

## МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 681.5

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИКИ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ\*

Ю. Н. Золотухин, К. Ю. Котов, А. М. Свитова,  
Е. Д. Семенюк, М. А. Соболев

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: kotov@idisys.iae.nsk.su*

Предложен метод идентификации динамики летательного аппарата квадроспирального типа на основе рекуррентной нейронной сети Элмана, которая соответствует каноническому виду динамической системы в пространстве состояний и не требует структурной коррективировки. Результаты численного эксперимента показали сходимость алгоритма обучения сети с помощью расширенного фильтра Калмана.

*Ключевые слова:* идентификация динамики, квадрокоптер, расширенный фильтр Калмана, рекуррентная нейронная сеть Элмана.

DOI: 10.15372/AUT20180610

**Введение.** Традиционным способом описания динамических систем являются обыкновенные дифференциальные уравнения, которые в совокупности с вычислительными методами применяются для синтеза алгоритмов управления движением. Однако в большинстве нелинейных динамических систем присутствует неопределённость, связанная с неполнотой знаний об аналитической модели объекта управления или с непредсказуемостью изменения параметров его уравнений. Данная проблема может быть решена с помощью нейронных сетей [1], которые способны обеспечить корректную идентификацию параметров и структуры модели, её адаптивность для сохранения адекватности в процессе функционирования объекта.

Одним из перспективных способов решения описанной проблемы является использование нейросетевой модели типа «серый ящик» [2]. Концепция данного метода заключается в представлении нелинейной динамической системы в виде рекуррентной нейронной сети, структура которой задаётся на основе теоретических знаний об объекте моделирования, а все неизвестные параметры уточняются в процессе обучения.

Особенно актуален вопрос идентификации моделей летательных аппаратов, в частности определение аэродинамических характеристик, которые описываются нелинейными функциями нескольких переменных [2, 3]. Стандартный способ идентификации коэффициентов аэродинамических сил и моментов состоит из нескольких этапов: первичные вычисления на основе аналитических и численных методов, уточнение параметров с помощью продува аппарата в аэродинамической трубе и использование результатов лётных испытаний. Предложенный метод нейросетевого моделирования в перспективе способен

\*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-48-540019 р.а).

обеспечить получение достоверных аэродинамических характеристик, минуя этап с применением аэродинамической трубы.

Идентификация абстрактной нелинейной динамической системы с помощью рекуррентных нейронных сетей и способы их обучения подробно описываются в работе [4]. Относительно летательных аппаратов в [2] приведена информация об использовании нейросетевой модели NARX для идентификации продольного вращательного движения самолёта; применение гибридной нейромодели малогабаритного вертолётa на основе нейронных сетей Джордана и Элмана описано в [5]. В данной работе для идентификации динамики движения квадрокоптера предлагается использовать нейронную сеть Элмана, которая соответствует каноническому описанию динамической системы в пространстве состояний без необходимости структурной корректировки. Преимуществом данной сети является простая неизбыточная архитектура, подходящая для её дальнейшей программно-аппаратной реализации. Для настройки весов сети применяется расширенный фильтр Калмана.

**Описание объекта управления.** Математическая модель квадрокоптера с непрерывным временем, описывающая динамику поступательного и вращательного движений, представлена системами уравнений [6]:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (\sin \psi \cdot \sin \phi + \cos \psi \cdot \cos \phi \cdot \sin \theta)u_1; \\ m\ddot{y} = (-\cos \psi \cdot \sin \phi + \sin \psi \cdot \cos \phi \cdot \sin \theta)u_1; \\ m\ddot{z} = \cos \phi \cdot \cos \theta u_1 - mg, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_{xx}\ddot{\phi} = u_2 - (I_{zz} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\psi}; \\ I_{yy}\ddot{\theta} = u_3 - (I_{xx} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\psi}; \\ I_{zz}\ddot{\psi} = u_4. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $m$  — масса квадрокоптера;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  — моменты инерции относительно соответствующих осей квадрокоптера;  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ,  $u_4$  — управляющие воздействия. Точкой над переменными обозначаются производные величин по времени. Положение аппарата в пространстве определяется координатами его центра масс в неподвижной декартовой системе координат  $x, y, z$  и углами Эйлера  $\phi, \theta, \psi$  (крен, тангаж и рысканье соответственно).

Далее рассмотрим идентификацию динамики вращательного движения (2). Преобразование модели динамики вращения объекта с непрерывным временем на основе разностной схемы Эйлера с шагом дискретизации по времени  $\Delta t$  приводит к её дискретной форме:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_k = \dot{\phi}_{k-1} + (u_{2(k-1)} - (I_{zz} - I_{yy})\dot{\theta}_{k-1}\dot{\psi}_{k-1})I_{xx}^{-1}\Delta t; \\ \dot{\theta}_k = \dot{\theta}_{k-1} + (u_{3(k-1)} - (I_{xx} - I_{zz})\dot{\phi}_{k-1}\dot{\psi}_{k-1})I_{yy}^{-1}\Delta t; \\ \dot{\psi}_k = \dot{\psi}_{k-1} + u_{4(k-1)}I_{zz}^{-1}\Delta t. \end{cases} \quad (3)$$

Аналогичным образом получены уравнения с дискретным временем для вычисления крена, тангажа и рысканья:

$$\begin{cases} \phi_k = \phi_{k-1} + \dot{\phi}_k\Delta t; \\ \theta_k = \theta_{k-1} + \dot{\theta}_k\Delta t; \\ \psi_k = \psi_{k-1} + \dot{\psi}_k\Delta t. \end{cases} \quad (4)$$

На основе полученных уравнений (3), (4) генерируется обучающая выборка для численного моделирования, состоящая из множества пар векторов: вектора управляющих воздействий

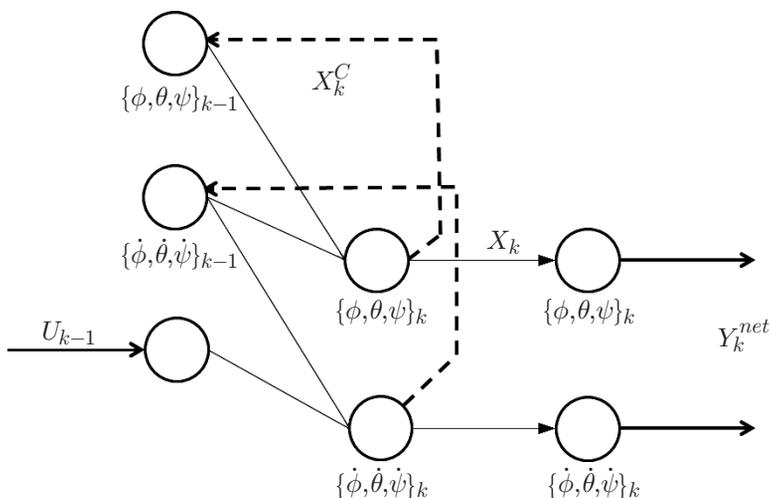


Рис. 1. Структура рекуррентной нейронной сети для идентификации динамики вращения квадрокоптера

$U_{k-1} = [u_{2(k-1)}, u_{3(k-1)}, u_{4(k-1)}]^T$  и вектора состояния объекта  $Y_k = [\phi_k, \theta_k, \psi_k, \dot{\phi}_k, \dot{\theta}_k, \dot{\psi}_k]^T$ . Связи и величины дискретной модели сопоставляются с элементами нейронной сети, и на базе этого формируется архитектура нейросетевой модели.

**Метод идентификации.** Основу нейросетевой модели составляет рекуррентная сеть Элмана [7]. Благодаря наличию контекстных элементов или единичных задержек сеть сохраняет информацию о предыдущем состоянии, что позволяет решать задачи обучения во временной области. Динамика сети Элмана в ответ на подачу на вход вектора  $U_{k-1}$  описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} X_k = f(W_{xc}X_k^C + W_{ux}U_{k-1}); \\ X_k^C = X_{k-1}; \\ Y_k^{net} = W_{xy}X_k, \end{cases} \quad (5)$$

где  $W_{xy}$ ,  $W_{xc}$ ,  $W_{ux}$  — матрицы весов связей между выходным и скрытым слоем, скрытым и контекстным слоем, скрытым и входным слоем соответственно;  $f$  — вектор-функция активации, которая может являться линейной или нелинейной функцией;  $X_k^C$  и  $X_{k-1}$  — векторы выходных сигналов нейронов контекстного и скрытого слоёв соответственно.

Подход к разработке нейросетевой модели типа «серый ящик» предполагает использование теоретических знаний об объекте управления, которые в данном случае представлены системами уравнений (3), (4). Благодаря теоретической модели определяется структура сети, изображённой на рис. 1, где каждой вершине графа соответствуют три нейрона. Веса связей между нейронами, которые согласно модели не должны влиять друг на друга, были обнулены. Например, система уравнений (5) для переменных состояния  $\phi_k$ ,  $\dot{\phi}_k$  принимает вид

$$\begin{cases} \phi_k = f_\phi(w_{xc}^{11}\phi_{k-1} + w_{xc}^{12}\theta_{k-1} + w_{xc}^{13}\psi_{k-1} + w_{xc}^{14}\dot{\phi}_{k-1} + w_{xc}^{15}\dot{\theta}_{k-1} + w_{xc}^{16}\dot{\psi}_{k-1}); \\ \dot{\phi}_k = f_{\dot{\phi}}(w_{xc}^{44}\dot{\phi}_{k-1} + w_{xc}^{45}\dot{\theta}_{k-1} + w_{xc}^{46}\dot{\psi}_{k-1} + w_{ux}^{14}u_{2(k-1)} + w_{ux}^{15}u_{3(k-1)} + w_{ux}^{16}u_{4(k-1)}). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $f_\phi$ ,  $f_{\dot{\phi}}$  — функции активации соответствующих нейронов скрытого слоя. Аналогичные уравнения могут быть получены для остальных переменных состояния. Заметим, что верхнее уравнение в (6) соответствует линейному уравнению в (4) и сходимость алгоритма

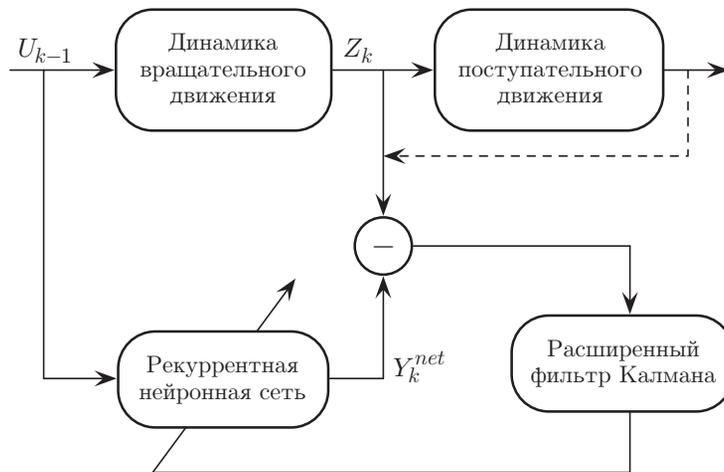


Рис. 2. Функциональная схема системы идентификации

настройки сети может быть проверена по сходимости диагональных весов  $w_{xc}^{ii}$ ,  $i = 1, \dots, 3$ , к единице.

Настройка параметров рекуррентных нейронных сетей проходит с помощью градиентных алгоритмов обучения. Непрерывное обучение, основанное на градиентном спуске, может осуществляться медленно из-за доверия к мгновенным оценкам градиента. Это ограничение можно обойти, воспользовавшись для обучения сети расширенным фильтром Калмана, который рекурсивно использует информацию данных обучения, начиная с первой итерации [1].

В общем случае при применении расширенного фильтра Калмана для настройки рекуррентной нейронной сети задачей фильтрации является получение оценки активности или выходных сигналов всех узлов сети и настройка синаптических весов. Для рекуррентной сети Элмана, в выходном слое которой используются линейные функции активации, оцениваемый в фильтре Калмана вектор состояния формируется из вектора выходных сигналов сети  $Y_k^{net}$  и вектора синаптических весов  $W_k = [W_{xc(k)} W_{ux(k)} W_{xy(k)}]$ .

Дополним систему (5) уравнениями динамики синаптических весов и измерения выходных систем сигналов сети и запишем в виде

$$\begin{cases} Y_k^{net} = W_{xy(k-1)} f(W_{xc(k-1)} W_{xy(k-1)}^{-1} Y_{k-1}^{net} + W_{ux(k-1)} U_{k-1}); \\ W_k = W_{k-1} + \epsilon_k; \\ Z_k = Y_k^{net} + \nu_k. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $\epsilon_k$ ,  $\nu_k$  — случайные процессы, описывающие погрешности моделирования и шумы датчиков с ковариационными матрицами  $Q$  и  $R$  соответственно;  $Z_k$  — выход датчиков измерения компонент вектора состояния объекта (рис. 2). Линеаризация уравнений (7) приводит к матрице перехода [8]

$$F = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где

$$F_1 = \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial Y_k}, \quad F_2 = \frac{\partial Y_{k+1}}{\partial W_k}. \quad (9)$$

Матрица наблюдения

$$H_k = [I \ 0], \quad (10)$$

где столбцы первого блока соответствуют выходному слою (единичная матрица), второго блока — весам сети. Выражения экстраполяции и коррекции расширенного фильтра Калмана имеют следующий вид:

$$\hat{Y}_k^{net} = W_{xy(k-1)} f(W_{xc(k-1)} W_{xy(k-1)}^{-1} \hat{Y}_{k-1}^{net} + W_{ux(k-1)} U_{k-1}), \quad (11)$$

$$P_k = F_k P_{k-1} F_k^T + Q, \quad (12)$$

$$K_k = \frac{P_k H_k^T}{H_k P_k H_k^T + R}, \quad (13)$$

$$[\hat{Y}_k^{net} \hat{W}_k] = [\hat{Y}_k^{net} \hat{W}_k] + K_k (Z_k - \hat{Y}_k^{net}), \quad (14)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k. \quad (15)$$

**Численное моделирование.** Для проверки предложенного подхода было проведено численное моделирование обучения сети. Рекуррентная сеть Элмана, обучение с помощью расширенного фильтра Калмана, генерация обучающих выборок и визуализация полученных данных реализованы на языке Python. Библиотека [9] взята за основу нейронной сети. Для обеспечения репрезентативности обучающей выборки на вход сети были поданы гармонические управляющие сигналы малой амплитуды:

$$\begin{cases} u_{2k} = 0,02 \sin(0,8t_k); \\ u_{3k} = -0,02 \sin(0,8t_k); \\ u_{4k} = -0,02 \sin(0,2t_k), \end{cases} \quad (16)$$

где  $t_k \in (0; 150)$  с — время подачи управляющего воздействия,  $\Delta t = 0,01$  с — величина шага дискретизации. Выходы сети вычисляются из дискретной модели. Ошибка сети между реальным состоянием объекта  $Y_k = [\phi_k, \theta_k, \psi_k, \dot{\phi}_k, \dot{\theta}_k, \dot{\psi}_k]^T$  и выходом нейронной сети  $Y_k^{net} = [\phi_k^{net}, \theta_k^{net}, \psi_k^{net}, \dot{\phi}_k^{net}, \dot{\theta}_k^{net}, \dot{\psi}_k^{net}]^T$  на шаге  $k$  рассчитывалась по формуле

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (Y_{ik}^{net} - Y_{ik})^2}. \quad (17)$$

Моделирование проведено для значений параметров объекта, приведённых в [6]. Графики ошибки сети при подаче зашумлённых данных и без шума изображены на рис. 3, *a, b*.

Качество настройки нейронной сети также можно оценить по значению весовых коэффициентов, соответствующих операциям интегрирования в дискретной модели. Они должны сходиться к единице, как и показано на рис. 4, *a, b*.

В дальнейшем планируется провести идентификацию динамики летательного аппарата квадроспирального типа с использованием реальных полётных данных и полной модели динамики, учитывающей продольное движение аппарата.

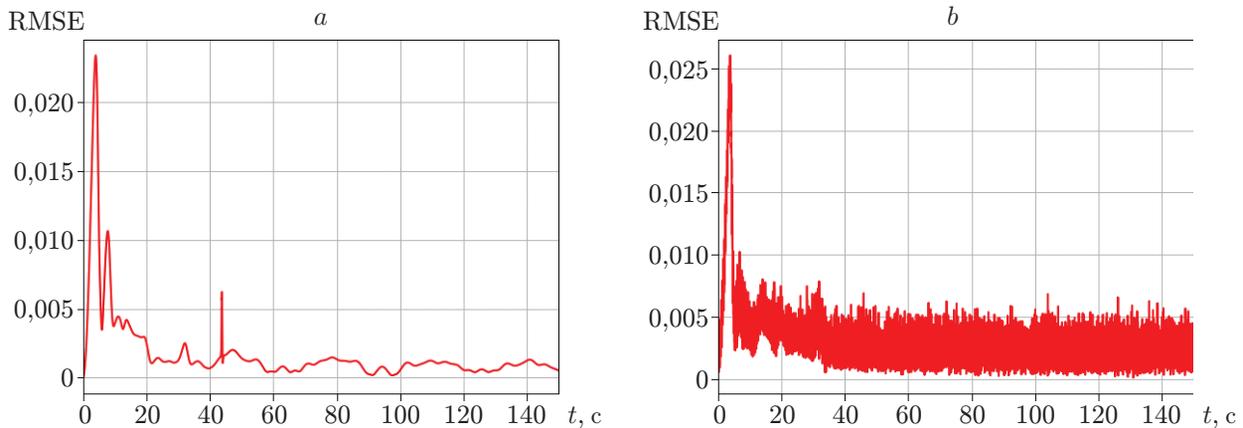


Рис. 3. Ошибка обучения нейронной сети: *a* — на данных без шума; *b* — на зашумлённых данных

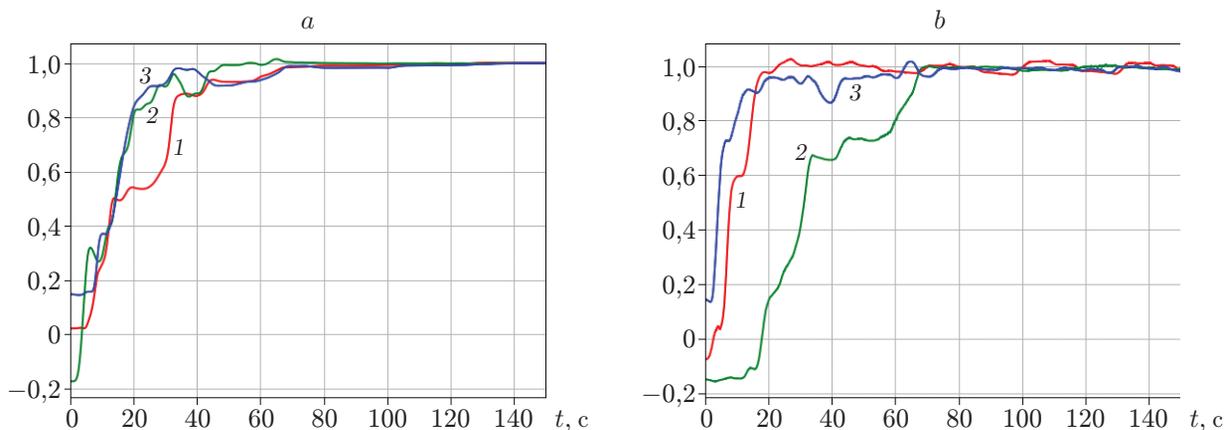


Рис. 4. Графики сходимости весов, соответствующих операциям интегрирования: *a* — обучение на данных без шума; *b* — обучение на зашумлённых данных (кривая 1 —  $\omega_{\dot{\phi}_{k-1};\dot{\phi}_k}$ , 2 —  $\omega_{\dot{\theta}_{k-1};\dot{\theta}_k}$ , 3 —  $\omega_{\dot{\psi}_{k-1};\dot{\psi}_k}$ )

**Заключение.** Разработан алгоритм идентификации динамики вращательного движения квадрокоптера на основе рекуррентной нейронной сети Элмана и расширенного фильтра Калмана. Предложенный подход позволяет построить полуэмпирическую модель динамики без необходимости преобразования к каноническому виду в пространстве состояний. Результаты численного моделирования доказывают эффективность разработанной системы идентификации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1104 с.
2. Брусов В. С., Тюменцев Ю. В. Нейросетевое моделирование движения летательных аппаратов. М.: Изд-во МАИ, 2016. 192 с.
3. Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Филиппов М. Н. Метод формирования тестовых сигналов для оценивания аэродинамических параметров летательного аппарата // Автометрия. 2017. 53, № 4. С. 59–65.
4. Pham D. T., Liu X. Neural Networks for Identification, Prediction and Control. London: Springer-Verlag, 1995. 238 p.

5. **Munoz R. S. M., Rossi C., Cruz A. B.** Modelling and identification of flight dynamics in mini-helicopters using neural networks // *Aerial Vehicles* / Ed. by T. M. Lam. Rijeka, Croatia: InTech, 2009. P. 601–620.
6. **Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Мальцев А. С. и др.** Управление параметрами полёта квадрокоптера при движении по заданной траектории // *Автометрия*. 2012. **48**, № 5. С. 32–41.
7. **Elman J. L.** Finding structure in time // *Cognitive Sci.* 1990. **14**, N 2. P. 179–211. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/036402139090002E> (дата обращения: 5.07.2018).
8. **Williams R. J.** Some observations on the use of the extended Kalman filter as a recurrent network learning algorithm // Tech. rep. NU-CCS-92-1. Boston: Northeastern University, College of Computer Science, 1992. URL: <https://pdfs.semanticscholar.org/4cc2/a29b33266a52afba78d9bd570f3480749aa8.pdf> (дата обращения: 5.07.2018).
9. **Rougier N. P.** Neural-networks. GitHub, Inc. URL: <https://github.com/rougier/neuralnetworks> (дата обращения: 5.07.2018).

*Поступила в редакцию 5 июля 2018 г.*

---