента давления вдоль поверхности цилиндра. Видно, что на фронтальной поверхности торможения (AB) все RANS-модели работают одинаково и демонстрируют результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. Однако на боковых и задней поверхностях цилиндра модель LSKEY работает значительно лучше, чем модели LBKEY и TLKE. При этом модель LBKEY показывает несколько лучшие результаты по сравнению с моделью TLKE.

Таблица 8

Вычислительное время, необходимое для моделирования одного проточного цикла в задаче с нагретым квадратным цилиндром

Вариант расчета	Модель	Количество процессоров	τ_{clock}, с
S1	LSKEY	48	4050
S2	LBKEY	48	3900
S3	TLKE	48	5900

Таблица 9

Средние интегральные величины при обтекании нагретого квадратного цилиндра при Re = 21400

Источник данных эксперимента или расчета	C_D	St	L_r/D
Работа [39] (эксперимент)	2,1	0,133	1,38
Работа [41] (DNS)	2,18	0,132	1,04
Настоящая работа: LSKEY (S1)	1,935	0,1678	1,489
Настоящая работа: LBKEY (S2)	1,796	0,1608	1,953
Настоящая работа: TLKE (S3)	1,752	0,1608	2,051

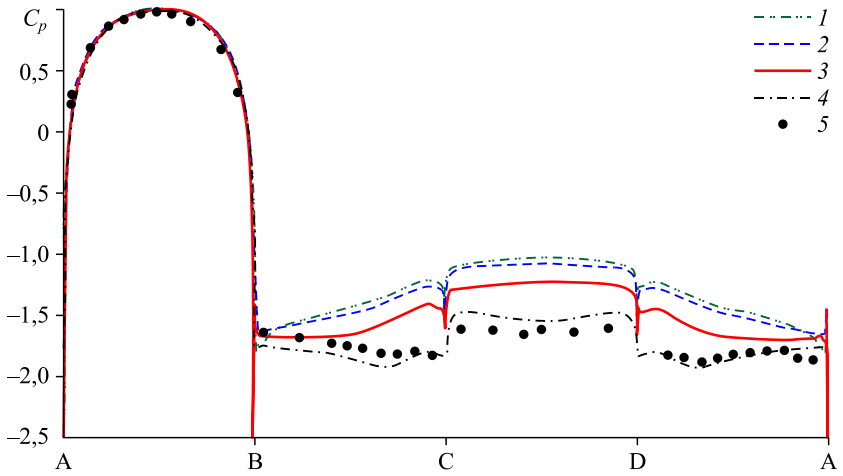

Рис. 12. Сравнение результатов расчета среднего коэффициента давления вдоль поверхности квадратного цилиндра при Re = 21400, полученных с использованием TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), DNS (*4*), с данными эксперимента [40] (*5*).
A и B — расположенные выше по течению верхний и нижний углы цилиндра соответственно.

На рис. 13 представлено изменение продольной компоненты вектора средней скорости течения вдоль осевой линии следа. Видно, что все рассматриваемые модели завышают длину рециркуляционной зоны и занижают минимальную скорость течения в области рециркуляции. В области ближнего следа модель LSKEY работает значительно лучше моделей LBKEY и TLKE. При этом, хотя модель LBKEY и показывает немного лучшие по сравнению с TLKE результаты, данные обеих моделей далеки от экспериментальных наблюдений. На рис. 14 приведен поперечный профиль продольной средней скорости в трех различных сечениях следа. На расположенной ниже по течению кромке квадратного цилиндра (x/D = 0,5) все модели работают хорошо. Однако при дальнейшем движении вниз по потоку применимость моделей LBKEY и TLKE ухудшается, в то время как модель LSKEY работает намного лучше и ее данные близко соответствуют экспериментальным наблюдениям.

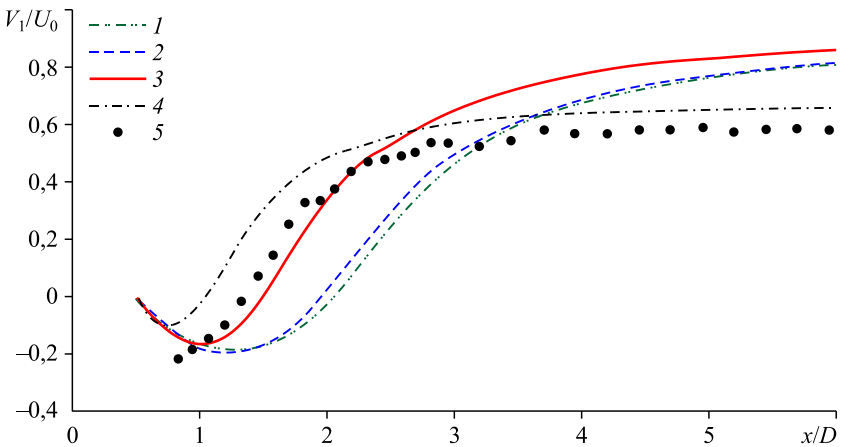

Рис. 13. Профили продольной средней скорости вдоль осевой линии следа при обтекании квадратного цилиндра при Re = 21400, рассчитанные с использованием TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), DNS (*4*), в сравнении с данными эксперимента [39] (*5*).

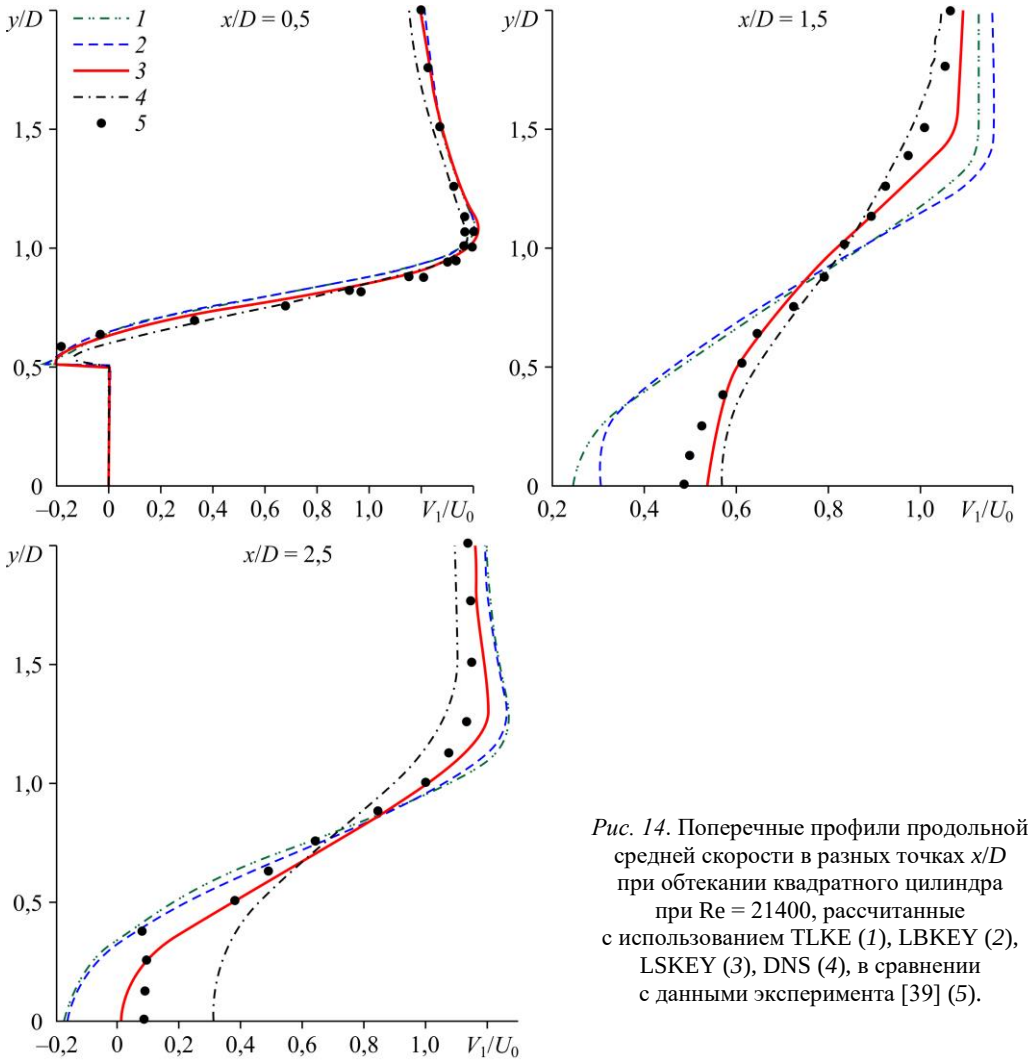

Рис. 14. Поперечные профили продольной средней скорости в разных точках *x*/*D* при обтекании квадратного цилиндра при Re = 21400, рассчитанные с использованием TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), DNS (*4*), в сравнении с данными эксперимента [39] (*5*).

Приведем сравнение изучаемых моделей относительно различных аспектов теплопереноса. Характеристики теплообмена при обтекании нагретого квадратного цилиндра исследовались в работе [42]. Здесь автором были экспериментально изучены разные аспекты теплообмена при обтекании квадратного цилиндра в диапазоне чисел Re от 5600 до 56000 при различных углах атаки. Характеристики теплообмена были измерены на основе среднего локального числа Нуссельта (Nu, уравнение (24)) вдоль поверхности цилиндра. Отметим, что экспериментальные результаты для Re = 21400 отсутствуют. Существуют экспериментальные данные для двух близких значений: Re = 18500 и 29600 (при нулевом угле атаки). Поэтому здесь используется линейная интерполяция экспериментальных результатов для Re = 21400, которые далее послужили основой для сравнения RANS-моделей.

На рис. 15 представлено изменение числа Nu вдоль поверхности цилиндра. Видно, что на передней поверхности торможения (AB) предсказания моделей LSKEY и TLKE достаточно точны и сопоставимы друг с другом. Резкие подъемы числа Nu на углах цилиндра возникают из-за численных разрывов нормальных градиентов характеристик потока на острых ребрах цилиндра. На задней поверхности (CD) модель LSKEY дает

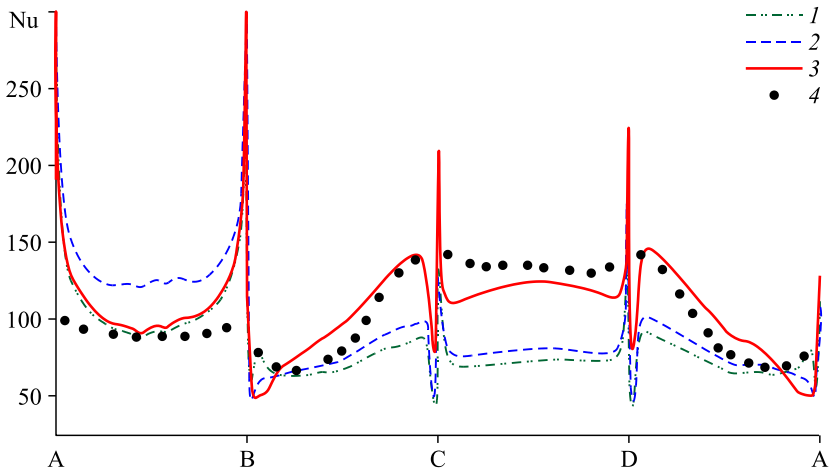

Рис. 15. Сравнение результатов расчета среднего локального числа Нуссельта (Nu) вдоль поверхности квадратного цилиндра при Re = 21400, полученных с использованием моделей TLKE (*1*), LBKEY (*2*), LSKEY (*3*), с данными эксперимента (с интерполяцией при Re = 21400) [42] (*4*). A и B — расположенные выше по течению верхний и нижний углы цилиндра соответственно.

существенно более точные данные, чем модели LBKEY и TLKE, результаты которых сильно ниже экспериментальных значений. Точно так же вдоль боковых поверхностей (BC и DA) модель LSKEY работает лучше и точно фиксирует возрастание числа Nu от ребра, расположенного ниже по течению, к ребру, расположенному выше по течению (от B к C и от D к A). На этих поверхностях модели LBKEY и TLKE предсказывают более плоский профиль. Таким образом, с точки зрения характеристик теплообмена модель LSKEY, по-видимому, является лучшим выбором для RANS-замыкания на основе k-ε-модели.

Вероятно, причина лучшей работоспособности LRN-моделей по сравнению с моделью TLKE может быть связана со стратегией моделирования, применяемой с использованием различных моделей замыкания. В модели TLKE для вычисления скорости вязкой диссипации (ε) внутри пограничного слоя используются алгебраические соотношения, поэтому эта модель не может уловить каких-либо эффектов предыстории. В моделях LSKEY и LBKEY решаются уравнения переноса величин k и ε вплоть до стенки (включая вязкий подслой), тем самым учитывается полная временная динамика этих величин, что также обеспечивает более точное воспроизведение физики течения.

Выводы

В работе сопоставлены различные стратегии учета стенки в рамках k-ε-моделирования, проводимого с использованием пакета OpenFOAM. Откорректированные по Япу версии модели Лаундера–Шармы (LSKEY) и модели Лэма–Бремхорста (LBKEY) сравниваются с популярной двухслойной моделью (TLKE) при моделировании двух эталонных случаев: обтекания кругового цилиндра при Re = 3900 и обтекания нагретого квадратного цилиндра при Re = 21400. Оценки выполнены на основе рассмотрения различных характеристик поля течения и теплообмена, а также с точки зрения времени расчета. Для этих оценок использовались доступные данные экспериментов и прямого численного моделирования. Основные выводы настоящего исследования состоят в следующем:

— модель LSKEY требует значительно меньшего вычислительного времени, чем популярная модель TLKE, и, следовательно, является значительно более экономичной с точки зрения вычислительных ресурсов;

— в целом, судя по характеристикам поля течения, модель LSKEY дает наилучшие результаты, за ней следуют модели LBKEY и TLKE;

— с точки зрения коэффициентов теплообмена, модели LSKEY и TLKE работают сопоставимо на поверхности торможения, однако на боковых и задних поверхностях модель LSKEY работает значительно лучше других моделей.

Настоящее исследование подчеркивает превосходство модели LSKEY над популярной моделью TLKE при воспроизведении отрывных потоков вокруг канонических плохообтекаемых тел с теплопереносом и без него. Проведенная детальная проверка реализованных в пакете моделей TLKE, LSKEY и LBKEY может оказаться полезной сообществу пользователей OpenFOAM. Ожидается также, что данное исследование прояснит некоторые аспекты для конечных пользователей и специалистов, занимающихся моделированием турбулентности, в частности, различными гибридными методами моделирования турбулентности, при определении наиболее оптимального выбора способа учета стенки в подходах с разрешением масштабов, использующих k-ε-модели.

Благодарности

Авторы благодарят Отдел высокопроизводительных вычислений Индийского технологического института в Дели за предоставление вычислительных ресурсов для выполнения моделирования.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

1. **Lien F., Chen W., Leschziner M.** Low-Reynolds-number eddy-viscosity modelling based on non-linear stress-strain/vorticity relations // Engng Turbulence Modelling and Experiments. 1996. Vol. 3. P. 91–100.
2. **Shih T., Zhu J., Lumley J.** A realizable Reynolds stress algebraic equation model // NASA Technical Memorandum. 1993. P. 105993-1–105993-28.
3. **Girimaji S.S.** Partially-averaged Navier–Stokes model for turbulence: a Reynolds-averaged Navier–Stokes to direct numerical simulation bridging method // J. Applied Mechanics. 2006. Vol. 73, No. 3. P. 413–421.
4. **Saroha S., Sinha S., Lakshmipathy S.** Evaluation of partially averaged Navier–Stokes method in simulating flow past a sphere // J. Applied Fluid Mechanics. 2018. Vol. 11, No. 5. P. 1333–1348.
5. **Constantinescu G., Squires K.** Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes // Physics of Fluids. 2004. Vol. 16, No. 5. P. 1449–1466.
6. **Saroha S., Sinha S.S., Lakshmipathy S.** Evaluation of PANS method in conjunction with non-linear eddy viscosity closure using OpenFOAM // Intern. J. of Numerical Methods for Heat Fluid Flow. 2018. Vol. 29, No. 3. P. 949–980.
7. **Launder B., Spalding D.** The numerical computation of turbulent flows // Computer Methods in Applied Mechanics and Engng. 1974. Vol. 3, No. 2. P. 269–289.
8. **Wilcox D.C.** Turbulence modeling for CFD. La Canada, DCW industries: California, 1998. Vol. 2. P. 269–289.
9. **Patel V.C., Rodi W., Scheuerer G.** Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows — a review // AIAA J. 1985. Vol. 23, No. 9. P. 1308–1319.
10. **Rodi W.** Experience with two-layer models combining the *k*-epsilon model with a one-equation model near the wall // 29th Aerospace Sci. Meeting. 1991. 216 p.
11. **Launder B., Sharma B.** Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc // Letters in Heat and Mass Transfer. 1974. Vol. 1, No. 2. P. 131–137.
12. **Lam C., Bremhorst K.** A modified form of the k-ε model for predicting wall turbulence // J. of Fluids Engng. 1981. Vol. 103, No. 3. P. 456–460.
13. **Yap C.R.** Turbulent heat and momentum transfer in recirculating and impinging flows // Ph.D. Thesis. United Kingdom: the University of Manchester, 1987.

14. Chen H., Patel V. Near-wall turbulence models for complex flows including separation // AIAA J. 1988. Vol. 26, No. 6. P. 641–648.

15. Lysenko D.A., Ertesvarg I.S., Rian K.E. Modeling of turbulent separated flows using OpenFOAM // Computers & Fluids. 2013. Vol. 80. P. 408–422.

16. Lakshmipathy S. PANS method of turbulence: simulation of high and low Reynolds number flows past a circular cylinder // Master's Thesis. Texas A&M University, 2006. P. 34–38.

17. Ranzenbach R., Barlow J.B. Two-dimensional airfoil in ground effect, an experimental and computational study // Tech. Rep., Society of Automotive Technical Paper, 1994. No. 94-2509. 9 p.

18. Heyerichs K., Pollard A. Heat transfer in separated and impinging turbulent flows // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 1996. Vol. 39, No. 12. P. 2385–2400.

19. Lakehal D., Rodi W. Calculation of the flow past a surface-mounted cube with two-layer turbulence models // J. of Wind Engng and Industrial Aerodynamics. 1997. Vol. 67. P. 65–78.

20. Sinha S.K., Sotiropoulos F., Odgaard A.J. Three-dimensional numerical model for flow through natural rivers // J. of Hydraulic Engng. 1998. Vol. 124, No. 1. P. 13–24.

21. Ooi A., Iaccarino G., Durbin P., Behnia M. Reynolds averaged simulation of flow and heat transfer in ribbed ducts // Intern. J. of Heat and Fluid Flow. 2002. Vol. 23, No. 6. P. 750–757.

22. Hofmann H.M., Kaiser R., Kind M., Martin H. Calculations of steady and pulsating impinging jets — an assessment of 13 widely used turbulence models // Numerical Heat Transfer. Part B: Fundamentals. 2007. Vol. 51, No. 6. P. 565–583.

23. Chao C.Y.H., Wan M., Sze To G.N. Transport and removal of expiratory droplets in hospital ward environment // Aerosol Sci. and Technology. 2008. Vol. 42, No. 5. P. 377–394.

24. Henkes R., Hoogendoorn C. Comparison of turbulence models for the natural convection boundary layer along a heated vertical plate // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 1989. Vol. 32, No. 1. P. 157–169.

25. Hosseinalipour S., Mujumdar A. Comparative evaluation of different turbulence models for confined impinging and opposing jet flows // Numerical Heat Transfer. Part A: Applications. 1995. Vol. 28, No. 6. P. 647–666.

26. Chen Q. Comparison of different k-ε models for indoor air flow computations // Numerical Heat Transfer. Part B: Fundamentals. 1995. Vol. 28, No. 3. P. 353–369.

27. Hoda A., Acharya S. Predictions of a film coolant jet in crossflow with different turbulence models // ASME Intern. Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition. 1999. P. V003T01A028–V003T01A028.

28. Povey T., Chana K., Jones T., Hurrion J. The effect of hot-streaks on HP vane surface and endwall heat transfer: an experimental and numerical study // J. of Turbomachinery. 2007. Vol. 129, No. 1. P. 32–43.

29. Sharabi M., Ambrosini W., He S., Jackson J. Prediction of turbulent convective heat transfer to a fluid at supercritical pressure in square and triangular channels // Annals of Nuclear Energy. 2008. Vol. 35, No. 6. P. 993–1005.

30. Cotton M., Jackson J. Vertical tube air flows in the turbulent mixed convection regime calculated using a low-Reynolds-number k-ε model // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 1990. Vol. 33, No. 2. P. 275–286.

31. Ismael J., Cotton M. Calculations of wall shear stress in harmonically oscillated turbulent pipe flow using a low-Reynolds-number k-ε model // J. of Fluids Engng. 1996. Vol. 118, No. 1. P. 189–194.

32. Bardina J.E., Huang P.G., Coakley T.J. Turbulence modeling validation // 28th Fluid Dynamics Conf. 1997. P. 2121-1–2121-21.

33. Chen C., Horio M., Kojima T. Numerical simulation of entrained flow coal gasifiers. Part I. Modeling of coal gasification in an entrained flow gasifier // Chemical Engng Sci. 2000. Vol. 55, No. 18. P. 3861–3874.

34. He S., Jiang P.X., Xu Y.J., Shi R.F., Kim W., Jackson J. A computational study of convection heat transfer to CO_2 at supercritical pressures in a vertical mini tube // Intern. J. of Thermal Sci. 2005. Vol. 44, No. 6. P. 521–530.

35. He S., Ariyaratne C., Vardy A. A computational study of wall friction and turbulence dynamics in accelerating pipe flows // Computers & Fluids. 2008. Vol. 37, No. 6. P. 674–689.

36. Kravchenko A., Moin P. Numerical studies of flow over a circular cylinder at $\mathrm{Re}_D = 3900$ // Phys. Fluids. 2000. Vol. 12, No. 2. P. 403–417.

37. Ong L., Wallace J. The velocity field of the turbulent very near wake of a circular cylinder // Experiments in Fluids. 1996. Vol. 20, No. 6. P. 441–453.

38. MA X., Karamanos G.S., Karniadakis G. Dynamics and low-dimensionality of a turbulent near wake // J. of Fluid Mechanics. 2000. Vol. 410. P. 29–65.

39. Lyn D., Einav S., Rodi W., Park J.H. A laser-doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder // J. of Fluid Mechanics. 1995. Vol. 304. P. 285–319.

40. Igarashi T. Characteristics of the flow around a square prism // Bulletin of JSME. 1984. Vol. 27, No. 231. P. 1858–1865.

41. Trias F., Gorobets A., Oliva A. Turbulent flow around a square cylinder at Reynolds number 22,000: A DNS study // Computers & Fluids. 2015. Vol. 123. P. 87–98.

42. Igarashi T. Heat transfer from a square prism to an air stream // Intern. J. of Heat and Mass Transfe. 1985. Vol. 28, No. 1. P. 175–181.

43. Palkin E., Mullyadzhanov R., Hadziabdic M., Hanjalic K. Scrutinizing URANS in shedding flows: the case of cylinder in cross-flow in the subcritical regime // Flow Turbulence and Combustion. 2016. Vol. 97, No. 4. P. 1017–1046.

44. Lakshmipathy S., Girimaji S.S. Extension of Boussinesq turbulence constitutive relation for bridging methods // 2007. J. of Turbulence. Vol. 8, No. 31. P. 1–21.

45. Lakshmipathy S. Partially averaged Navier–Stokes method for turbulence closures: characterization of fluctuations and extension to wall bounded flows // Ph.D. Thesis. Texas A & M University, 2010. P. 12–30.

46. Nakayama A., Vengadesan S. On the influence of numerical schemes and subgrid–stress models on large eddy simulation of turbulent flow past a square cylinder // Intern. J. for Numerical Methods in Fluids. 2002. Vol. 38, No. 3. P. 227–253.

47. Ranjan P., Dewan A. Partially averaged Navier–Stokes simulation of turbulent heat transfer from a square cylinder // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 2015. Vol. 89. P. 251–266.

48. Frohlich J., von Terzi D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows // Progress in Aerospace Sci. 2008. Vol. 44, No. 5. P. 349–377.

49. Raisee M., Jafari A., Babaei H., Iacovides H. Two-dimensional prediction of time dependent, turbulent flow around a square cylinder confined in a channel // Intern. J. for Numerical Methods in Fluids. 2010. Vol. 62, No. 11. P. 1232–1263.

50. Jeong E., Girimaji S.S. Partially averaged Navier–Stokes (PANS) method for turbulence simulations — flow past a square cylinder // J. Fluids Engng. 2010. Vol. 132, No. 12. P. 121203-1–121203-11.

51. Crippa S. Improvement of unstructured computational fluid dynamics simulations through novel mesh generation methodologies // J. of Aircraft. 2011. Vol. 48, No. 3. P. 1036–1044.

52. Mavriplis D. Results from the 3rd drag prediction workshop using the NSU3D unstructured mesh solver // 45th AIAA Aerospace Sci. Meeting and Exhibit. 2007. AIAA 2007-256. 10 p.

53. Son J.S., Hanratty T.J. Velocity gradients at the wall for flow around a cylinder at Reynolds numbers from 5×10^3 to 10^5 // J. Fluid Mechanics. 1969. Vol. 35, No. 2. P. 353–368.

Статья поступила в редакцию 18 августа 2021 г.,
после доработки — 16 февраля 2022 г.,
принята к публикации 22 марта 2022 г.,
После дополнительной доработки — 10 июня 2022 г.