УДК 532:536.3

Влияние поверхностного излучения на режимы сопряженной естественной конвекции в замкнутой полости с локальным источником энергии^{*}

С.Г. Мартюшев¹, М.А. Шеремет^{1,2}

¹Томский государственный университет ²Томский политехнический университет

E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Проведен численный анализ нестационарных режимов естественной конвекции и теплового излучения в замкнутой квадратной полости с теплопроводными стенками при наличии источника тепла конечных размеров, расположенного в зоне основания, в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Математическая модель, сформулированная в безразмерных переменных "функция тока — завихренность скорости — температура", реализована численно методом конечных разностей. Детально проанализировано влияние приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих стенок $0 \le \varepsilon < 1$, положения источника энергии $0,1 \le l/L \le 0,4$ и его длины $0,2 \le l_{\rm hs}/L \le 0,6$ при Ra = 10^6 , Pr = 0,7 на локальные характеристики (линии тока и поля температуры) и на интегральный комплекс (среднее число Нуссельта на характерных границах). Выведены аппроксимационные соотношения для средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта в зависимости от приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих стенок и положения источника и положения соотношения для средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта в зависимости от приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих стенок и положения источника энергии от приведенной степени черноты внутренних конвективного и радиационного чисел Нуссельта в зависимости от приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих стенок и положения источника энергии относительно вертикальных стенок.

Ключевые слова: сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, приближение Буссинеска, тепловое излучение, диатермичная среда, нестационарный режим, численное моделирование.

Введение

Нестационарные задачи сопряженной естественной конвекции привлекают внимание исследователей вот уже не одно десятилетие в связи с широтой и многообразием процессов и явлений, в которых определяющее положение занимает конвективно-кондуктивный перенос энергии. Известно, что в воздушных полостях влияние теплового излучения сравнимо с воздействием термогравитационной конвекции на режимы течения и теплоперенос [1, 2]. К настоящему времени проведено не так много исследований сопряженной естественной конвекции с учетом поверхностного излучения в областях, заполненных диатермичной средой [3–10]. Так, например, математическое моделирование поверхностного излучения и сопряженной естественной конвекции в замкнутой полости

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (госконтракт № 8345).

Мартюшев С.Г., Шеремет М.А.

с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии горизонтального температурного напора проведено в работах [3, 4]. Показано, что увеличение степени черноты внутренних поверхностей твердых стенок и числа Старка приводит к уменьшению среднего числа Нуссельта. В результате численного и экспериментального исследования сопряженной естественной конвекции и поверхностного излучения в вертикальном канале с тепловыделяющим элементом конечных размеров [5] установлено, что интенсивность совместного эффекта излучения и конвекции возрастает при повышении приведенной степени черноты стенок. Показано также, что увеличение степени черноты поверхности тепловыделяющего элемента ослабляет режимы естественной конвекции, а рост приведенной степени черноты є адиабатических стенок канала интенсифицирует режимы конвективного теплопереноса. Экспериментальные исследования сопряженных режимов термогравитационной конвекции и теплового излучения в замкнутом объеме с локальными источниками тепловыделения [6] показали, что поверхностное излучение имеет определяющее значение в процессе охлаждения тепловыделяющих элементов (чипов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники). Установлен рост интенсивности теплопереноса на 12 % при перекрашивании поверхности чипов в черный цвет. В результате численного анализа режимов турбулентной естественной конвекции и поверхностного излучения в замкнутой полости с бесконечно тонкими стенками (рассматривалось одномерное уравнение теплопроводности вдоль стенок) установлено [7, 8], что поверхностное излучение ослабляет естественную конвекцию в полости (доля конвективного механизма в процессе переноса энергии снижается на 18-27 %). Математическое моделирование турбулентной естественной конвекции с учетом поверхностного излучения в замкнутой полости с вертикальной теплопроводной стенкой конечной толщины [9, 10] позволило установить корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта в зависимости от температурного напора.

Целью настоящей работы является численный анализ влияния поверхностного излучения на ламинарные режимы естественной конвекции в замкнутой квадратной полости с теплопроводными стенками при наличии локального источника энергии конечных размеров. Проведенные исследования позволили установить аппроксимационные соотношения для среднего конвективного и радиационного чисел Нуссельта в зависимости от приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих стенок и положения источника энергии относительно вертикальных стенок.

Математическая модель

Рассматривается тепловая гравитационная конвекция ньютоновской прозрачной для теплового излучения среды в замкнутой квадратной полости с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии постоянной температуры, расположенного в зоне основания объекта исследования (рис. 1). Внешняя граница нижней стенки полости является теплоизолированной. На остальных внешних границах моделируется конвективный теплообмен с окружающей средой. Внутренние поверхности твердых стенок считаются диффузно-серыми. Предполагается, что отраженное излучение является диффузным и равномерно распределенным по каждой поверхности замкнутой области решения. При проведении вычислительных экспериментов считалось, что теплофизические свойства материала стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным.

Процесс переноса массы, импульса и энергии описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции Обербека–Буссинеска в безразмерных переменных "функция тока–завихренность скорости–температура" в воздушной полости [11, 12] в условиях поверхностного излучения [13, 14] и уравнением теплопроводности для элементов твердого материала [11, 14].

Рис. 1. Область решения задачи.
<i>1</i> — стенки, <i>2</i> — воздух, <i>3</i> — источник тепловыделения.

В качестве масштабов расстояния, скорости, времени, температуры, функции тока и завихренности были выбраны L, $\sqrt{g\beta\Delta TL}$,

 $\sqrt{L/(g\beta\Delta T)},$ $\Delta T = T_{\rm hs} - T^{\rm e},$ $\sqrt{g\beta\Delta TL^3},$ $\sqrt{g\beta\Delta T/L}.$ Безразмерные переменные имели вид:

$$\begin{split} X &= x/L, \ Y = y/L, \ U = V_x / \sqrt{g \beta \Delta T L} , \\ \tau &= t \sqrt{g \beta \Delta T / L}, \ \Theta = \left(T - T^e \right) / \Delta T , \\ \Psi &= \psi / \sqrt{g \beta \Delta T L^3} , \ \Omega = \omega \sqrt{L/(g \beta \Delta T)} , \\ V &= V_y / \sqrt{g \beta \Delta T L} , \end{split}$$



где L — размер воздушной полости (рис. 1), g — ускорение свободного падения, β — термический коэффициент объемного расширения, T — температура, T_0 — начальная температура области решения, T^e — температура окружающей среды, $T_{\rm hs}$ — температура источника энергии, x, y — координаты декартовой системы координат, X, Y — безразмерные координаты, соответствующие координатам $x, y; V_x$ и V_y — составляющие вектора скорости в проекции на оси x и y соответственно, U, V — безразмерные скорости, соответствующие скоростям $V_x, V_y; t$ — время, τ — безразмерное время, Θ — безразмерныя температура, ψ — функция тока, ω — завихренность скорости.

Безразмерные уравнения Обербека–Буссинеска примут вид: – в воздушной полости (2 на рис. 1):

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} + \frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Omega}{\partial X} - \frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Omega}{\partial Y} = \sqrt{\frac{\Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2}\right) + \frac{\partial\Theta}{\partial X},$$
(1)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega,$$
(2)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\Pr \cdot \operatorname{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right);$$
(3)

- в твердых стенках (1 на рис. 1):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{\operatorname{Ra} \cdot \operatorname{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right).$$
(4)

Здесь Ra = $g\beta\Delta TL^3/va_2$ — число Рэлея, v — кинематический коэффициент вязкости воздуха, Pr = v/a_2 — число Прандтля, $a_{1,2} = a_1/a_2$ — относительный коэффициент температуропроводности, a_1 — коэффициент температуропроводности материала твердых стенок, a_2 — коэффициент температуропроводности воздуха.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(4) имели следующий вид.

Начальное условие:

$$\Psi(X,Y,0) = \Omega(X,Y,0) = 0, \ \Theta(X,Y,0) = 0,5$$

(за исключением источника энергии, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$).

Граничные условия:

• на границе Y = 0 моделировалось условие теплоизоляции $\partial \Theta / \partial Y = 0$;

• на границах X = 0, X = 1 + 2h/L и Y = 1 + 2h/L были реализованы условия конвективного теплообмена с окружающей средой $\partial \Theta / \partial \overline{n} = Bi\Theta$;

• на внутренних границах твердого материала и воздуха, параллельных оси ОХ,

$$\Psi = 0, \ \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \ \Theta_1 = \Theta_2, \ \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y} - N_{rc} Q_{rad};$$

• на внутренних границах твердого материала и воздуха, параллельных оси ОУ,

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial X} - N_{\rm rc} Q_{\rm rad}.$$

Здесь Ві = $\alpha L/\lambda_1$ — число Био материала твердой стенки, α — коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения, $\lambda_{1,2} = \lambda_1/\lambda_2$ — относительный коэффициент теплопроводности, λ_1 — коэффициент теплопроводности материала твердой стенки, λ_2 — коэффициент теплопроводности воздуха, N_{rc} = $\sigma T_{hs}^4 L/(\lambda_2 \Delta T)$ — радиационно-кондуктивный параметр, σ — постоянная Стефана–Больцмана, Q_{rad} — безразмерная плотность радиационного потока.

Для определения безразмерной плотности радиационного потока Q_{rad} применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения [13, 14], который основан на реализации следующих двух разностных уравнений с использованием метода последовательной верхней релаксации:

$$Q_{\text{rad},k} = R_k - \sum_{i=1}^{N} F_{k-i} R_i,$$
 (5)

$$R_{k} = \left(1 - \varepsilon_{k}\right) \sum_{i=1}^{N} F_{k-i} R_{i} + \varepsilon_{k} \left(1 - \xi\right)^{4} \left(\Theta_{k} + 0.5 \frac{1 + \xi}{1 - \xi}\right)^{4}, \tag{6}$$

где $Q_{\text{rad},k}$ — безразмерная плотность радиационного потока, подводимого к k-й поверхности, ности, R_k — безразмерная плотность эффективного излучения k-й поверхности, F_{k-i} угловой коэффициент между поверхностями k и i, ε_k — приведенная степень черноты k-й поверхности, $\xi = T^e/T_{\text{hs}}$ — температурный параметр, Θ_k — температура k-й поверхности, N — количество поверхностей.

Для вычисления угловых коэффициентов применялся метод Хоттеля [13, 14].

Краевая задача (1)–(6) с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей [11, 14] на равномерной сетке с использованием неявной двухслойной схемы. Разработанный метод решения был протестирован на ряде модельных задач как сопряженной естественной конвекции [11], так и конвективнорадиационного теплопереноса [14].

Результаты численного моделирования

Численные исследования проведены при следующих значениях определяющих параметров: Ra = 10⁶, $N_{\rm rc}$ = 24,54, ξ = 0,82, Pr = 0,7, Bi = 2,0, h/L = 0,1, $a_{1,2}$ = 0,6, $\lambda_{1,2}$ = 7, 0,0 $\leq \varepsilon \leq 0,9$, 0 $\leq \tau \leq 100$, 0,1 $\leq l/L \leq 0,4$, 0,2 $\leq l_{\rm hs}/L \leq 0,6$. Проанализировано влияние представленных комплексов, характеризующих процесс, а также проведено сопоставление с результатами решения аналогичной задачи, но в пренебрежении тепловым излучением [15].

Влияние приведенной степени черноты

На рис. 2 представлены линии тока и поля температуры при l/L = 0,4, $l_{\rm hs}/L = 0,2$, $\tau = 100$, соответствующие различным значениям приведенной степени черноты.

Изменение приведенной степени черноты внутренних границ ограждающих стенок отражается на незначительном снижении интенсивности конвективных течений внутри полости (максимальные значения функции тока уменьшаются $|\Psi|_{max}^{\varepsilon=0} = 0,053 > |\Psi|_{max}^{\varepsilon=0,3} =$

= $0,0525 > |\Psi|_{max}^{\varepsilon=0,9} = 0,052$), при этом структура течения не изменяется. Существенные модификации с ростом є наблюдаются в распределении изотерм. Увеличение степени черноты проявляется в менее интенсивном охлаждении анализируемой области. Причем это касается не только воздушной полости, но и твердых стенок. Последнее обусловлено физическими особенностями радиационного теплопереноса в диатермичных средах — сначала нагреваются твердые стенки, которые начинают прогревать ближайшие слои среды, увеличивая тем самым среднюю температуру полости. На рис. 3, *а* представлены профили температуры в сечении Y = 0,6, отражающие рост Θ в стенках области и по обе стороны от температурного факела. Незначительные температурные изменения в средней части факела связаны с менее интенсивным охлаждением верхней зоны воздушной полости вследствие влияния источника энергии и верхней теплопроводной стенки. Рост





температуры на внутренних границах раздела сред приводит к уменьшению температурного напора и, соответственно, отражается на снижении вертикальной компоненты скорости движения воздуха (рис. 3, *b*).

Следует отметить, что при рассмотрении сопряженных задач конвективного теплопереноса с учетом поверхностного излучения влияние приведенной степени черноты наблюдается со стороны всех ограждающих стенок, в то время как в случае аналогичных несопряженных задач излучение оказывает влияние только со стороны адиабатических стенок, а изотермические стенки в этом процессе не участвуют. Поэтому наиболее значительные модификации структуры течения и распределения температуры в несопряженных постановках наблюдаются в областях, имеющих адиабатические стенки больших размеров по сравнению с изотермическими поверхностями [16].

Проведен анализ влияния приведенной степени черноты на распределения локальных конвективного (рис. 4; $\operatorname{Nu}_{\text{left}} = \frac{\partial \Theta}{\partial X}\Big|_{X=0,1}$, $\operatorname{Nu}_{\text{right}} = \frac{\partial \Theta}{\partial X}\Big|_{X=1,1}$, $\operatorname{Nu}_{\text{top}} = \frac{\partial \Theta}{\partial Y}\Big|_{Y=1,1}$) и радиационного



Рис. 4. Профили локальных конвективных чисел Нуссельта на внутренних границах вертикальных стенок (*a*) и верхней горизонтальной стенки (*b*). $l/L = 0,4, l_{\rm hs}/L = 0,2, \tau = 100: \varepsilon = 0 (1, 4), 0,3 (2, 5), 0,9 (3, 6).$



Рис. 5. Профили локальных радиационных чисел Нуссельта на внутренних границах вертикальных стенок (*a*) и верхней горизонтальной стенки (*b*). $l/L = 0.4, l_{hc}/L = 0.2, \tau = 100: \varepsilon = 0.3 (1), 0.6 (2), 0.9 (3).$

(рис. 5; $\operatorname{Nu}_{\text{left}} = \operatorname{N}_{\text{rc}} Q_{\text{rad}} \Big|_{X=0,1}$, $\operatorname{Nu}_{\text{right}} = \operatorname{N}_{\text{rc}} Q_{\text{rad}} \Big|_{X=1,1}$, $\operatorname{Nu}_{\text{top}} = \operatorname{N}_{\text{rc}} Q_{\text{rad}} \Big|_{Y=1,1}$) чисел Нуссельта на вертикальных и верхней горизонтальной границах раздела сред.

Увеличение абсолютного значения локального конвективного числа Нуссельта в верхних частях вертикальных границ обусловлено формированием существенного температурного напора вследствие влияния источника энергии и продвижения фронта пониженной температуры со стороны внешних границ в твердых стенках, а уменьшение связано с охлаждением нисходящих воздушных потоков в нижней части полости. Положительные значения Nu_{left} и отрицательные Nu_{right} и Nu_{top} характеризуют охлаждение воздушной полости со стороны твердых стенок.

Увеличение приведенной степени черноты приводит к уменьшению абсолютных значений локальных конвективных чисел Нуссельта вследствие роста температуры внутренних поверхностей твердых стенок.

Значения локальных радиационных чисел Нуссельта на вертикальных границах совпадают и представлены на рис. 5, *а*. Отрицательные значения Nu характеризуют превышение падающего излучения над собственным. Увеличение є приводит к росту абсолютных величин локальных радиационных чисел Нуссельта и более четкому выделению зоны максимальных и минимальных значений как на вертикальных, так и на горизонтальной стенках. Повышение абсолютных значений Nu в нижней части полости обусловлено близостью локального источника энергии и, соответственно, большей разностью между падающим и собственным излучением. Наличие локального максимума в профилях Nu_{top} при 0, 4 < X < 0, 6 характеризует конвективное влияние температурного факела, расположенного в средней части полости над источником энергии. В этой зоне наблюдается значительное повышение локального конвективного числа Нуссельта (рис. 4, *b*).

Влияние размера источника энергии

На рис. 6 представлены профили температуры в сечении X = 0,6 при изменении приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих стенок, а также длины источника энергии вдоль координаты X.



Рис. 6. Профили температуры в сечении X = 0,6. $\tau = 100, \varepsilon = 0: l_{hs}/L = 0,2 (1), 0,4 (3), 0,6 (5),$ $\varepsilon = 0,9: l_{hs}/L = 0,2 (2), 0,4 (4), 0,6 (6).$

В случае пренебрежения поверхностным излучением ($\varepsilon = 0$) увеличение длины источника $l_{\rm hs}/L$ от 0,2 до 0,4 приводит к росту температуры в центральной части термического факела. Необходимо отметить, что изменение $l_{\rm hs}/L$ в диапазоне от 0,4 до 0,6 фактически не отражается на повышении Θ в среднем сечении полости над тепловыделяющим элементом, но при Y < 0,1 наблюдается интенсивный прогрев. При учете поверхностного излучения ($\varepsilon = 0,9$) увеличение $l_{\rm hs}/L$ проявляется в

значительном повышении температуры в центральной части термического факела. Причем наибольший рост Θ происходит при $0,4 < l_{\rm hs}/L < 0,6$, что также отражается на распределении температуры в верхней стенке. Наблюдаемые изменения профиля Θ при $\varepsilon = 0,9$ обусловлены физическими особенностями радиационного механизма в прозрачной среде, описанными выше.

На рис. 7 представлены временные зависимости средних конвективного

$$\operatorname{Nu}_{\operatorname{top}}^{\operatorname{con}} = \int_{0,1}^{1,1} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=1,1} dX$$
 (рис. 7, *a*), радиационного $\operatorname{Nu}_{\operatorname{top}}^{\operatorname{rad}} = \operatorname{N}_{\operatorname{rc}} \int_{0,1}^{1,1} \mathcal{Q}_{\operatorname{rad}} \Big|_{Y=1,1} dX$ (рис. 7, *b*)

и полного $Nu_{top}^{total} = Nu_{top}^{con} + Nu_{top}^{rad}$ (рис. 7, *c*) чисел Нуссельта на верхней границе раздела сред (*Y* = 1,1) при изменении как приведенной степени черноты, так и длины источника энергии. Данная граница выбрана с целью наиболее адекватного отражения влияния размера источника на интенсивность теплопереноса вследствие сохранения расстояния от тепловыделяющего элемента до границы и его относительного положения.

Уменьшение локального конвективного числа Нуссельта с ростом ε (рис. 4, b) отражается на снижении Nu^{con} при фиксированной длине источника энергии. Увеличение размеров источника приводит к формированию зоны осцилляционной зависимости Nu^{con} (τ), время существования которой увеличивается с ростом $l_{\rm hs}/L$ и ε . Среднее радиационное число Нуссельта устанавливается намного быстрее по сравнению с интегральным конвективным числом Нуссельта. Увеличение размеров источника и приведенной степени черноты поверхностей отражается на повышении Nu^{rad}_{top}. Характер зависимости полного интегрального коэффициента теплообмена Nu^{total} от безразмерного времени, величин $l_{\rm hs}/L$ и ε (рис. 7, c) соответствует изменению Nu^{con}_{top} (рис. 7, a), но при этом четко выделяется влияние приведенной степени черноты, аналогичное Nu^{rad}_{top} (рис. 7, b).

Влияние положения источника энергии

Изменение положения тепловыделяющего элемента вдоль горизонтальной координаты при $l_{\rm hs}/L = 0,2$ отражается не только на структуре течения и профилях температуры, но и на интегральных характеристиках процесса.

На рис. 8 представлены изолинии функции тока и температуры при $\varepsilon = 0.9$ и $\tau = 100$ в результате смещения источника из центрального положения к левой стенке.





$$\begin{split} a & - \varepsilon = 0; \ l_{\rm hs}/L = 0,2 \ (I), \ 0,4 \ (3), \ 0,6 \ (5), \ \varepsilon = 0,9; \ l_{\rm hs}/L = 0,2 \ (2), \ 0,4 \ (4), \ 0,6 \ (6); \\ b & - \varepsilon = 0,9; \ l_{\rm hs}/L = 0,2 \ (I), \ 0,4 \ (2), \ 0,6 \ (3), \ \varepsilon = 0,3; \ l_{\rm hs}/L = 0,2 \ (4), \ 0,4 \ (5), \ 0,6 \ (6); \\ c & - \varepsilon = 0,3; \ l_{\rm hs}/L = 0,2 \ (I), \ 0,4 \ (3), \ 0,6 \ (5); \ \varepsilon = 0,9; \ l_{\rm hs}/L = 0,2 \ (2), \ 0,4 \ (4), \ 0,6 \ (6). \end{split}$$

Независимо от значений l/L в воздушной полости формируются две конвективные ячейки, граница раздела которых характеризует зону развития термического факела. Смещение источника энергии из среднего положения приводит к изменению интенсивности конвективных течений в полости, например, анализируя интенсивность правой конвективной ячейки, было установлено: $|\Psi|_{max}^{l/L=0,4} = 0,052$, $|\Psi|_{max}^{l/L=0,3} = 0,049 < |\Psi|_{max}^{l/L=0,2} = 0,05 < |\Psi|_{max}^{l/L=0,1} = 0,051$. Такое изменение величины $|\Psi|_{max}$ обусловлено как распространением гидродинамических возмущений от ограждающих твердых стенок, так и особенностями эффекта поверхностного излучения при приближении источника энергии к левой стенке. Последнее вызывает существенную модификацию теплового факела, выбивающуюся из общей тенденции влияния значения l/L на распределение температуры (рис. 9, *a*) и вертикальной компоненты скорости (рис. 9, *b*). Исключив из рассмотрения вариант l/L = 0,1, видим, что увеличение расстояния от левой стенки до границы источника энергии с незначительным ростом Θ и V (рис. 9).



Эффект близости излучающей поверхности продемонстрирован в зависимости интегральных конвективного (рис. 10, *a*), радиационного (рис. 10, *b*) и полного (рис. 10, *c*) чисел Нуссельта от времени. При l/L = 0,1 осцилляционный характер зависимости для Nu^{con}_{top}(τ) сохраняется на всем временном интервале $\tau < 100$ независимо от значения приведенной степени черноты внутренних поверхностей твердых стенок. В случае Nu^{rad}_{top}(τ) осцилляции малой амплитуды формируются только при $\varepsilon = 0,9$. При удалении источника от стенки (рис. 10, *a*) наблюдается увеличение среднего конвективного





Рис. 10. Зависимость средних конвективного (*a*), радиационного (*b*) и полного (*c*) чисел Нуссельта от τ , l/L и ε при $l_{\rm hs}/L = 0,2$.

$$a - \varepsilon = 0: l/L = 0,1 (1), 0,2 (3), 0,3 (5), \varepsilon = 0,9: l/L = 0,1 (2), 0,2 (4), 0,3 (6);$$

$$b - \varepsilon = 0,9: l/L = 0,1 (1), 0,2 (2), 0,3 (3), \varepsilon = 0,3: l/L = 0,1 (4), 0,2 (5), 0,3 (6);$$

$$c - \varepsilon = 0,3: l/L = 0,1 (1), 0,2 (3), 0,3 (5), \varepsilon = 0,9: l/L = 0,1 (2), 0,2 (4), 0,3 (6).$$

числа Нуссельта, а среднее радиационное число Нуссельта ведет себя немонотонно — уменьшается при $\varepsilon = 0,3$ и увеличивается при $\varepsilon = 0,9$. Зависимость Nu^{total}_{top} (τ) (рис. 10, *c*) обобщает представленные изменения для конвективного и радиационного чисел Нуссельта.

В результате проведенных исследований были получены аппроксимационные соотношения для средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта на верхней горизонтальной границе раздела сред при $\text{Ra} = 10^6$, Pr = 0.7, $l_{\text{hs}}/L = 0.2$, $0.3 \le \varepsilon \le 0.9$, $0.2 \le l/L \le 0.4$:

$$\begin{aligned} \mathrm{Nu}_{\mathrm{top}}^{\mathrm{con}} &= 6,808 \cdot \varepsilon^{-0,06} \left(l/L \right)^{0,123}, \\ \mathrm{Nu}_{\mathrm{top}}^{\mathrm{rad}} &= 4,668 \cdot \varepsilon^{1,056} \left(l/L \right)^{0,031}. \end{aligned}$$

Заключение

Численно решена нестационарная задача термогравитационной конвекции и поверхностного излучения в замкнутой воздушной полости с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии постоянной температуры,

расположенного в нижней части полости, в условиях конвективного теплообмена с внешней средой на вертикальных и верхней горизонтальной стенках. Представлены распределения изолиний функции тока и температуры, отражающие влияние определяющих комплексов: $0 \le \varepsilon \le 0.9$, $0.1 \le l/L \le 0.5$, $0.2 \le l_{\rm hs}/L \le 0.6$, $0 \le \tau \le 100$ при Ra = 10^6 , $N_{\rm rc} = 24,54$, $\xi = 0.82$, Pr = 0.7, Bi = 2, h/L = 0.1, $a_{1,2} = 0.6$, $\lambda_{1,2} = 7$. Установлено, что увеличение приведенной степени черноты внутренних поверхностей ограждающих твердых стенок приводит к снижению интегрального конвективного числа Нуссельта и увеличению интегрального радиационного числа Нуссельта. Показано, что повышение длины источника энергии проявляется в формировании зоны осцилляционной зависимости Nu^{con}_{top} (τ), время существования которой увеличивается с ростом $l_{\rm hs}/L$ и ε . Установлен эффект близости ограничивающих поверхностей при рассмотрении нестационарных задач естественной конвекции и поверхностей средних конвективного и радиационного (при высоких ε) чисел Нуссельта.

Список литературы

- Wang H., Xin S., Le Quere P. Numerical study of natural convection-surface radiation coupling in air-filled square cavities // C.R. Mecanique. 2006. Vol. 334. P. 48–57.
- Bouali H., Mezrhab A., Amaoui H., Bouzidi M. Radiation-natural convection heat transfer in an inclined rectangular enclosure // Int. J. Thermal Sci. 2006. Vol. 45. P. 553–566.
- Kim D.M., Viskanta R. Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a rectangular cavity // Numerical Heat Transfer. 1984. Vol. 7. P. 449–470.
- 4. Kim D.M., Viskanta R. Heat transfer by conduction, natural convection and radiation across a rectangular cellular structure // Int. J. Heat Fluid Flow. 1984. Vol. 5. P. 205–213.
- Rajkumar M.R., Venugopal G., Anil Lal S. Natural convection with surface radiation from a planar heat generating element mounted freely in a vertical channel // Heat Mass Transfer. 2011. Vol. 47. P. 789–805.
- Hotta T.K., Muvvala P., Venkateshan S.P. Effect of surface radiation heat transfer on the optimal distribution of discrete heat sources under natural convection // Heat Mass Transfer. 2012. Vol. 48. P. 514–521.
- Sharma A.K., Velusamy K., Balaji C. Interaction of turbulent natural convection and surface thermal radiation in inclined square enclosures // Heat Mass Transfer. 2008. Vol. 44. P. 1153–1170.
- Sharma A.K., Velusamy K., Balaji C., Venkateshan S.P. Conjugate turbulent natural convection with surface radiation in air filled rectangular enclosures // Heat Mass Transfer. 2007. Vol. 50. P. 625–639.
- Xaman J., Arce J., Alvarez G., Chavez Y. Laminar and turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with a glass wall // Int. J. Thermal Sci. 2008. Vol. 47. P. 1630–1638.
- Xaman J., Alvarez G., Hinojosa J., Flores J. Conjugate turbulent heat transfer in a square cavity with a solar control coating deposited to a vertical semitransparent wall // Int. J. Heat Fluid Flow. 2009. Vol. 30. P. 237–248.
- 11. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 176 с.
- Terekhov V.I., Chichindaev A.V., Ekaid A.L. Buoyancy heat transfer in staggered dividing square enclosure // Int. J. Thermal Sci. 2011. Vol. 15, No. 2. P. 409–422.
- 13. Siegel R., Howell J.R. Thermal radiation heat transfer. London: Taylor & Francis, 2002. 868 p.
- 14. Мартюшев С.Г., Шеремет М.А. Численный анализ сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой полости, заполненной диатермичной средой // Вестник Удмуртского ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2012. Вып. 3. С. 114–125.
- 15. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. К вопросу об эффективном регулировании теплопереноса и гидродинамики в замкнутых областях за счет оптимального выбора материалов ограждающих стенок и внешней тепловой нагрузки // Микроэлектроника. 2011. Т. 40, № 5. С. 351–358.
- Vivek V., Sharma A.K., Balaji C. Interaction effects between laminar natural convection and surface radiation in tilted square and shallow enclosures // Int. J. Thermal Sci. 2012. Vol. 60. P. 70–84.

Статья поступила в редакцию 1 ноября 2012 г., после доработки — 28 января 2013 г.