

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЯГОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В. А. Левин, И. С. Мануйлович, В. В. Марков

Институт механики МГУ, 119192 Москва, levin@imec.msu.ru

Рассматривается задача, моделирующая рабочий цикл пульсирующего детонационного двигателя и позволяющая оценить его максимально возможные тяговые характеристики. В рамках модели бесконечно тонкой волны детонации изучаются автомодельные и неавтомодельные течения в осесимметричном канале конечной длины и переменного поперечного сечения, возникающие при распространении детонации от закрытого конца канала. Используются аналитические и численные методы. Исследуются зависимости среднего импульса и среднего удельного импульса от формы боковой стенки канала. Найдены оптимальные формы, соответствующие максимальным тяговым характеристикам рабочего цикла.

Ключевые слова: пульсирующий детонационный двигатель, оптимизация тяговых характеристик, бесконечно тонкая волна детонации, численный метод.

ВВЕДЕНИЕ

Постоянно возрастающий в последнее время интерес к расчету течений в каналах с детонационными волнами объясняется возможностью применения их результатов при разработке детонационных двигателей и других энергетических устройств, которые превосходят по эффективности агрегаты, использующие обычное сжигание топлива [1], имеют простую конструкцию с минимальным количеством движущихся частей и предназначены для летательных аппаратов в широком диапазоне скоростей — от дозвуковых до гиперзвуковых. Предлагались различные варианты детонационных двигателей [2–7], как прямоточных с непрерывной детонацией, так и пульсирующих.

Моделирование детонационных двигателей представляет собой непростую задачу. Детонация является сложным процессом, для описания которого в общем случае необходимо использовать нестационарные трехмерные уравнения газовой динамики совместно с уравнениями химической кинетики для многокомпонентной смеси. Численное моделирование течений с детонационными волнами требует большого объема вычислений и больших затрат машинного времени. Однако еще на ранней

стадии изучения детонации была предложена простая модель бесконечно тонкой детонационной волны [8], явно не использующая уравнений химической кинетики. В этой модели предполагается, что в скачке уплотнения газ мгновенно приобретает дополнительную энергию, равную энергии экзотермических реакций. Во многих случаях модель бесконечно тонкой детонации удовлетворительно описывает процесс, давая решения, либо близкие к экспериментальным данным, либо соответствующие оценочному предельному случаю мгновенного сгорания топлива в смеси. Модель бесконечно тонкой детонационной волны отличается простотой, необходимой для понимания происходящего процесса в целом, и поэтому имеет весьма широкую область применения. Вне возможностей этой модели находятся процессы инициирования и затухания детонации, для описания которых необходимо учитывать в той или иной форме конечную скорость химических превращений и соответствующее им тепловыделение за лидирующей ударной волной.

В настоящей работе модель бесконечно тонкой волны детонации использована при расчете цикла пульсирующего детонационного двигателя. Поскольку тяга в двигателе создается за счет высокого давления на рабочих стенках, важным представляется вопрос о выборе их форм, позволяющих получить максимальные тяговые характеристики двигателя. В работе проведена оптимизация геометрии сте-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-01-00032), Федерального агентства по науке и инновациям (НШ 319.2008.1), Программы фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН.

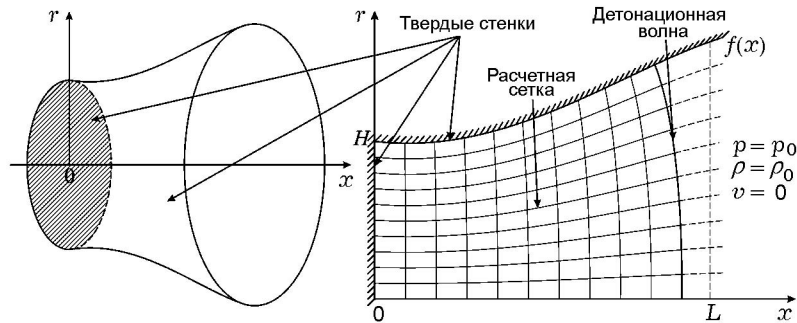


Рис. 1. Постановка задачи:

детонационная волна распространяется в осесимметричном канале от закрытого торца

нок детонационной камеры с целью получения максимальных среднего и удельного импульсов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим осесимметричный канал, заполненный горючей смесью (рис. 1). Обозначим ось симметрии канала через x , а расстояние до оси — r . Детонационная волна, распространяясь по смеси, вызывает течение продуктов детонации, которое создает тягу. Будем считать, что канал имеет фиксированную длину L и плоский закрытый торец радиусом R , а детонационная волна инициируется вдоль всей его поверхности. Тяга создается на закрытом торце канала и его боковой стенке. Форма боковой стенки задается функцией $f(x)$, которая выбирается из некоторого класса функций, в частности, линейных или параболических.

Мы рассматриваем только стадию детонации рабочего цикла пульсирующего детонационного двигателя, которая заканчивается при достижении детонационной волной точки на стенке с абсциссой L . В такой постановке задачи можно полагать канал бесконечным, а каждый промежуточный момент времени считать моментом окончания детонации с некоторым значением координаты L , зависящим от положения фронта детонационной волны.

Для описания процесса используется модель бесконечно тонкой волны детонации, которая позволяет достаточно быстро проводить численные расчеты нестационарных течений, что дает возможность варьировать форму боковой стенки и быстро получать параметры течения для каждой выбранной формы.

В целях упрощения постановки задачи будем считать горючую смесь покоящейся, од-

нородной, с постоянными плотностью $\rho = \rho_0$, давлением $p = p_0$ и температурой $T = T_0$.

Исходная смесь и продукты детонации считаются идеальными совершенными газами, подчиняющимися калорическому и термическому уравнениям состояния в форме

$$\varepsilon = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \beta Q, \quad p = \rho R_g T,$$

где ε — удельная внутренняя энергия, R_g — газовая постоянная, γ — показатель адиабаты Пуассона, Q — удельное тепловыделение, β — массовая доля горючего ($\beta = 1$ в исходной смеси и $\beta = 0$ в продуктах детонации).

Осесимметричное нестационарное течение за детонационной волной описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u r)}{\partial t} + \frac{\partial[(p + \rho u^2)r]}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v r)}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho v r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v r)}{\partial x} + \frac{\partial[(p + \rho v^2)r]}{\partial r} &= p, \quad (1) \\ \frac{\partial(e r)}{\partial t} + \frac{\partial[(e + p)u r]}{\partial x} + \frac{\partial[(e + p)v r]}{\partial r} &= 0, \\ e &= \rho \left(\varepsilon + \frac{u^2 + v^2}{2} \right). \end{aligned}$$

Здесь u и v — продольная и радиальная компоненты скорости соответственно, e — полная энергия среды.

При $t > 0$ на стенках канала должны выполняться условия непротекания — равенства

нулю нормальной к стенке компоненты скорости газа, а на детонационной волне — известные законы сохранения массы, импульса, энергии и касательной составляющей скорости:

$$\begin{aligned} [\rho]D - [\rho v_n] &= 0, \\ [\rho v_n]D - [p + \rho v_n^2] &= 0, \\ [e]D - [(e + p)v_n] &= 0, \\ [v_\tau] &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где v_n и v_τ — нормальная и тангенциальная к фронту детонации компоненты скорости, D — скорость детонационной волны.

Введем дополнительно безразмерные коэффициенты α_k , описывающие форму боковой стенки $f(x)$, выбираемую из некоторого класса. Для класса прямых линий $f(x) = R[1 + x \operatorname{tg} \alpha]$ имеется только параметр α , а для класса парабол $f(x) = R[1 + x(a + bx)]$ — два параметра: $\alpha_1 = a$, $\alpha_2 = b$.

Введем безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \frac{x}{R}, \quad r \rightarrow \frac{r}{R}, \quad p \rightarrow \frac{p}{p_0}, \quad \rho \rightarrow \frac{\rho}{\rho_0}, \\ u &\rightarrow \frac{u}{\sqrt{p_0/\rho_0}}, \quad L \rightarrow l = \frac{L}{R}, \\ Q &\rightarrow q = \frac{Q}{\gamma p_0/\rho_0}, \quad t \rightarrow \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = R\sqrt{\frac{\rho_0}{p_0}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Ниже приводятся результаты при $\gamma = 1.4$ и $q = 10.5$.

Течение за детонационной волной характеризуется высокими значениями термодинамических параметров, и за счет разности давлений внутри и вне канала возникает сила, действующая в осевом направлении, — тяга, описываемая функцией

$$\begin{aligned} I(t, \alpha_k) &= - \int_w (p_w - 1) r n_x ds = \\ &= 2\pi \left(\int_0^1 [p(t, 0, r) - 1] r dr + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^l [p(t, x, f(x)) - 1] f(x) f'(x) dx \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где p_w — давление на стенках канала, n_x — проекция на ось x внешней единичной нормали к поверхности тягового устройства. Здесь проведено интегрирование избыточного давления вдоль стенки. Первое слагаемое в скобках — интеграл по поверхности закрытого торца канала, второе — интеграл по боковой поверхности.

Исследуются средний импульс

$$I_s(l, \alpha_k) = \int_0^{T(l, \alpha_k)} \frac{I(t, \alpha_k)}{T(l, \alpha_k)} dt \quad (5)$$

и средний удельный импульс [3]

$$J(l, \alpha_k) = \int_0^{T(l, \alpha_k)} \frac{I(t, \alpha_k)}{V(l, \alpha_k)} dt. \quad (6)$$

Здесь $T(l, \alpha_k)$ — момент времени, когда детонационная волна достигает края стенки с абсциссой l , а $V(l, \alpha_k)$ — объем, занимаемый продуктами детонации в этот момент.

АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

Простейшей формой стенки является коническая поверхность, описываемая прямой на плоскости $x-r$: $f(x) = 1 + x \operatorname{tg} \alpha$. Если длина образующей конуса много больше радиуса торца ($L \gg R$ или $l \gg 1$), то можно, пренебрегая влиянием на течение закрытого конца канала, моделировать его известным автомодельным течением за сферической детонационной волной [9], которая распространяется с постоянной скоростью D_J в режиме Чепмена — Жуге, а газодинамические параметры течения за волной зависят от автомодельной переменной $\lambda = \sqrt{x^2 + r^2}/(D_J t)$.

В этом случае согласно (4)–(6) имеем

$$I_s(\alpha) = c_1 V^{2/3} \frac{\sin^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)^{2/3}}, \quad J(\alpha) = c_2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Здесь c_1 и c_2 — безразмерные константы, содержащие интегралы от автомодельного распределения давления вдоль стенки и зависящие от q .

Средний импульс при фиксированной массе сгоревшей смеси достигает максимума при угле полураствора $\alpha_0 = 60^\circ$, а средний удельный импульс достигает максимума в пределе

при $\alpha \rightarrow 0$. Обратим внимание, что уменьшение угла раствора конуса при фиксированной массе сгоревшей смеси и неограниченных размерах приводит к увеличению длины его образующей, т. е. этот предел весьма экзотический.

Следует отметить, что в случае детонационных волн, распространяющихся в клиновидном канале с углом полураствора α , значение среднего импульса пропорционально $(\sin \alpha)/\sqrt{\alpha}$ и достигает максимума при $\alpha_0 \approx 66.8^\circ$ (решение уравнения $\operatorname{tg} \alpha = 2\alpha$). Значение среднего удельного импульса пропорционально $(\sin \alpha)/\alpha$ и достигает максимума в автоматическом решении при бесконечной длине, соответствующей $\alpha = 0$. Таким образом, результаты, полученные для конического и клиновидного каналов, качественно соответствуют друг другу.

Определение максимальных значений рассматриваемых интегральных характеристик при криволинейной образующей боковой стенки или при сравнимых размерах L и R сводится к решению неавтомодельной задачи. Ее полное исследование возможно только численными методами.

НЕАВТОМОДЕЛЬНЫЙ СЛУЧАЙ

В настоящей работе для исследования неавтомодельного течения используется конечно-разностный метод Годунова [10], модифицированный для расчета течений с волнами детонации. Расчет проводится с использованием подвижной сетки в области, ограниченной неподвижными твердыми поверхностями и детонационной волной, которая связывается с расчетной сеткой. В расчетной процедуре для реализации граничного условия на явно выделяемой детонационной волне использовано решение автоматической задачи о распаде разрыва в детонирующем газе, а для получения реальной формы фронта детонационной волны применяется специальная процедура, которая позволяет осуществить распределение граничных точек, связанных с волной; процедура основана на результатах исследования локального поведения решения вблизи детонационной волны.

Начальное распределение параметров задается в узкой зоне шириной $\delta \ll R$ около закрытого конца как решение известной одномерной автоматической задачи о распространении бесконечно тонкой плоской детонационной

волны от стенки. Сетка растягивается согласно положению и форме детонационной волны. Предполагается, что детонационная волна может быть пересжатой и режим ее распространения на данном участке ломаной, моделирующей фронт волны, определяется на каждом временном шаге в процессе расчета. Для этого решается автоматическая задача о распаде разрыва на границе между продуктами детонации и горючей смесью. Начальными параметрами в этой задаче являются текущие параметры за детонационной волной и параметры перед ее фронтом. Из решения находятся скорость детонационной волны и газодинамические параметры за фронтом, необходимые для вычисления потоков массы, импульса и энергии.

Исследование поведения решения вблизи стенки указывает на следующие его особенности. Если угол между задней поверхностью детонационной волны и стенкой по какой-то причине становится меньше 90° , т. е. волна распространяется от стенки, то вблизи стенки происходит перестройка течения, в результате чего этот угол становится прямым. При угле, большем 90° , точка пересечения фронта детонационной волны со стенкой имеет скорость, большую скорости волны детонации. В этом случае детонационная волна может стать локально пересжатой. В итоге реализуется тенденция к «нормализации» угла между детонационной волной и стенкой. Описанные процессы иллюстрируются приведенными ниже результатами расчетов.

ПРИМЕРЫ ДВУМЕРНЫХ РАСЧЕТОВ

Следует отметить, что расчетная процедура хорошо работает в случае стенок самых различных классов. Например, для расходящегося сопла с параболической формой образующей стенки $f(x) = 1 + x(0.6 - 0.03x)$ расчеты позволили выявить следующие особенности течения.

В процессе распространения детонационной волны угол между ее фронтом и стенкой остается больше 90° , поскольку наклон стенки постоянно уменьшается. В области вблизи пересечения стенки и детонационной волны достигаются большие значения плотности и давления, но режим распространения детонации остается режимом Чепмена — Жуге. Вблизи оси x наблюдается плоский участок фронта волны. Его наличие в случае режима Чепмена — Жуге можно обосновать, построив

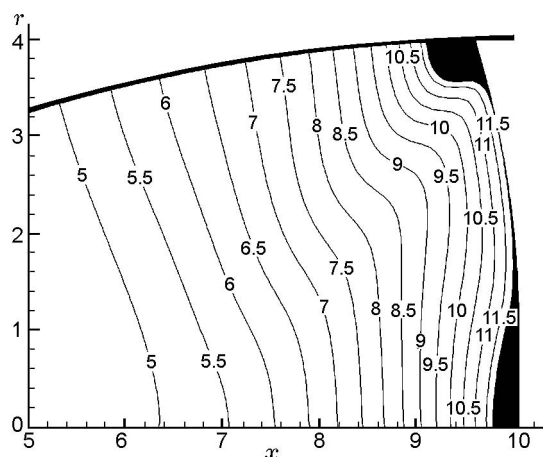


Рис. 2. Линии уровня давления

по принципу Гюйгенса кривую формы детонационной волны в заданный момент времени t . Точки этой кривой равноудалены от торца канала на расстояние D_{jt} и состоит из двух дуг окружности и плоского участка, совпадающего по размеру с торцом. Отмеченные детали течения иллюстрирует рис. 2, на котором изображены изобары в некоторый момент времени. Темная область вблизи фронта волны детонации отображает поведение давления в окрестности фронта. Кривая, ограничивающая эту область слева, соответствует давлению 11.7. Непосредственно на фронте волны детонации оно равно 14. Изобары в этой области начинаются на твердой стенке, приближаются к фронту детонации, а затем отходят от него в окрестности оси симметрии. Такое поведение изобар связано с тем, что за выпуклыми фронтами детонации Чепмена — Жуге градиенты давления бесконечны, а за плоскими фронтами — конечны.

Как и следовало ожидать, режим пересжатой детонации реализуется в сужающихся соплах. При этом возможен переход детонации Чепмена — Жуге в пересжатый режим, а затем обратно в режим Чепмена — Жуге. Угол между фронтом детонационной волны и стенкой за «горлом» меньше 90° , поскольку наклон стенки в точке ее пересечения с фронтом детонации постоянно увеличивается по мере распространения последней.

В настоящей работе сужающиеся сопла использовались для тестирования численной схемы. Полученные результаты доказывают применимость и надежность разработанной и

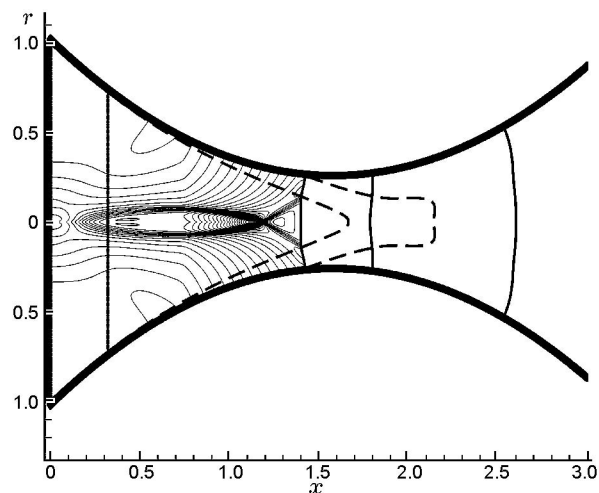


Рис. 3. Ударно-волновая картина процесса распространения детонационной волны

реализованной численной процедуры. Как показали расчеты, сужение канала может приводить к переходу волны в режим пересжатой детонации. Однако такие сопла нельзя использовать в детонационных двигателях в силу наличия отрицательной тяги на первой стадии распространения детонации из-за сужения сопла. Более того, из-за сужения канала образуется отраженная ударная волна, что показано на рис. 3. Здесь тонкими линиями приведены изобары, сгущение которых в потоке за детонационной волной обусловлено наличием внутренней поперечной ударной волны, которая в месте пересечения с участком пересжатой волны и волны Чепмена — Жуге образует тройную точку. Левая штриховая линия показывает траекторию тройной точки, а правая — траекторию точки соприкосновения пересжатой детонационной волны и волны Чепмена — Жуге. Четыре сплошные линии изображают фронт волны детонации в моменты, соответствующие (слева направо) зарождению пересжатой детонации вблизи боковой стенки, зарождению волны Чепмена — Жуге у стенки, промежуточному этапу перехода пересжатой волны в волну Чепмена — Жуге за счет расширения последней вблизи стенок и сформированному фронту волны Чепмена — Жуге. Заметим, что в самом узком месте фронт волны детонации состоит из кольцевой зоны Чепмена — Жуге, промежуточного кольца пересжатой детонации и внутреннего диска волны Чепмена — Жуге.

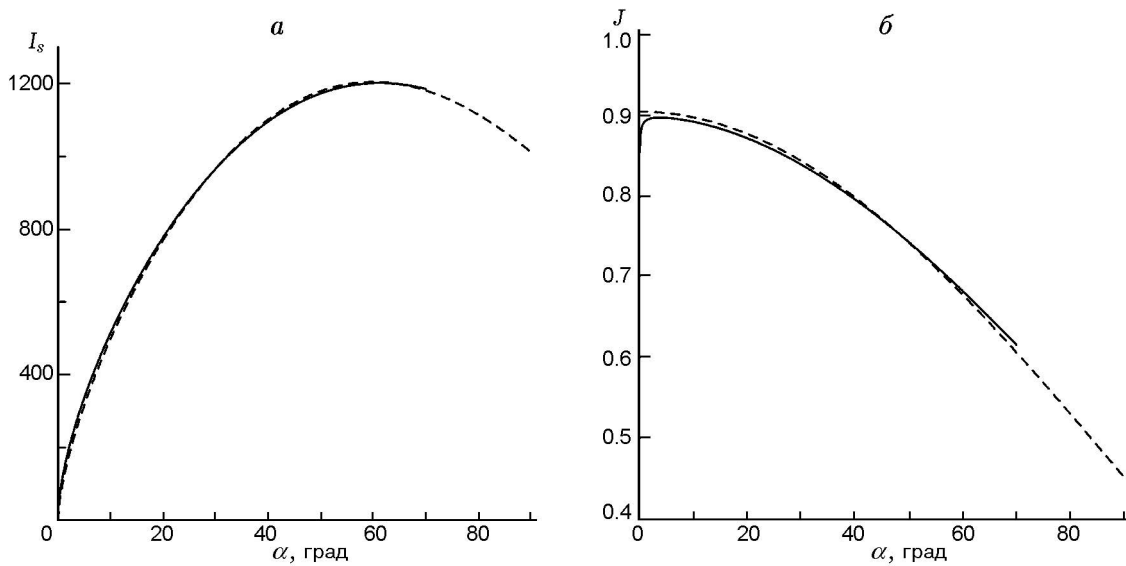


Рис. 4. Зависимости среднего (а) и среднего удельного (б) импульсов от угла α : сплошная линия — по параметрам двумерного расчета, штриховая — по автомодельному решению

РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ДВУМЕРНЫХ РАСЧЕТАХ

В каждом расчете с предварительно зафиксированной формой боковой стенки определялись мгновенные и интегральные тяговые характеристики. Форма боковой стенки варьируется с целью независимой максимизации среднего импульса I_s и среднего удельного импульса J .

Выводы, сделанные для конуса в одномерном приближении, подтверждаются двумерными расчетами. Для фиксированного объема $V = 5000$ и конической формы стенок $f(x) = 1 + x \operatorname{tg} \alpha$ максимум I_s достигается при $\alpha = 61^\circ$, а максимум J — при $\alpha = 3^\circ$. На рис. 4 представлены зависимости среднего импульса и среднего удельного импульса от угла α по параметрам двумерного расчета и по автомодельному решению. Зависимости практически совпадают. Небольшое различие связано с наличием в двумерном расчете торца канала.

Двумерные расчеты при фиксированном объеме $V = 5000$ показывают, что коническая стенка с углом $\alpha = 60^\circ$ не соответствует максимуму среднего импульса, т. е. не оптимальна. В классе параболических форм $f(x) = 1 + x(b + ax)$, который содержит все конусы при $a = 0$ и различных b , максимум среднего импульса достигается в сопле следующей формы:

$$f(x) = 1 + x(3.15 - 0.193x).$$

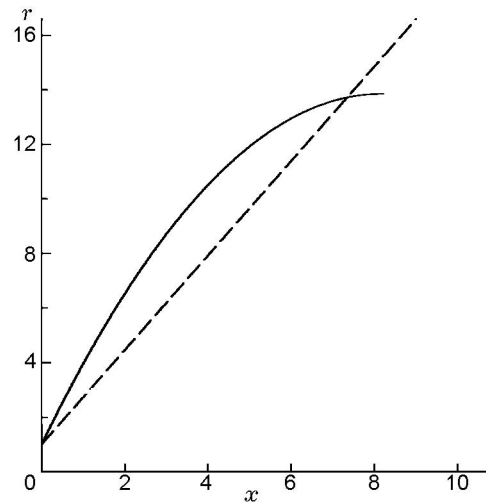


Рис. 5. Оптимальная параболическая форма (сплошная линия) в сравнении с оптимальной конической формой (штриховая линия)

На рис. 5 показан график этой функции, а также, для сравнения, график функции $1 + x \operatorname{tg}(\pi/3)$, при которой в классе конических поверхностей достигается максимальное значение среднего импульса. Увеличение среднего импульса по сравнению с конусом составляет 8 % и связано с отмеченным выше локальным увеличением давления вблизи стенки из-за уменьшения ее наклона.

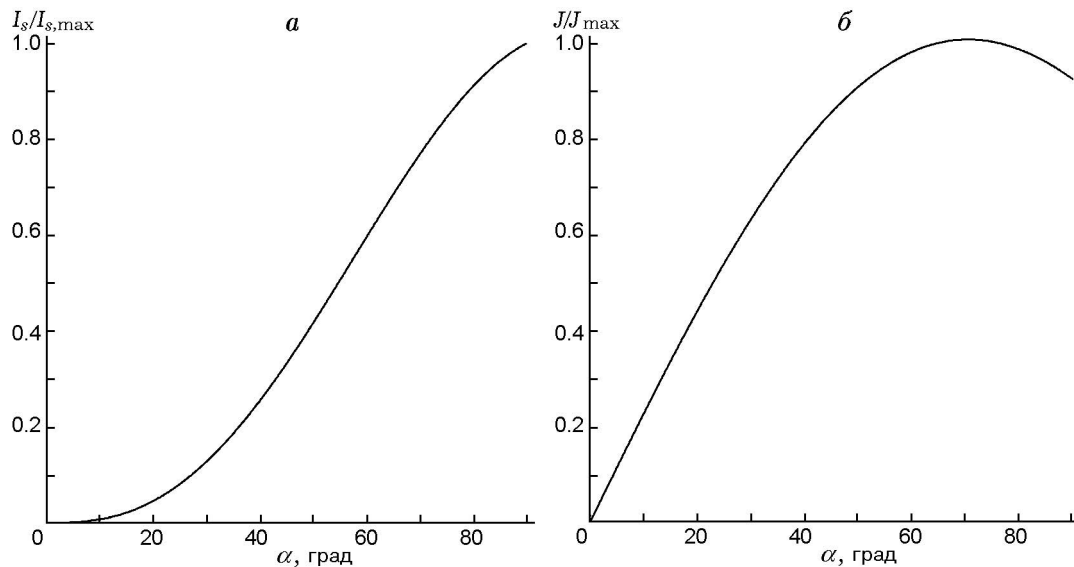


Рис. 6. Зависимости относительных среднего (а) и среднего удельного (б) импульсов от угла α

Исследования, проведенные для непараболических форм, показали, что прирост среднего импульса не превышает 2 %.

Увеличение среднего удельного импульса в случае конических поверхностей достигается за счет увеличения длины образующей. Так, максимум при фиксированном объеме $V = 5000$ получен при угле полураствора $\alpha = 3^\circ$ и длине $l = 100$, на два порядка превышающей радиус торца. В связи с этим весьма проблематично использовать такое сопло в реальных двигателях. Поэтому максимизация среднего удельного импульса проводилась для монотонно возрастающих параболических функций $f(x)$ и фиксированной длины канала $l = 5$. Оптимальная форма боковой стенки в этом случае описывается функцией

$$f(x) = 1 + x(0.0 + 0.061x).$$

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В КАНАЛЕ

Интегральные тяговые характеристики максимизировались также для случая мгновенного взрыва в инертной среде у торца канала. Взрыв моделируется однородным мгновенным увеличением внутренней энергии газа в узкой зоне шириной $\delta \ll R$ около закрытого конца канала, в результате чего энергия в этой зоне возрастает на величину E_0 и по каналу распространяется взрывная ударная волна. Течение

исследуется вплоть до момента выхода волны из канала. Обезразмеривание проводится аналогично случаю детонации. Безразмерная энергия взрыва определяется как $e_0 = E_0/(p_0 R^3)$. Для конической боковой стенки с большой длиной образующей ($l \gg 1$) и при достаточно большой энергии ($e_0 \gg V/(\gamma - 1)$, где V — объем области за ударной волной на момент выхода волны из канала) для описания течения за ударной волной можно использовать известное автомодельное решение задачи о сильном сферическом точечном взрыве. Газодинамические параметры такого течения зависят от одной автомодельной переменной

$$\lambda = \frac{\sqrt{x^2 + r^2}}{(E_0/\rho_0)^{1/5} t^{2/5}}.$$

Интегрирование давления вдоль стенки и по времени дает значения среднего импульса и среднего удельного импульса как функции угла полураствора конуса α (рис. 6):

$$I_s(\alpha) = c_1 \frac{e_0}{V^{1/3}} \sin^2 \alpha (1 - \cos \alpha)^{1/3},$$

$$J(\alpha) = c_2 \sqrt{\frac{e_0}{V}} \frac{\sin^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)^{1/2}}.$$

Здесь c_1 и c_2 — безразмерные константы, содержащие интегралы от автомодельного распределения давления вдоль стенки, которые зависят от e_0 .

Исследование показало, что средний импульс при фиксированном объеме газа за ударной волной возрастает с увеличением угла α . Средний удельный импульс достигает максимума при угле полураствора $\alpha_0 = \arccos(1/3) \approx 70.5^\circ$. Заметим, что в случае клиновидного канала автомоделное решение, описывающее цилиндрический точечный взрыв, дает максимум среднего удельного импульса при $\alpha \approx 66.8^\circ$.

Выводы, сделанные для конического канала, подтверждаются и в двумерных расчетах. Так, при фиксированной энергии взрыва $e_0 = 100V/(\gamma - 1)$ и объеме $V = 5000$ в конусе с образующей $f(x) = 1 + x \operatorname{tg} \alpha$ максимум J достигается при $\alpha = 71^\circ$.

ВЫВОДЫ

- Для определения тяговых характеристик модели пульсирующего детонационного двигателя использованы аналитические автомоделные решения, описывающие течения за детонационными и взрывными волнами в коническом и клиновидном каналах с различными углами раствора. В случае детонации найдены углы, соответствующие максимуму среднего импульса: для конической поверхности он составляет 60° , а для клиновидной — 66.8° . Средний удельный импульс в случае ударной волны достигает максимума при угле $\arccos(1/3)$ для конической формы боковой стенки канала и 66.8° для клиновидной.

- Модифицирован двумерный метод Годунова для корректных расчетов течений с бесконечно тонкими волнами детонации в каналах сложной формы. Разработанный метод позволяет с высокой скоростью проводить серийные расчеты и выявлять влияние формы боковой стенки на тяговые характеристики пульсирующего детонационного двигателя.

- Проведены двумерные расчеты течений в осесимметричных каналах с различными формами боковой стенки. Найдены оптимальные формы, соответствующие максимуму

среднего импульса и среднего удельного импульса. Разработанная методика и полученные данные могут использоваться для оценки максимально возможных тяговых характеристик пульсирующего детонационного двигателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б.** К вопросу об энергетическом использовании детонационного горения // Журн. техн. физики. — 1940. — Т. 10. — С. 175–186.
2. **Levin V. A., Nechaev J. N., Tarasov A. I.** A new approach to organizing operation cycles in pulsed detonation engines // High-speed deflagration and detonation: Fundamentals and control. — Moscow: Elex-KM Publ., 2001. — P. 223–238.
3. **Митрофанов В. В., Ждан С. А.** Тяговые характеристики идеального пульсирующего детонационного двигателя // Физика горения и взрыва. — 2004. — Т. 40, № 4. — С. 8–14.
4. **Canteins G., Franzetti F., Zitoun R., Desbordes D., Daniau E.** PDE-possible ways for specific impulse improvement // Confined detonation and pulse detonation engines. — Moscow: Torus Press, 2003. — P. 177–190.
5. **Александров В. Г., Крайко А. Н., Реент К. С.** Математическая модель сверхзвукового пульсирующего детонационного прямоточного двигателя // Хим. физика. — 2001. — Т. 20, № 6. — С. 84–89.
6. **Wilson D. R., Lu F. K., Kim H., Muni-palli R.** Analysis of a pulsed normal detonation wave engine concept // 10th AIAA Intern. Space Planes and Hypersonic Con., Kyoto, April 2001. — P. 1784–2001.
7. **Kailasanath K.** On the performance of pulse detonation engines // Confined detonation and pulse detonation engines. — Moscow: Torus Press, 2003. — P. 191–202.
8. **Chapman D. L.** On the rate of explosions in gases // Philos. Mag. — 1899. — V. 47. — P. 90–104.
9. **Седов Л. И.** Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1977.
10. **Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П.** Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976.

Поступила в редакцию 11/VIII 2009 г.