

УДК 536.46:614.841

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВЕНТИЛЯЦИИ НА ВНЕШНИЙ ВЗРЫВ, ВЫЗВАННЫЙ ВЗРЫВОМ СМЕСИ МЕТАН — ВОЗДУХ В ПОМЕЩЕНИИ

L. Pang^{1,2}, Q.-R. Hu¹, K. Yang^{1,2}¹School of Safety Engineering, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102617, China
ycyangk@bipt.edu.cn²Beijing Academy of Safety Engineering and Technology, Beijing 102617, China

Методом вычислительной газодинамики определялось влияние характеристических параметров вентиляционных отверстий на динамику развития внешнего взрыва, вызванного взрывом предварительно перемешанной смеси метан/воздух, и на процесс развития внешнего поля потока при различных давлениях открытия (p_v) вентиляционного отверстия, времени открытия (t_v) и масштабированных размерах отверстия ($K_v = A_v/V^{2/3}$). С увеличением K_v форма облака несгоревшего газа и вентилируемого, истекающего во внешнюю среду пламени постепенно менялась от струи до впадины в направлении вентиляционного отверстия. Удельная кинетическая энергия турбулентности на открытом воздухе увеличилась в 36.5 и 4 раза с ростом p_v и t_v соответственно. При $t_v = 0.1$ с пиковое значение удельной кинетической энергии турбулентности достигало $1411 \text{ м}^2/\text{с}^2$, а диапазон турбулентности — трехкратной длины помещения. С увеличением p_v , t_v , K_v длительность интервала от времени открытия отверстия до возникновения внешнего взрыва уменьшалась. Внешний взрыв возникал на расстоянии менее 1.4 длины помещения, при $K_v = 0.05$ он происходил в самом удаленном месте.

Ключевые слова: взрыв газа, взрыв при вентиляции, внешний взрыв, поле потока, опасность вентилирования.

DOI 10.15372/FGV20220202

ВВЕДЕНИЕ

Вентиляция — эффективный метод контроля действия опасных и вредных факторов при взрыве газа в замкнутом пространстве [1]. Поскольку несгоревший газ и продукты сгорания под высоким давлением выбрасываются наружу во время взрыва, пиковое избыточное давление в помещении быстро уменьшается, что ограничивает повреждение оборудования и здания [2]. Однако, когда взрыв происходит в замкнутом вентилируемом пространстве, большое количество горючего газа и высокоскоростное пламя выбрасываются через вентиляционное отверстие в момент его открытия, вызывая сложные изменения в поле внешнего потока. При определенных условиях выпущенное пламя воспламенит облако горючего газа на открытом воздухе и произойдет внешний взрыв, способный вызвать серьезные вторичные повреждения и потенциально представляющий собой угрозу окружающей среде, оборудованию и персоналу [3, 4].

Механизм взрыва газа и его опасные по-

следствия всегда были в центре внимания ученых. В работе [5] изучалось влияние степени перекрытия отверстия на выброс смеси метан/воздух при взрыве в круглой трубе объемом 50 м^3 . В [6] установлено, что относительно небольшие повторяющиеся препятствия могут значительно увеличить избыточное давление взрыва в трубопроводе. В работе [7] использовали небольшие экспериментальные устройства с окнами с обеих сторон для исследования вентиляции (истечения) газов при взрыве. Авторы наблюдали динамическое поведение ранее выброшенного пламени и выявили механизм возбуждения колебаний давления. В работе [8] эксперимент с вентилируемым взрывом в кубическом сосуде с длиной стороны 0.91 м показал наличие четырех пиков на кривой избыточного давления взрыва. Этот результат положил начало исследованиям механизма образования избыточного давления при вентилируемом взрыве. Пик давления, вызванного внешним взрывом, является важной особенностью взрыва внутри помещений [9]. Авторы [10, 11] предложили метод расчета структуры избыточного давления внешнего взрыва на основе

ранее описанных упрощенных моделей [12–15]. Пиковое избыточное давление внешнего взрыва привлекало внимание многих специалистов. К настоящему времени исследовано влияние положения места зажигания [16], концентрации газа [17], коэффициента избытка топлива [18], давления открытия вентиляционного отверстия [19], размеров отверстия [20], времени открытия [21], инерции [22] и начальной турбулентности [23] на характеристики избыточного давления внешнего взрыва, вызванного взрывом внутри помещения. Из-за вентилируемых взрывов [24–27] поле внешнего потока оказывается чрезвычайно сложным, и, как следствие, сложным становится описание внешнего взрыва, поскольку он включает в себя различные физические процессы, такие как горение, гидроаэродинамика и термодинамика. Результаты исследований показали, что высокоскоростной горючий газ выбрасывается через вентиляционное отверстие из-за разницы давления внутри и снаружи помещения, и снаружи образуется облако газа, способного к воспламенению [28]. При выходе вентилируемого пламени наружу внешнее, предварительно нагретое высокотемпературное газовое облако воспламеняется и возникает сильное турбулентное горение, которое приводит к резкому увеличению наружного давления [29]. Исследования показали, что для возникновения внешнего взрыва необходимы три условия [30]: (1) большое количество горючего газа, (2) наличие сильной турбулентности и вихрей, (3) вентилируемое пламя. Эти условия в значительной степени зависят от параметров вентиляции, но этому аспекту посвящено мало работ. Чаще всего внимание сосредоточено на избыточном давлении внешнего взрыва без систематического анализа поля течения и характеристик внешнего взрыва при различных условиях вентиляции, и это не позволяет предложить меры по контролю и уменьшению опасности внешних газовых взрывов с точки зрения их развития.

В данной работе использовалась технология вычислительной газодинамики для создания физической модели крупномасштабного взрыва. Объект исследования — взрыв вентилируемой смеси метана и воздуха. Временная и пространственная эволюция внешнего несгоревшего газового облака, вентилируемого пламени и турбулентности были исследованы при различных давлениях открытия, временах открытия, размерах вентиляционного отверстия,

а также были обобщены и проанализированы особенности распределения избыточного давления внешнего взрыва, момента и места его возникновения. Результаты исследований имеют важное теоретическое и практическое значение для создания точных моделей прогнозирования избыточного давления при внешнем взрыве, научного проектирования устройств для сброса давления при взрыве и уменьшения опасных последствий внешних взрывов.

1. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Коммерческое программное обеспечение AutoReaGas, позволяющее проводить трехмерный анализ гидродинамики жидкости, подходит для решения задач газового взрыва [31]. Его надежность подтверждена в известных экспериментальных тестах BFETS и MERGE: численное моделирование и экспериментальные результаты хорошо согласуются. Этот код успешно применялся многими учеными [32, 33]. В настоящей работе он также используется для исследования взрывов предварительно перемешанного газа в замкнутых пространствах.

1.1. Определяющие уравнения

В AutoReaGas (версия 3.1) используется метод конечных объемов для решения уравнений сохранения массы, импульса и энергии [34]. Реакция горения рассматривается как одностадийный процесс превращения реагента в продукт. Метод расчета объемной скорости горения R_c в уравнении сохранения массы был предложен в [35]:

$$R_c = C_t \rho \frac{S_t^2}{\Gamma} \min[m_{fu}, m_{O_2}, m_{pr}], \quad (1)$$

где C_t — безразмерная константа, представляющая собой основной регулируемый параметр, установленный в соответствии с предыдущими анализами чувствительности, ρ — плотность смеси, S_t — скорость турбулентного горения, Γ — коэффициент турбулентной диффузии массы и/или энергии, m_{fu} — массовая доля топлива, m_{O_2} — массовая доля кислорода, m_{pr} — массовая доля продуктов.

Турбулентность — ключевой фактор в механизме взрыва газа. Для моделирования используется k - ε -модель, которая содержит уравнение сохранения турбулентной кинетической энергии k и скорости ее диссипации ε [36]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}, \end{aligned} \quad (3)$$

где C_1 и C_2 — постоянные, τ_{ij} — тензор вязких напряжений, выражаемый как

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (4)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, μ_t — турбулентная вязкость.

В работе [37] в результате корреляционного анализа большого количества экспериментальных данных о распространении турбулентного пламени была выведена зависимость между скоростью турбулентного горения S_t и турбулентностью:

$$S_t = 1.8 u_t^{0.412} L_t^{0.196} S_l^{0.784} \nu^{-0.196}, \quad (5)$$

где $u_t = \sqrt{(2/3)k}$ — интенсивность турбулентности, $L_t = C_\mu^{0.75} (k^{3/2}/\varepsilon)$ — характерный масштаб турбулентности, C_μ — константа модели, S_l — скорость ламинарного горения смеси, ν — кинематическая вязкость горючей смеси.

Для начальной скорости ламинарного горения использовалась квазиламинарная модификация. Влияние давления, температуры и образования складок на фронте пламени на скорость ламинарного горения описывается вторым регулируемым параметром F_s , который связывает $S_{l,eff}$ с радиусом сферического фронта пламени r и теоретической скоростью ламинарного пламени [31]. В текущей версии программы AutoReaGas скорость ламинарного горения увеличивается пропорционально радиусу сферического пламени (r):

$$S_{l,eff} = S_l(1 + F_s r), \quad (6)$$

где $S_{l,eff}$ — эффективная скорость ламинарного горения, F_s — коэффициент ускорения ламинарного пламени. Набор всех констант, используемых в программе AutoReaGas, представлен в табл. 1.

Таблица 1
Набор констант, используемых в коде AutoReaGas

Константа	Значение
Скорость горения:	
ламинарное F_s	0.15 (уравнение (6))
турбулентное C_t	40 (уравнение (1))
k - ε -Модель:	
C_μ	0.09
C_1	1.44
C_2	1.79
σ_k	1.0
σ_ε	1.3
F_k	0.5

1.2. Численные модели

Программа AutoReaGas использует метод конечных объемов для решения уравнений Навье — Стокса и Эйлера в частных производных, а расчетная область подразделяется на конечное число прямоугольных контрольных объемов ΔV . Скалярная функция $\varphi(x, y, z, t)$ определена в центре этих контрольных объемов. Чтобы обеспечить связь между полями скорости и давления, скорость жидкости определяется в центре границы раздела контрольного объема; поэтому каждое уравнение сохранения импульса должно быть решено в сетке контрольных объемов, расположенных в шахматном порядке относительно положения системы скалярных контрольных объемов.

Программа AutoReaGas обеспечивает постепенный переход от «центральной» схемы доминирующего диффузионного потока к противоточной схеме преобладающего конвективного потока. Для расчета сжимаемого течения использовался метод SIMPLE [34]. Этот метод вводит новую переменную — поправку на давление, которая вносит необходимые коррективы в компоненты скорости, в давление и плотность, чтобы удовлетворить условиям сохранения массы на новом временном уровне. Давление и плотность корректируются по мере необходимости, чтобы выполнить закон сохранения массы на новом шаге по времени для достижения сходимости.

В текущей версии для решения по времени используются схема интегрирования по про-

Таблица 2

Сравнение пиковых избыточных давлений

Расстояние до задней стены, м	$p_{e,\max}$, кПа		Отклонение, %	
	380 091* (M1)	936 411* (M2)	абсолютное	относительное
0.5	32.83	32.86	0.03	0.09
2.5	31.64	31.70	0.06	0.19
5.5	30.06	30.11	0.05	0.17
11.5	52.94	54.08	1.14	2.15
19.5	20.09	19.66	0.43	2.14

*Полное число узлов в сетке.

тивотоку и адаптивный временной шаг первого порядка, а стабильность алгоритма решения достигается за счет управления максимальным временным шагом и обеспечения критерия устойчивости Куранта — Фрейдриха — Леви:

$$\Delta t = \frac{\omega \Delta x}{c + |\mathbf{v}_s|}, \quad (7)$$

где Δt — максимально допустимое приращение по времени, ω — коэффициент безопасности временного шага, равный 1.0, Δx — минимальный пространственный размер ячейки, c — скорость звука в сетке ячеек, $\mathbf{v}_s$ — вектор скорости.

1.3. Влияние параметров сетки

Для дискретизации расчетной области использовалась сетка с 8-узловой структурой, а для описания влияния мелких деталей на поле потока — подсеточная технология [32]. Для исследования влияния размера сетки на точность при описании поля потока от взрыва выбрано помещение размеров $6 \times 3 \times 2.5$ м без препятствий. В одной из меньших стен помещения установлено вентиляционное отверстие размером 0.5×0.5 м.

Помещение было заполнено предварительно перемешанной смесью метана и воздуха с объемной концентрацией 10 %, а источник возгорания находился в геометрическом центре задней стены. Для верификации физической модели использовались две кубические сетки: $0.1 \times 0.1 \times 0.1$ м (M1) и $0.05 \times 0.05 \times 0.05$ м (M2). В табл. 2 приведены пиковые избыточные давления для двух размеров сетки. Относительное расхождение составило менее 3 %.

Это означает, что в данной работе влияние размера сетки мало и обе они подходят для этого исследования [21]. Поэтому в дальнейшем для экономии времени и повышения эффективности вычислений при выполнении численных расчетов использовалась сетка M1, а с целью повышения точности численных расчетов в некоторых областях вычислений применялась технология адаптивной сетки для автоматической настройки сеток.

1.4. Экспериментальная проверка численной модели

Для проверки применимости выбранной численной модели к данному исследованию сравнивались результаты расчетного моделирования и крупномасштабного эксперимента по взрыву метана и воздуха, проведенного в [27]. При проверке модели использовались те же параметры и условия, что и в эксперименте, в котором объемная концентрация метана составляла 9.5 %. Предполагалось, что поверхность вентиляционного отверстия полностью разрушается сразу после достижения давления его открытия, а воздух снаружи неподвижен. Все параметры, используемые в численной модели для проверки, представлены в табл. 3. Экспериментальные и расчетные профили избыточного давления показаны на рис. 1.

Ход численных и экспериментальных кривых избыточного давления примерно одинаков, а максимальное относительное расхождение между расчетом и экспериментом составило 5.8 % (см. рис. 1,б). Пик p_{ac} , связанный с акустикой взрывной камеры, в численных результатах не наблюдался. Объясняется это тем, что численное моделирование обычно

Таблица 3

Параметры, используемые в численной модели для проверки

Параметр	Значение
Коэффициент ускорения ламинарного пламени	0.15
Безразмерная постоянная	40
Начальное давление окружающей среды	$1.01325 \cdot 10^5$ Па
Начальная температура окружающей среды	300 К
Турбулентная кинетическая энергия	$1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}^2$
Скорость диссипации турбулентной кинетической энергии	$1 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент преобразования турбулентной кинетической энергии	1
Интенсивность турбулентности	$2.58 \cdot 10^{-3}$

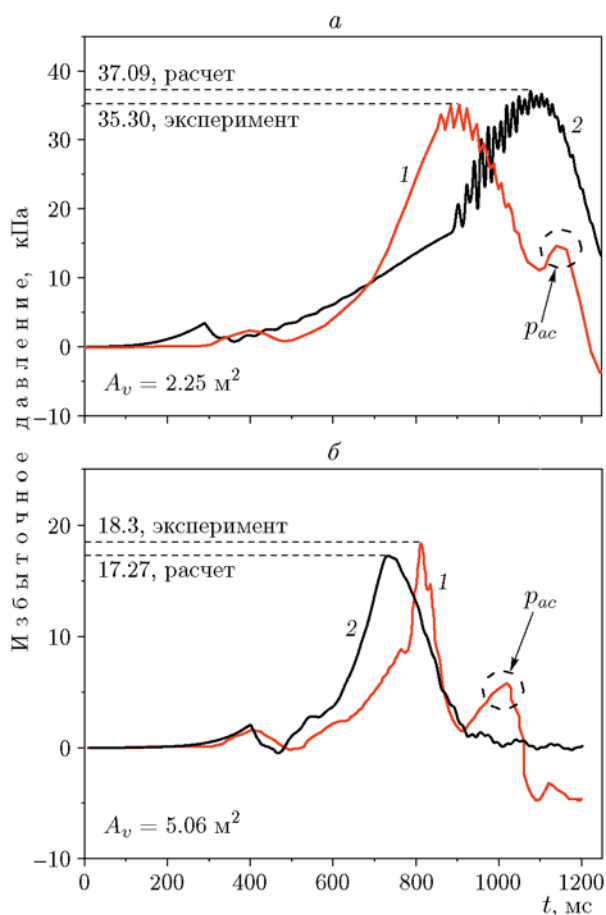


Рис. 1. Экспериментальный (1) и расчетный (2) профили избыточного давления при разной площади вентиляционного отверстия

предполагает стенку камеры жесткой и, таким образом, не может предсказать реакцию взрывной камеры и взаимодействие между акустической вибрацией и реакцией конструкции [26].

Такой эффект взаимодействия делает наблюдение пика p_{ac} невозможным, но поскольку в данной статье исследуется в основном поле внешнего взрыва, этот пик давления учитываться не будет.

В данной работе в основном изучалось избыточное давление при взрыве, поэтому дополнительная проверка расчетов концентрации смеси и турбулентности не проводилась. Однако избыточное давление, концентрация смеси и турбулентность связаны основными уравнениями, которые неоднократно проверены [20].

2. УСЛОВИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Исходя из общих характеристик опасности взрыва газа в обычном помещении, использовалась физическая модель в форме прямоугольного параллелепипеда $6 \times 3 \times 2.5$ м (длина $\times$ ширина $\times$ высота). Четыре стены комнаты, а также крыша и пол представляли собой адиабатические гладкие жесткие поверхности. Квадратное вентиляционное отверстие располагалось в одной из меньших стен и могло полностью открываться сразу после достижения установленного давления открытия или времени открытия. Согласно работе [29] лучшей для взрыва метана является объемная концентрация 10 %. Именно такая концентрация использовалась в данной работе для предварительно перемешанной смеси метан — воздух в стационарном состоянии. Зажигание у задней стенки обычно приводит к сильному внешнему взрыву. Поэтому точечный источник воспламенения сферической формы радиусом 0.015 м был размещен в геометрическом центре задней стены помещения на расстоянии 0.1 м от нее. Влияние источ-

ника возгорания на поле течения не учитывалось. В комнате не было никаких препятствий. Чтобы точно учесть влияние внешнего взрыва на избыточное давление в помещении, область расчета была расширена до 5.5-кратной длины комнаты в направлении вентиляционного отверстия — таким образом, она имела размеры $39 \times 3 \times 2.5$ м, а расширенная расчетная область считалась границей свободного истечения. Наружный воздух находился в покое, а начальное давление и температура окружающей среды в расчетной области составляли $1.01325 \cdot 10^2$ кПа и 300 К соответственно. Все параметры в модели установлены по умолчанию, как указано в табл. 3. Все точки измерения находились на центральной оси помещения, причем точка 1 отстояла от задней стены на расстояние 0.5 м, а точки 7 и 8 — на расстояние 0.1 м с обеих сторон от вентиляционного отверстия; остальные точки измерения располагались через равные промежутки 1 м. Схема помещения и расположение точек измерения показаны на рис. 2.

Исследовалось влияние давления открытия вентиляционного отверстия (p_v), времени открытия (t_v) и масштабированного размера вентиляционного отверстия ($K_v = A_v/V^{2/3}$, где A_v — площадь вентиляционного отверстия, м^2 , V — объем взрывной камеры, м^3) на механизм внешнего взрыва, вызванного взрывом метана в помещении. Давление открытия вентиляционных отверстий составляло 20, 30, 40 и 50 кПа, поскольку статическое давление открытия оконного стекла гражданского здания примерно равно $7 \div 60$ кПа. Время открытия вентиляции составляло 0, 0.02, 0.06 и 0.1 с. Ис-

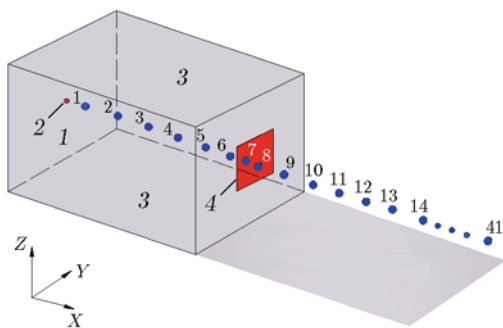


Рис. 2. Эскиз помещения и расположение точек замера:

1 — задняя стенка, 2 — инициирование, 3 — адиабатическая жесткая стенка, 4 — вентиляционное отверстие, 1–41 — датчики

ходя из диапазона масштабированных размеров вентиляционного отверстия, используемого в [20], в данной работе этот размер принимался равным $0.05 \div 0.18$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Влияние параметров вентиляции на поле течения наружного воздуха

3.1.1. Распределение облака несгоревшего газа

На рис. 3 показаны нефограммы распределения массовой концентрации несгоревшего газа в случаях, когда внешние взрывы происходят при различных параметрах вентиляции. Основываясь на теории струй [33], процесс выброса метана наружу через вентиляционное отверстие обычно можно рассматривать как струю переменной плотности в бесконечной статической окружающей среде. Как видно из рис. 3, а, б, давление и время открытия вентиляционного отверстия аналогичным образом влияют на распределение облака несгоревшего газа вне помещения. Внешнее несгоревшее газовое облако имеет форму струи, концентрация газа постепенно уменьшается в радиальном направлении от осевой линии вентиляционного отверстия. Ширина радиального распределения облака с высокой концентрацией несгоревшего газа (>0.042) оставалась примерно одной и той же, а длина осевого распределения облака постепенно увеличивалась по мере того, как давление и время открытия уменьшались. В то же самое время, как можно видеть на рис. 3, в, с увеличением масштабированного размера вентиляционного отверстия K_v ширина радиального распределения облака с высокой концентрацией несгоревшего газа увеличивалась, а длина осевого распределения облака постепенно увеличивалась, но затем уменьшалась. При $K_v = 0.05$ форма несгоревшего газового облака представляет собой струю без складок, а ее края более правильные.

При инъекции метана в неподвижную среду возникают разрывы. Разрывы обычно теряют устойчивость после действия возмущений и создают вихрь, который увлекает окружающий воздух в струю, одновременно перемещая и деформируя ее. Влияние вихря постепенно распространяется на внутреннюю и внешнюю стороны, образуется смешанный слой свободной турбулентности. При $K_v \geq 0.13$ скорость выходящего горячего газа меньше, чем

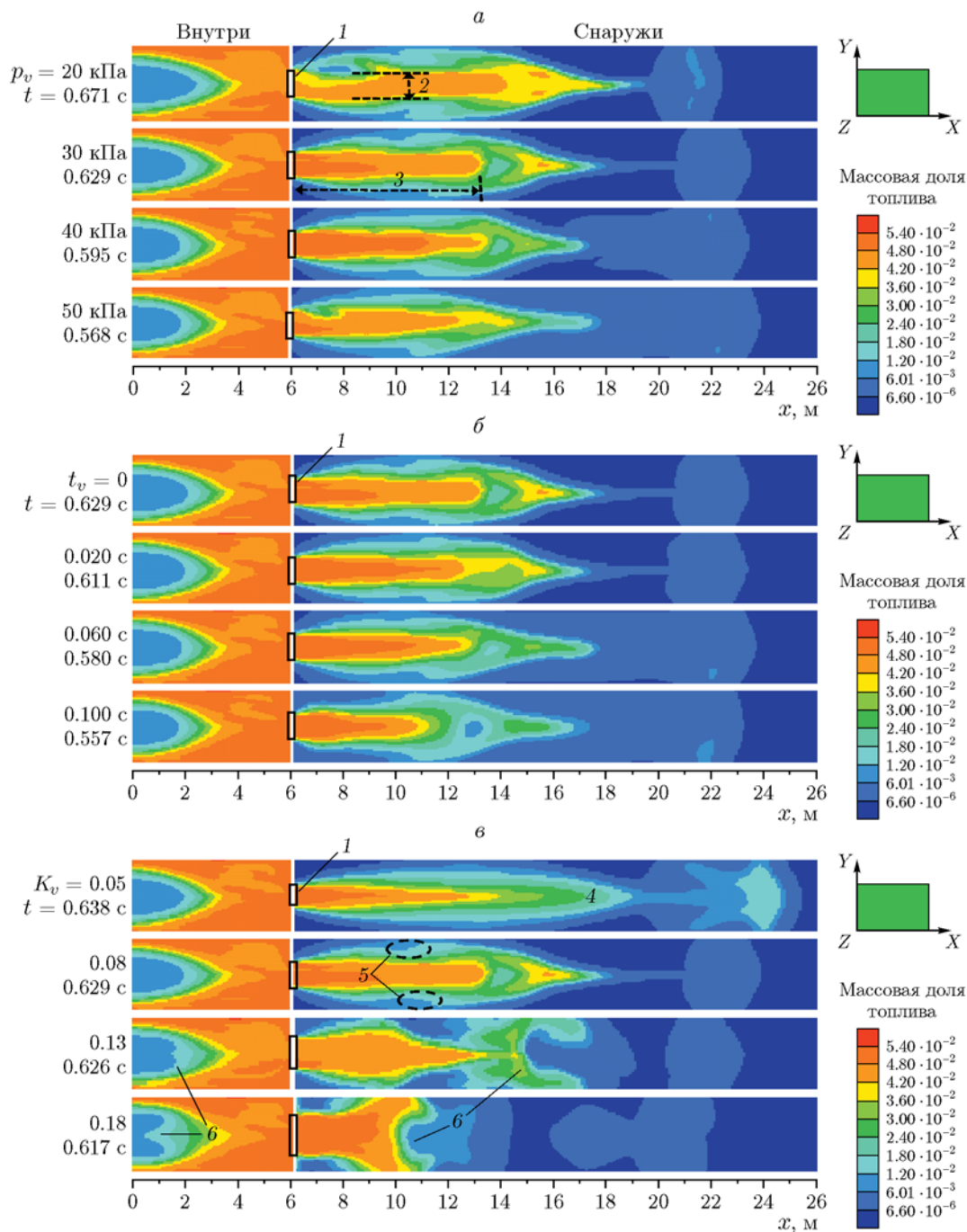


Рис. 3. Распределение массовой концентрации несгоревшего газового облака при различных параметрах вентиляции:

a — давление открытия ($t_v = 0$, $K_v = 0.08$), *б* — время открытия ($p_v = 30$ кПа, $K_v = 0.08$), *в* — масштабированный размер вентиляционного отверстия ($p_v = 30$ кПа, $t_v = 0$); 1 — вентиляционное отверстие, 2 — радиальная ширина, 3 — аксиальная длина, 4 — форма струи, 5 — складки, 6 — впадина

в случае $K_v = 0.05$. Следовательно, смесь менее турбулентна, что приводит к постепенному уменьшению длины несгоревшего газового облака вдоль оси. С увеличением K_v радиаль-

ная ширина распределения облака с высокой концентрацией несгоревшего газа значительно увеличивается, а форма выброшенного облака сморщивается и деформируется; это связано с

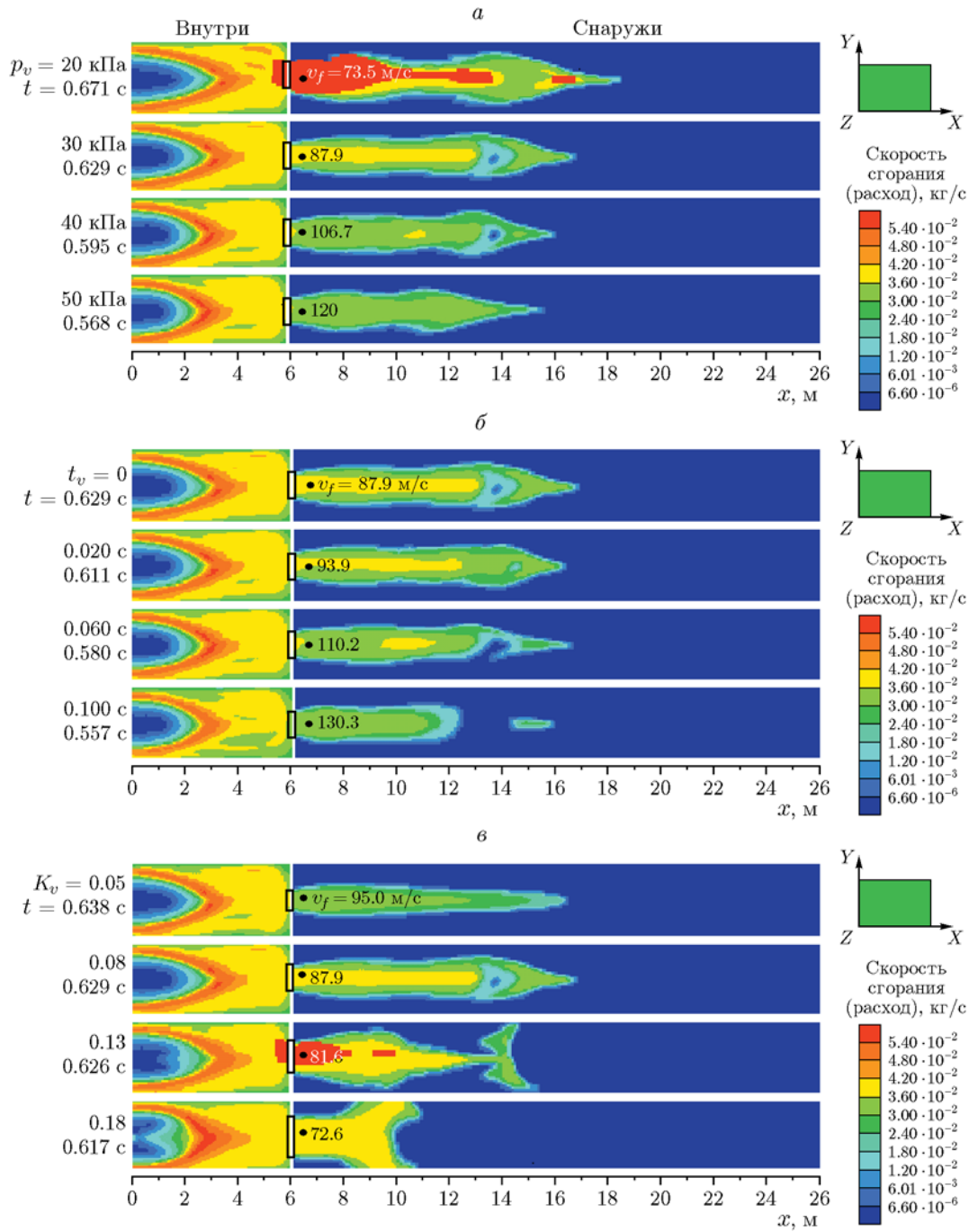


Рис. 4. Нефограмма распространения пламени при различных параметрах вентиляции:
 а — давление открытия ($t_v = 0$, $K_v = 0.08$), б — время открытия ($p_v = 30$ кПа, $K_v = 0.08$), в — масштабированный размер вентиляционного отверстия ($p_v = 30$ кПа, $t_v = 0$)

тем, что разница давления внутри и снаружи уменьшается с ростом масштабированного размера вентиляционного отверстия в момент его разрыва, также уменьшается и скорость распространения выброшенного облака несгоревшего газа. Затем край облака становится бо-

лее восприимчивым к трению и к тому, что его продвижению препятствует наружный воздух, и в результате он постепенно теряет устойчивость. Во время расширения облака несгоревшего газа и при неподвижном наружном воздухе возникает сдвиговый слой, что приводит

к возникновению неустойчивости Гельмгольца.

3.1.2. Распространение вентилируемого пламени

Рис. 4 иллюстрирует развитие вентилируемого пламени при внешнем взрыве при различных параметрах вентиляции. Сравнение рис. 3 и 4 показывает, что форма пламени согласуется с характеристиками распределения несгоревшего газового облака. При $K_v < 0.08$ наблюдаемое струйное пламя должно формироваться за счет непрерывного горения выбрасываемой высококонцентрированной несгоревшей газовой смеси. По мере увеличения давления и времени открытия вентиляционного отверстия расстояние, на которое распространяется пламя, и скорость горения газа снаружи помещения постепенно уменьшаются. При увеличении масштабированного размера вентиляционного отверстия расстояние, на которое распространяется пламя, постепенно уменьшается, но из-за сосредоточенного облака с высокой концентрацией несгоревшего газа скорость сгорания внешнего газа постепенно увеличивается (>0.036 кг/с). Скорость пламени в основном определяется скоростью горения газа и скоростью диффузии газового потока, при этом более высокая скорость истечения выбрасываемого газа приводит к большей скорости распространения пламени. Таким образом, при увеличении давления и времени открытия и при уменьшении масштабированного размера вентиляционного отверстия скорость пламени вблизи отверстия возрастает с 73.5 до 120.5 м/с, с 87.9 до 130.3 м/с и с 72.6 до 95.0 м/с, т. е. максимальное увеличение достигает 64, 48 и 24 % соответственно. Видно, что давление и время открытия вентиляционного отверстия сильнее всего влияют на скорость вентилируемого пламени, а максимальное ее значение может превышать 100 м/с и приводить к внешнему взрыву.

3.1.3. Интенсивность турбулентности наружного поля потока

Чтобы охарактеризовать степень турбулентности внешнего поля потока, можно в качестве меры интенсивности использовать удельную кинетическую энергию турбулентности. На рис. 5 показаны распределения пиковой удельной кинетической энергии турбулентности в направлении центральной линии вен-

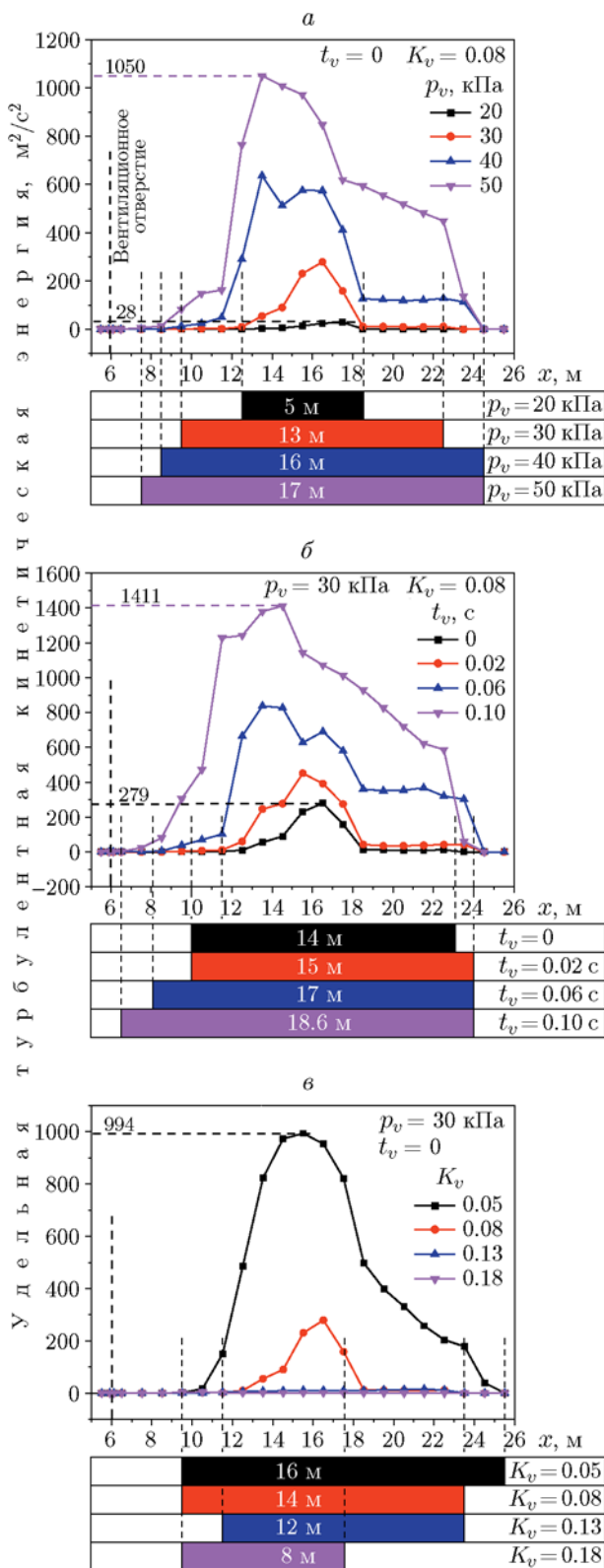


Рис. 5. Удельная турбулентная кинетическая энергия вдоль оси x при варьировании параметров вентиляции: давления открытия (а), времени открытия (б), масштабированного размера вентиляционного отверстия (в)

тиляционного отверстия (ось x), когда внешние взрывы происходят при различных параметрах вентиляции. По мере увеличения протяженности струи метана большее количество воздуха получает импульс и течет вперед вместе со струей, при этом импульс струи уменьшается и скорость падает. Увлечение воздуха струей приводит к непрерывному расширению поперечного сечения струи, в то же время скорость потока продолжает снижаться, тем самым уменьшая турбулентность. Из рис. 5 видно, что все пиковые значения кинетической энергии турбулентности внешнего потока в осевом направлении сначала повышаются, а затем уменьшаются. При этом интенсивность турбулентности на открытом воздухе значительно увеличивается с ростом скорости выбрасываемого газа, на которую влияют давление открытия, время открытия и масштабированный размер вентиляционного отверстия. С увеличением давления и времени открытия максимальное значение удельной энергии турбулентности наружного поля потока увеличивается с 28 до 1050 м²/с² и с 279 до 1411 м²/с² соответственно, т. е. в 36.5 и 4 раза. Это означает, что на интенсивность внешней турбулентности существенно влияют параметры вентиляции, а большая интенсивность турбулентности усложняет поле потока наружного взрыва.

Основываясь на теории турбулентности для внешних газовых потоков, состояние потока обычно можно считать турбулентным, если число Рейнольдса (Re) больше $500 \cdot 10^3$. При $Re = 500 \cdot 10^3$ интенсивность турбулентности I , определенная по формуле

$$I = 0.16Re^{-1/8}, \quad (10)$$

равна 3.1 %.

В данной работе максимальная скорость потока газа вне помещения была не менее 30 м/с. Критическая энергия турбулентного потока k , определенная по формуле

$$k = 3/2(UI)^2, \quad (11)$$

должна составлять 1.3 м²/с². Следовательно, диапазон турбулентной зоны определяется при $k \geq 1.3$ м²/с². Как показано на рис. 5, а, в, при увеличении p_v с 20 до 50 кПа диапазон зоны турбулентности увеличивается с 5 до 17 м, а при уменьшении K_v с 0.18 до 0.05 увеличивается с 8 до 16 м, т. е. максимальная степень

увеличения больше 100 %. Однако, как следует из рис. 5, б, при увеличении времени открытия вентиляционного отверстия максимальное увеличение зоны турбулентности является относительно низким (32.9 %), следовательно, время открытия меньше влияет на размер зоны турбулентности.

3.2. Влияние параметров вентиляции на внешний взрыв

3.2.1. Избыточное давление внешнего взрыва

Возникновение и интенсивность внешнего взрыва зависят от сочетания нескольких факторов. Например, инициирующая струя пламени должна иметь достаточную интенсивность турбулентности и скорость распространения; внешнее несгоревшее облако должно иметь подходящую структуру поля течения. На указанные выше факторы влияют различные ограничивающие условия, такие как давление открытия и масштабированный размер вентиляционного отверстия, что приводит к значительным изменениям в избыточном давлении внешнего взрыва. На рис. 6 показана зависимость пикового избыточного давления от расстояния при различных параметрах вентиляции. Видно, что из-за сильных взрывов газа на открытом воздухе пиковое избыточное давление p_e на открытом воздухе выше, чем в помещении. Вне помещения оно растет с давлением открытия с 42.89 до 73.75 кПа (рис. 6, а), а с увеличением времени открытия вентиляционного отверстия давление сначала повышается, достигая максимума ($p_e = 74.39$ кПа) при времени открытия 0.06 с, а затем уменьшается (рис. 6, б), хотя время открытия продолжает увеличиваться. Из-за увеличения времени открытия время сгорания и, соответственно, расход газа в помещении увеличиваются, количество несгоревшего газа, выбрасываемого на улицу, уменьшается. В результате концентрация несгоревшего газа на открытом воздухе уменьшается, расстояние, на которое распространяется облако с высокой концентрацией несгоревшего газа в осевом направлении, также уменьшается (см. рис. 3, б). При увеличении K_v от 0.05 до 0.18 внешнее пиковое избыточное давление сначала увеличивается, а затем снижается (рис. 6, в). При $K_v = 0.08$ оно достигает своего максимума — $p_e = 63.92$ кПа. При $K_v > 0.08$, как видно из сравнения рис. 4, в

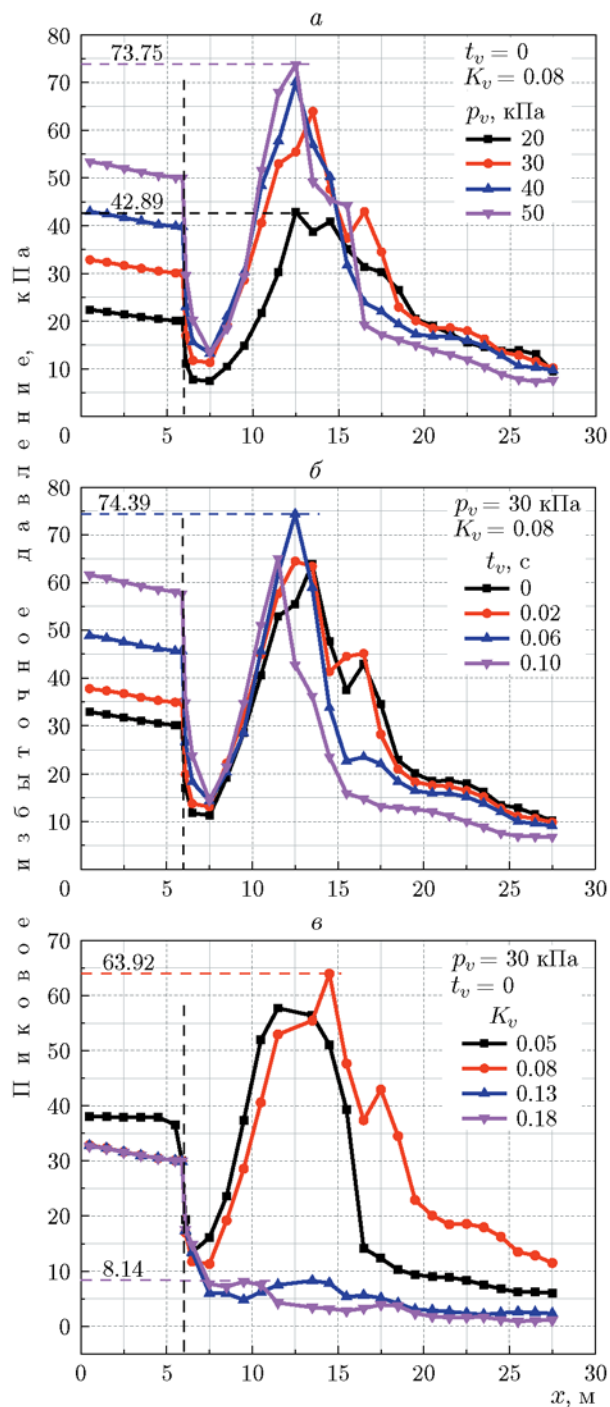


Рис. 6. Зависимость пикового избыточного давления от расстояния при варьировании параметров вентиляции: давления открытия (а), времени открытия (б), масштабированного размера вентиляционного отверстия (в)

и 5,6, скорость распространения вентилируемого пламени уменьшается, а турбулентность поля внешнего потока ослабевает, что приводит к быстрому уменьшению избыточного давления внешнего взрыва.

3.2.2. Временной интервал возникновения внешнего взрыва

Зависимости интервала времени между моментом открытия вентиляционного отверстия и моментом возникновения внешнего взрыва от различных характеристик вентиляции показаны на рис. 7. Время возникновения внешнего взрыва Δt постепенно уменьшается с увеличением давления открытия, времени открытия и размера вентиляционного отверстия. Наименьший временной интервал при увеличении масштабированного размера K_v равен $\Delta t = 0.02$ с, а его максимальная степень уменьшения составляет всего 8 %. В то же время с увеличением давления и времени открытия все сокращения временного интервала превышают 0.07 с, а максимальные степени уменьшения равны 34.9 и 28.5 % соответственно. Это свидетельствует о том, что масштабированный размер вентиляционного отверстия оказывает относительно небольшое влияние на временной интервал возникновения внешнего взрыва. Как следует из рис. 4, а, б и 7, большая скорость вентилируемого пламени приводит к более короткому интервалу времени до возник-

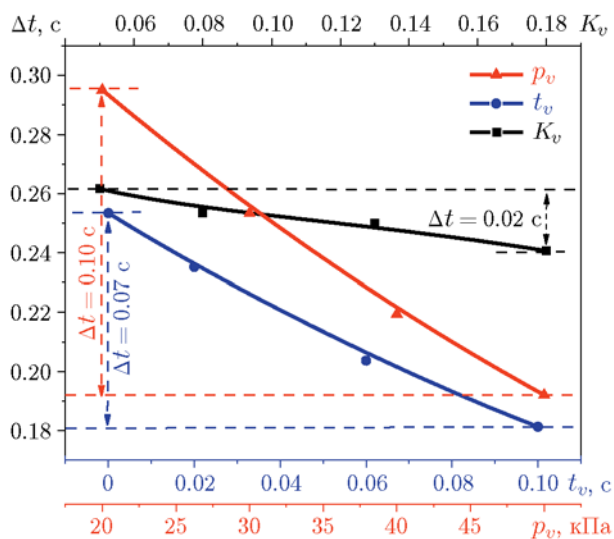


Рис. 7. Время до возникновения внешнего взрыва при различных параметрах вентиляции

новения внешнего взрыва. Следовательно, этот интервал времени непосредственно связан со скоростью вентилируемого пламени при различных характеристиках вентиляции. Механизм ускоренного распространения наружного вентилируемого пламени в основном реализуется за счет турбулентности на фронте пламени в несгоревшем газовом облаке [35]. Поэтому турбулентность внешнего поля потока также косвенно влияет на время до возникновения взрыва. Следует отметить, что хотя скорость вентилируемого пламени оказывается самой низкой ($v_f = 72.6$ м/с) при $K_v = 0.18$ (см. рис. 4,в), но интервал времени возникновения взрыва при этом уменьшается, как показано на рис. 7. Это может быть связано с тем, что распределение несгоревшего газа высокой концентрации по длине облака на открытом воздухе (см. рис. 3,в) сдвигается в осевом направлении ближе к вентиляционному отверстию. Таким образом, нельзя не учитывать влияние характеристик распространения несгоревшего газового облака на время возникновения внешнего взрыва.

3.2.3. Место возникновения внешнего взрыва

Пиковая скорость сгорания при различных параметрах вентиляции в зависимости от расстояния от места инициирования показана на рис. 8. Считается, что в месте, где пиковая скорость сгорания максимальна, происходит внешний взрыв [21]. Из рис. 8,а,б следует, что при более низком давлении открытия или меньшем времени открытия внешний взрыв происходит дальше от вентиляционного отверстия, достигая расстояния 13.5 м. Однако по мере того, как давление или время открытия увеличиваются, непрерывно растет и скорость пламени вблизи вентиляционного отверстия, и облако с высокой концентрацией несгоревшего газа также приближается к вентиляционному отверстию в осевом направлении в тот момент, когда внешнее газовое облако инициируется. Таким образом, как показано на рис. 3,а,б, место внешнего взрыва оказывается ближе к вентиляционному отверстию. Как видно из рис. 8,в, при увеличении K_v внешний взрыв происходит ближе к вентиляционному отверстию. Самое дальнее место возникновения внешнего взрыва (14.5 м) наблюдается при $K_v = 0.05$. Это связано с распределением облака несгоревшего газа за пределами

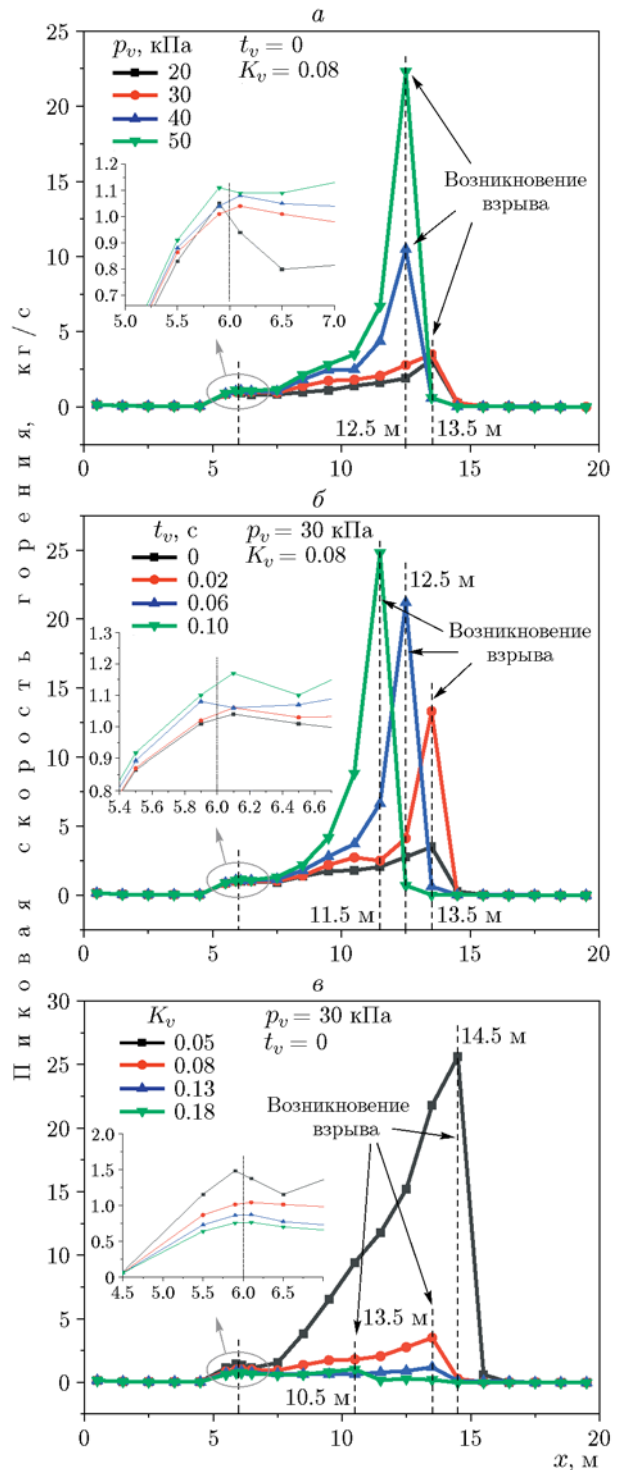


Рис. 8. Зависимость пиковой скорости сгорания от расстояния при варьировании параметров вентиляции: давления открытия (а), времени открытия (б), масштабированного размера вентиляционного отверстия (в):

на врезках — параметры вблизи вентиляционного отверстия

вентиляционного отверстия, как показано на рис. 3, в. Следовательно, характеристики распределения несгоревшего газа с высокой концентрацией оказывают существенное влияние на место возникновения внешнего взрыва. Если облако с высокой концентрацией несгоревшего газа расположено ближе к вентиляционному отверстию, то и внешний взрыв произойдет ближе к нему.

3.3. Корреляция между избыточным давлением внешнего взрыва и полем потока снаружи

Избыточное давление широко изучалось при исследовании внешних взрывов как наиболее очевидный параметр, характеризующий их [26]. На рис. 9 показана корреляция между избыточным давлением внешнего взрыва (p_e) и параметрами поля потока, такими как диапазон распределения несгоревшего газового облака по длине (d), скорость распространения пламени (v_f) и турбулентная кинетическая энергия поля потока (k), при различных параметрах вентиляции.

Из рис. 9,а следует, что избыточное давление внешнего взрыва при различных давлениях открытия положительно коррелирует со скоростью вентилируемого пламени и интенсивностью турбулентности поля потока и отрицательно коррелирует с распределением несгоревшего газового облака вдоль оси отверстия вентиляции. Из рис. 9,б видно, что при времени открытия вентиляционного отверстия $t_v < 0.06$ с, даже несмотря на то, что диапазон распределения облака несгоревшего газа с высокой концентрацией велик ($d \geq 6.3$ м), скорость распространения пламени и интенсивность турбулентности потока поля относительно малы ($v_f \leq 93.9$ м/с, $k \leq 452$ м²/с²), также незначителен и рост избыточного давления, вызванный внешним взрывом ($p_e \leq 64.5$ кПа). Таким образом, у избыточного давления внешнего взрыва сильная положительная корреляция со скоростью распространения пламени и турбулентностью поля потока и отрицательная корреляция с осевым диапазоном распределения несгоревшего газового облака. Однако при $t_v \geq 0.06$ с обнаруживается обратная корреляция. По мере увеличения времени открытия вентиляционного отверстия внутри помещения сгорает много газа, что уменьшает концентрацию облака несгоревшего газа снаружи, и осевое распределение этого облака вне помещения сдвигается

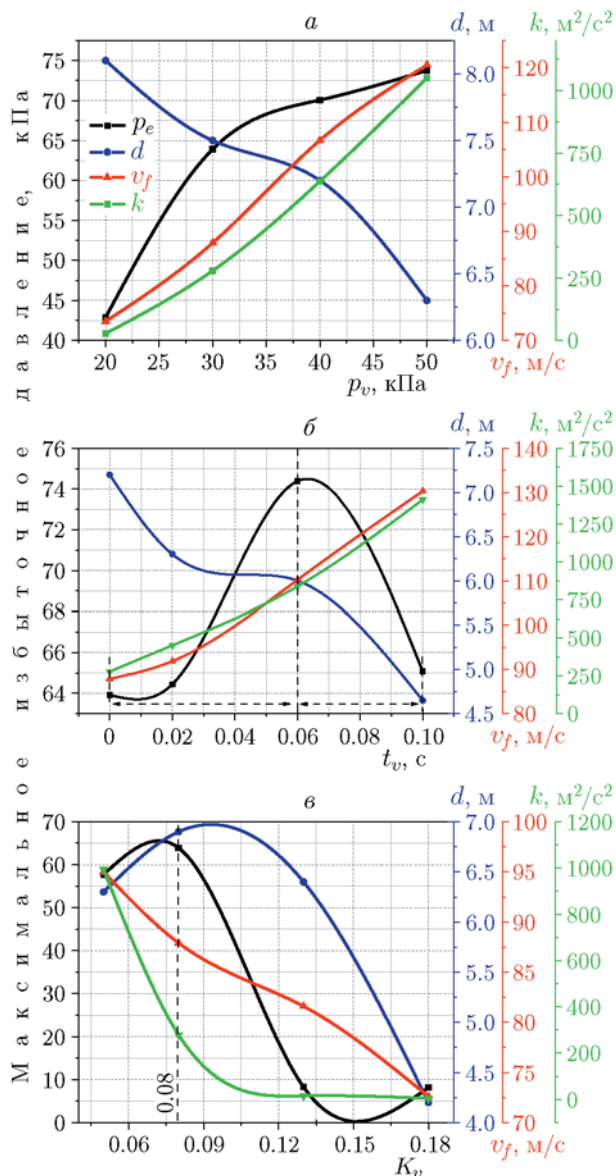


Рис. 9. Корреляция между избыточным давлением внешнего взрыва и параметрами поля течения при варьировании давления открытия (а), времени открытия (б), масштабированного размера вентиляционного отверстия (в)

ближе к вентиляционному отверстию. Даже если скорость распространения пламени и турбулентность поля потока увеличиваются, избыточное давление внешнего взрыва не становится больше. Рис. 9,в показывает, что избыточное давление внешнего взрыва, по-видимому, имеет сильную положительную корреляцию с диапазоном распределения несгоревшего газового облака при различных масштабированных размерах вентиляционных отверстий, поскольку

обе эти характеристики поддерживают тенденцию сначала к увеличению, а затем к уменьшению. При $K_v \geq 0.08$ наблюдается положительная корреляция между избыточным давлением внешнего взрыва и диапазоном распределения несгоревшего газового облака, скоростью распространения пламени и турбулентностью поля потока.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе использовался метод вычислительной газодинамики для изучения характеристик поля потока на открытом воздухе и других величин при внешних взрывах, вызванных взрывами смеси предварительно перемешанного метана и воздуха в помещении при различных вентиляционных характеристиках. Получены следующие основные выводы.

(1) При взрыве газа на промышленном объекте с вентилируемой поверхностью при увеличении масштабированного размера вентиляционного отверстия K_v от 0.05 до 0.18 вид фронта облака несгоревшего газа на открытом воздухе и пламя взрыва изменяются по форме от струи до выемки в направлении вентиляционного отверстия. При этом вогнутая форма и осевое расстояние распределения явно сокращаются. Пиковая турбулентная кинетическая энергия на открытом воздухе значительно изменяется в зависимости от параметров вентиляции, увеличиваясь до $1411 \text{ м}^2/\text{с}^2$. При росте давления открытия p_v от 20 до 50 кПа осевой диапазон турбулентности на открытом воздухе достигает 17 м, возрастая более чем в два раза, что значительно увеличивает скорость горения газа снаружи и интенсивность взрыва.

(2) При определенных параметрах вентиляции пиковое избыточное давление внешнего взрыва превышает избыточное давление в помещении более чем в два раза. Интервал времени между открытием вентиляционного отверстия и возникновением внешнего взрыва значительно сокращается с увеличением давления и времени открытия (максимальное изменение может быть больше 27 %), однако масштабированный размер K_v мало на него влияет. Место возникновения внешнего взрыва расположено в пределах области, которая примерно в 1.4 раза превышает длину помещения. При $K_v = 0.05$ место возникновения внешнего взрыва находится на удалении 14.5 м, что указывает на то, что чем больше по объему замкнутое вентилируемое помещение, тем больше диапазон

мест возникновения внешнего взрыва, что, в свою очередь, приводит к более тяжелым последствиям от взрыва. Это должно привлечь внимание ученых.

(3) На избыточное давление внешнего взрыва влияют распределение внешнего газового облака, скорость струи пламени и турбулентность на открытом воздухе. При различных давлениях открытия и времени открытия менее 0.06 с избыточное давление внешнего взрыва положительно коррелирует со скоростью распространения пламени и турбулентностью внешнего поля потока. По мере увеличения времени открытия отверстия избыточное давление внешнего взрыва демонстрирует сильную положительную корреляцию с диапазоном распределения несгоревшего газового облака. Это связано с тем, что при большом времени открытия в процессе взрыва внутри помещения сгорает больше газа и, следовательно, количество газа, которое может реагировать вне помещения, уменьшается, что в конечном счете приводит к снижению избыточного давления внешнего взрыва. При различных масштабированных размерах вентиляционного отверстия избыточное давление внешнего взрыва всегда сильно коррелирует с диапазоном распределения несгоревшего газового облака. Понимание результатов вышеупомянутых исследований поможет в разработке мер для существенного снижения избыточного давления внешнего взрыва и тем самым для уменьшения катастрофических последствий взрыва.

Авторы выражают признательность за финансовую поддержку фондам: Beijing Natural Science Foundation-Municipal Education Committee Joint Funding Project (No. KZ201910017020), Training Funded Project of the Beijing Youth Top-Notch Talents of China (No. 2016000026833ZK05), Science and Technology Plan Project of Beijing Municipal Education Commission (No. KM202010017008) и Training Funded Project of the Beijing Young Backbone Talents of China (No. 2018000020124G087). Авторы благодарят Elsevier за предоставление услуг по переводу рукописи на английский язык.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang F. Q., Guo J., Wang C. J., Lu S. X. Duct-vented hydrogen-air deflagrations: The effect of duct length and hydrogen concentration // Int. J. Hydrogen Energy. — 2018. —

- V. 43, N 45. — P. 21142–21148. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2018.09.074.
2. **Bartknecht W., Zwahlen G.** Dust explosions: course, prevention, protection. — Berlin: Springer-Verlag, 1989.
3. **Chen Z. H., Fan B. C., Jiang X. H., Ye J. F.** Investigations of secondary explosions induced by venting // *Process Saf. Prog.* — 2006. — V. 25, N 3. — P. 255–261. — DOI: 10.1002/prs.10139.
4. **Proust C., Leprette E.** The dynamics of vented gas explosions // *Process Saf. Prog.* — 2010. — V. 29, N 3. — P. 231–235. — DOI: 10.1002/prs.10368.
5. **Moen I. O., Lee J. H. S., Hjertager B. H., Fuhre K., Eckhoff R. K.** Pressure development due to turbulent flame propagation in large-scale methane-air explosions // *Combust. Flame.* — 1982. — V. 47. — P. 31–52. — DOI: 10.1016/0010-2180(82)90087-6.
6. **Diakow P. A., Thomas J. K., Vivanco E.** Comparison of large-scale vented deflagration tests to CFD simulations for partially congested enclosures // *J. Loss Prev. Process Ind.* — 2018. — V. 56. — P. 147–154. — DOI: 10.1016/j.jlp.2018.07.012.
7. **McCann D. P. J., Thomas G. O., Edwards D. H.** Gasdynamics of vented explosions part I: Experimental studies // *Combust. Flame.* — 1985. — V. 59. — P. 233–250. — DOI: 10.1016/0010-2180(85)90128-2.
8. **Cooper M. G., Fairweather M., Tite J. P.** On the mechanisms of pressure generation in vented explosions // *Combust. Flame.* — 1986. — V. 65, N 1. — P. 1–14. — DOI: 10.1016/0010-2180(85)90128-2.
9. **Chow S. K., Cleaver R. P., Fairweather M., Walker D. G.** An experimental study of vented explosions in a 3 : 1 aspect ratio cylindrical vessel // *Process Saf. Environ. Prot.* — 2000. — V. 78, N 6. — P. 425–433. — DOI: 10.1205/095758200530970.
10. **Chao J., Bauwens C. R., Dorofeev S. B.** An analysis of peak overpressures in vented gaseous explosions // *Proc. Combust. Inst.* — 2011. — V. 33, N 2. — P. 2367–2374. — DOI: 10.1016/j.proci.2010.06.144.
11. **Bauwens C. R., Chao J., Dorofeev S. B.** Effect of hydrogen concentration on vented explosion overpressures from lean hydrogen-air deflagrations // *Int. J. Hydrogen Energy.* — 2012. — V. 37, N 2. — P. 17599–17605. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2012.04.053.
12. **Bradley D., Mitcheson A.** The venting of gaseous explosions in spherical vessels. I — Theory // *Combust. Flame.* — 1978. — V. 32. — P. 221–236. — DOI: 10.1016/0010-2180(78)90098-6.
13. **Bradley D., Mitcheson A.** The venting of gaseous explosions in spherical vessels. II — Theory and experiment // *Combust. Flame.* — 1978. — V. 32. — P. 237–255. — DOI: 10.1016/0010-2180(78)90099-8.
14. **Molkov V. V., Dobashi R., Suzuki M., Hiranob T.** Modeling of vented hydrogen-air deflagrations and correlations for vent sizing // *J. Loss Prev. Process Ind.* — 1999. — V. 12. — P. 147–156. — DOI: 10.1016/S0950-4230(98)00049-7.
15. **Tamanini F.** Scaling parameters for vented gas and dust explosions // *J. Loss Prev. Process Ind.* — 2001. — V. 14, N 6. — P. 455–461. — DOI: 10.1016/S0950-4230(01)00034-1.
16. **Bauwens C. R., Chaffee J., Dorofeev S. B.** Effect of ignition location, vent size, and obstacles on vented explosion overpressures in propane-air mixtures // *Combust. Sci. Technol.* — 2010. — V. 182, N 11-12. — P. 1915–1932. — DOI: 10.1080/00102202.2010.497415.
17. **Guo J., Sun X. X., Rui S. C., Cao Y., Hu K. L.** Effect of ignition location, vent size, and obstacles on vented explosion overpressures in propane-air mixtures // *Int. J. Hydrogen Energy.* — 2015. — V. 40, N 45. — P. 15780–15788. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2015.09.038.
18. **Ye J. F., Jiang X. H., Jia Z. W., Dong G., Fan B. C.** Experimental investigations of external second-explosion induced by vented explosion // *Explos. Shock Waves.* — 2004. — V. 24, N 4. — P. 356–362.
19. **Cao Y., Guo J., Hu K. L., Xie L. F., Li B.** Effect of ignition location on external explosion in hydrogen-air explosion venting // *Int. J. Hydrogen Energy.* — 2017. — V. 42, N 15. — P. 10547–10554. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2017.01.095.
20. **Zhang S. H., Zhang Q.** Effect of vent size on vented hydrogen-air explosion // *Int. J. Hydrogen Energy.* — 2018. — V. 37, N 43. — P. 17788–17799. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2018.07.194.
21. **Pang L., Hu Q. R., Zhao J. J., Lv P. F., Sun S. H., Yang K.** Numerical study of the effects of vent opening time on hydrogen explosions // *Int. J. Hydrogen Energy.* — 2019. — V. 44, N 29. — P. 15689–15701. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2019.04.175.
22. **Sun S., Wang M. Y., Qiu Y. Y., Gao K. H.** Effect of a hinged rotating vent cover on a vented explosion // *J. Loss Prev. Process Ind.* — 2019. — V. 57. — P. 186–193. — DOI: 10.1016/j.jlp.2018.12.002.
23. **Bauwens C. R., Dorofeev S. B.** Effect of initial turbulence on vented explosion overpressures from lean hydrogen-air deflagrations // *Int. J. Hydrogen Energy.* — 2014. — V. 39, N 35. — P. 20509–20515. — DOI: 10.1016/j.ijhydene.2014.04.118.
24. **Sun S., Wang M. Y., Gao K. H., Zhao T. H., Guo Q.** Effect of vent conditions on internal overpressure time-history during a vented explosion // *J. Loss Prev. Process Ind.* — 2018. — V. 54. — P. 85–92. — DOI: 10.1016/j.jlp.2018.03.002.
25. **Harrison A. J., Eyre J. A.** External explosions as a result of explosion venting // *Combust. Sci.*

- Technol. — 1987. — V. 52. — P. 91–106. — DOI: 10.1080/00102208708952570.
26. **Yang K., Hu Q. R., Sun S. H., Liu P. F., Pang L.** Research progress on multi-overpressure peak structures of vented gas explosions in confined spaces // J. Loss Prev. Process Ind. — 2019. — V. 62. — P. 103969. — DOI: 10.1016/j.jlp.2019.103969.
27. **Tomlin G., Johnson D. M., Cronin P., Phylaktow H. W., Andrews G. E.** The effect of vent size and congestion in large-scale vented natural gas/air explosions // J. Loss Prev. Process Ind. — 2015. — V. 35. — P. 169–181. — DOI: 10.1016/j.jlp.2015.04.014.
28. **Jiang X. H., Fan B. C., Ye J. F.** Turbulence, vortex and external explosion induced by venting // Appl. Math. Mech. — 2004. — V. 25, N 12. — P. 1390–1397. — DOI: 10.1007/bf02438296.
29. **Wang Y. X., Lian Z., Zhang Q.** Effect of ignition location and vent on hazards of indoor liquefied petroleum gas explosion // Combust. Sci. Technol. — 2017. — V. 189, N 4. — P. 698–716. — DOI: 10.1080/00102202.2016.1246442.
30. **Du Z. M., Jin X. Q., Cui D. M., Ye J. F.** The investigation of correlated factors of external explosion during the venting process // J. Loss Prev. Process Ind. — 2006. — V. 19, N 4. — P. 326–336. — DOI: 10.1016/j.jlp.2005.07.030.
31. **Pang L., Wang T., Zhang Q., Ma Q. J., Cheng L.** Nonlinear distribution characteristics of flame regions from methane-air explosions in coal tunnels // Process Saf. Environ. Prot. — 2014. — V. 92, N 3. — P. 193–198. — DOI: 10.1016/j.psep.2012.10.016.
32. **Pang L., Zhang Q., Li W., Xiang C., Tan R. M.** Relationship between shock wave and high-temperature flow produced by gas explosion in coal mine roadways // Chin. J. High Press. Phys. — 2011. — V. 25, N 5. — P. 457–462.
33. **Zhang H., Li Y. B., Xiao J. J., Jordan T.** Large eddy simulations of the all-speed turbulent jet flow using 3-D CFD code GASFLOW-MPI // Nucl. Eng. Des. — 2018. — V. 328. — P. 134–144. — DOI: 10.1016/j.nucengdes.2017.12.032.
34. **Patankar S. V.** Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. — Washington, DC: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
35. **Salzano E., Marra F. S., Russo G., Lee J. H. S.** Numerical simulation of turbulent gas flames in tubes // J. Hazard. Mater. — 2002. — V. 95, N 3. — P. 233–247. — DOI: 10.1016/S0304-3894(02)00161-9.
36. **Launder B. E., Spalding D. B.** Mathematical Models of Turbulence. — London: Academic Press, 1972.
37. **Bray K. N. C.** Studies of the turbulent burning velocity // Proc. Roy. Soc. London A. — 1990. — V. 431. — P. 315–325. — DOI: 10.1098/rspa.1990.0133.

Поступила в редакцию 22.03.2021.

Принята к публикации 09.06.2021.
