

УДК 539

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ДЕФЕКТОВ

Н. В. Чертова, Ю. В. Гриняев

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634021 Томск
E-mail: chertova@ispms.tsc.ru

В рамках полевой теории дефектов получено соотношение, описывающее эволюцию пластической деформации под действием приложенных напряжений, которое использовано для анализа закономерностей деформирования при циклическом знакопеременном нагружении. Исследовано влияние амплитуды приложенных напряжений, частоты нагружения и коэффициента асимметрии цикла на процесс деформирования при одноосном нагружении. Рассмотрены особенности эволюции пластической деформации в случае устойчивого процесса деформирования и определено время до разрушения системы в случае неустойчивого процесса.

Ключевые слова: полевая теория дефектов, пластическая деформация, циклическое нагружение.

Введение. Поведение деформируемого твердого тела в упругой области однозначно определяется обратимой упругой деформацией. За пределом упругости экспериментально измеряемой величиной является полная деформация, которая в механике сплошных сред в общем случае представляется в виде суммы упругой, вязкой и пластической деформаций. Два последних слагаемых описывают необратимую деформацию, которая может быть рассмотрена в рамках континуальной теории дефектов [1, 2], учитывающей несовершенство кристаллической решетки. Основные уравнения этой теории представляют собой кинематические тождества упругого континуума с дефектами.

В данной работе используются уравнения полевой теории дефектов [3, 4], которая наряду с геометрическими соотношениями упругой среды с дефектами содержит уравнения, описывающие динамику ансамбля дефектов. Эти уравнения, записанные впервые на основе калибровочного подхода [4] и модифицированные в работах [5, 6], могут быть применены для анализа эволюции дефектной структуры материала и прогнозирования его поведения при различных видах нагружения. На основе уравнений полевой теории дефектов рассмотрены закономерности ползучести при постоянном и монотонно изменяющемся напряжении [7–9], исследовано влияние скорости деформирования на характер диаграмм нагружения материалов [10]. В данной работе рассмотрены особенности знакопеременного циклического нагружения, которое нередко встречается при эксплуатации различных конструкций, машин, механизмов на транспорте, в ракетной, авиационной технике и т. д.

Расчетная модель. Согласно [3, 4] система уравнений полевой теории дефектов может быть записана в виде

$$B \partial_k I_{ki} = -P_i^{eff}, \quad \partial_k \alpha_{ki} = 0, \quad (1)$$

$$e_{ikl} \partial_k I_{lj} = \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial t}, \quad C e_{ikl} \partial_k \alpha_{lj} = -B \frac{\partial I_{ij}}{\partial t} - \sigma_{ij}^{eff},$$

где α — тензор плотности дислокаций; I — тензор плотности потока дислокаций; P^{eff} , σ^{eff} — эффективные импульс и напряжения; B , C — константы; e_{ikl} — тензор Леви-Чивиты. Характеристики поля трансляционных дефектов, тензор плотности α и тензор плотности потока I определяются следующим образом:

$$\alpha = -\frac{db}{dS} = -\frac{d[u]}{dS}, \quad I = -\frac{db}{dc} = -\frac{d[u]}{dc}.$$

Здесь dS — единичная ориентированная площадку; c — замкнутый контур, ограничивающий площадку dS ; $[u]$ — скачок смещений, равный суммарному вектору Бюргера b дислокаций, пересекающих площадку dS . В терминах механики деформируемого тела [1] параметры поля дефектов могут быть записаны в виде

$$\alpha_{ij} = -e_{ikl} \partial_k \beta_{lj}, \quad I_{ij} = -\frac{\partial \beta_{ij}}{\partial t}, \quad (2)$$

где β — тензор пластической дисторсии. Таким образом, произвольное распределение пластической дисторсии задает некоторую плотность дислокаций, а ее изменение во времени — поток дефектов.

В рамках данной модели эффективные напряжения и импульс определяются следующим образом:

$$P_i^{eff} = P_i^{ext} + P_i^{int}, \quad \sigma_i^{eff} = \sigma_i^{ext} + \sigma_i^{int}. \quad (3)$$

Здесь P^{ext} , σ^{ext} — внешние импульс и напряжения, обусловленные приложенной нагрузкой; P^{int} , σ^{int} — внутренние импульс и напряжения, определяемые дефектами материала. Как показано в работе [5], P^{int} , σ^{int} могут быть выражены через характеристики поля дефектов:

$$\sigma_{ij}^{int} = C(\alpha_{ki}\alpha_{kj} - (1/2)\delta_{ij}\alpha_{kl}^2) - B(I_{ki}I_{kj} - (1/2)\delta_{ij}I_{kl}^2), \quad P_i^{int} = B e_{ikl}\alpha_{kj}I_{lj} \quad (4)$$

(δ_{ij} — символ Кронекера). С учетом результатов работы [6], в которой рассмотрено диссипативное обобщение модели, система уравнений (1)–(4) принимает вид

$$C e_{ikl} \partial_k \alpha_{lj} = -B \frac{\partial I_{ij}}{\partial t} - C \left(\alpha_{ki}\alpha_{kj} - \frac{\delta_{ij}}{2} \alpha_{kl}^2 \right) - B \left(I_{ki}I_{kj} - \frac{\delta_{ij}}{2} I_{kl}^2 \right) - \eta I_{ij} - \sigma_{ij}^{ext}, \quad (5)$$

$$B \partial_k I_{ki} = -B e_{ikl}\alpha_{kj}I_{lj} - P_i^{ext}, \quad \partial_k \alpha_{ki} = 0, \quad e_{ikl} \partial_k I_{lj} = \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial t}.$$

Здесь η — коэффициент вязкости.

В локальном приближении, которое обычно используется в инженерных теориях, из уравнений (5) может быть получено соотношение

$$B \frac{\partial I_{ij}}{\partial t} + B \left(I_{ki}I_{kj} - \frac{\delta_{ij}}{2} I_{kl}^2 \right) + \eta I_{ij} + \sigma_{ij}^{ext} = 0, \quad (6)$$

связывающее приложенные напряжения и тензор плотности потока дефектов. Это уравнение описывает эволюцию пластической деформации (2) под действием внешних, вязких и внутренних напряжений. В случае одноосного деформирования уравнение (6) в безразмерных переменных $V = -(B/\eta)I_{11}$, $T = (\eta/B)t$, $S = (B/\eta^2)\sigma_{11}$ принимает вид

$$\frac{dV}{dT} = \frac{V^2}{2} - V + S. \quad (7)$$

Здесь $S = S_a \sin(\omega T) + S_0$ (в случае циклического нагружения); V — скорость продольной пластической деформации; S_a — амплитуда переменного напряжения; ω — частота внешнего воздействия; S_0 — среднее или статическое напряжение, определяемое произ-

ведением амплитуды напряжений S_a и коэффициента симметрии цикла a . Уравнение (7) может быть записано для пластических деформаций:

$$\frac{d^2E}{dT^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{dE}{dT} \right)^2 - \frac{dE}{dT} + S_a(\sin(\omega T) + a). \quad (8)$$

Результаты и обсуждение. Прежде чем перейти к изложению и обсуждению полученных результатов, приведем некоторые известные сведения о циклическом деформировании материалов. В большом количестве работ, посвященных исследованию знакопеременного циклического деформирования, показана необходимость учета изменения упругопластических свойств материала в зависимости от числа циклов нагружения как в локальных областях, так и в образце в целом [11, 12]. По характеру изменения свойств в условиях мягкого и жесткого режимов нагружения материалы разделяются на три основных типа: циклически стабильные, циклически упрочняющиеся и разупрочняющиеся [13]. Циклически стабильными называются материалы, сопротивление которых многократному деформированию не зависит от числа циклов нагружения. Это означает, что от числа циклов деформирования не зависят основные характеристики процесса: модуль упругости, пределы пропорциональности и текучести, секущий и касательный модули. Для циклически упрочняющихся материалов с увеличением числа нагружений сопротивление деформированию возрастает, а для циклически разупрочняющихся — уменьшается. Для того чтобы определить закономерности изменения напряжений и деформаций при циклическом нагружении, необходимо знать зависимость между напряжениями и деформациями (уравнение состояния материала) после каждого цикла нагружения. Для этого нужно исследовать кинетику изменения и накопления пластической деформации за цикл и от цикла к циклу в зависимости от его формы и параметров нагружения. Такой анализ можно провести в рамках предложенной модели.

Получены и проанализированы численные решения уравнений (7), (8) при различных значениях параметров внешнего воздействия. Амплитуда переменного напряжения S_a изменялась в диапазоне от 10^{-3} до 10^3 , частота ω варьировалась в интервале от 0 до 10^3 , коэффициент a , определяющий значение статического напряжения, принимал значения $a = 0; 0,5; 1,0; 2,0$, которые соответствуют симметричному ($a = 0$) и асимметричному ($a = 0,5$) циклам растяжения-сжатия, пульсирующему ($a = 1$) и асимметричному ($a = 2$) циклам растяжения. В работе [14] среди многих факторов, влияющих на сопротивление усталости, помимо концентраторов напряжений и размеров деформируемой системы отмечается соотношение величин статических и циклических нагрузок. Как известно, эффекты масштаба, обусловленные влиянием размеров системы, проявляются при изгибе и кручении гладких образцов и практически отсутствуют при растяжении [12]. При наличии концентратора напряжений влияние размеров системы проявляется при всех видах нагружения. В рамках данной модели невозможно исследовать влияние размеров системы и концентраторов напряжений, но можно проанализировать роль коэффициента асимметрии цикла.

Рассмотрим симметричный цикл нагружения ($a = 0$), для которого максимальное растягивающее напряжение равно сжимающему. Результаты, полученные при решении уравнений (7), (8), позволили установить, что существует критическое значение амплитуды напряжения S^* (в данном случае $S^* \approx 0,5$), которое разделяет области устойчивых и неустойчивых процессов деформирования. На рис. 1 приведены типичные зависимости скорости пластической деформации от времени в случаях устойчивого и неустойчивого процессов деформирования. При $S_a \leq 0,5$ материал деформируется циклически устойчиво при любой частоте внешнего воздействия. При $S_a > 0,5$ для каждой амплитуды напряжений можно определить частоту ω_* , начиная с которой материал деформируется циклически устойчиво. С увеличением амплитуды напряжений S_a частота ω_* возрастает.

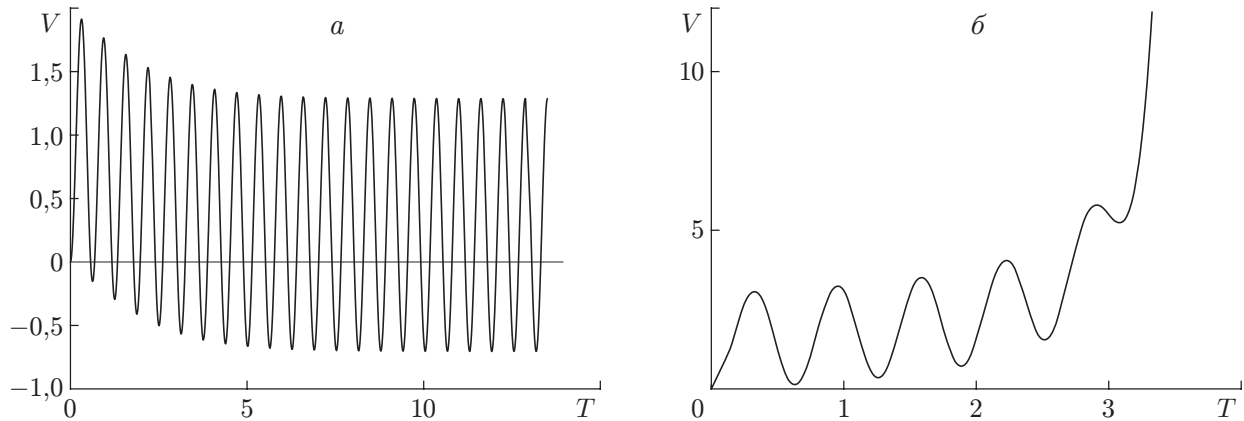


Рис. 1. Эволюция скорости пластической деформации:
a — устойчивое решение ($S_a = 10, \omega = 10$); *б* — неустойчивое решение ($S_a = 15, \omega = 10$)

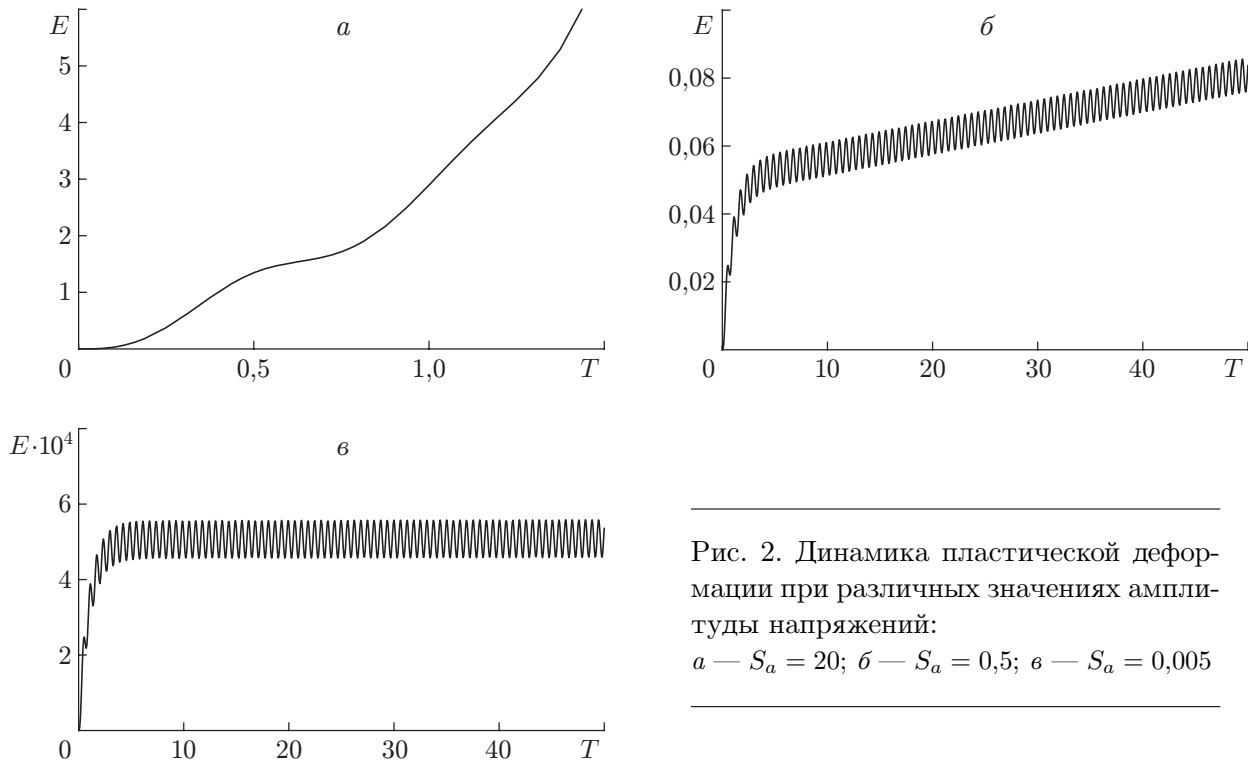


Рис. 2. Динамика пластической деформации при различных значениях амплитуды напряжений:
a — $S_a = 20$; *б* — $S_a = 0,5$; *в* — $S_a = 0,005$

На рис. 2 показана эволюция пластической деформации при частоте $\omega = 10$ и различных значениях амплитуды приложенного напряжения. Видно, что зависимости $E(T)$, полученные при $S_a = 20; 0,5$ (рис. 2, *a, б*), соответствуют поведению циклически нестабильного материала, а зависимость $E(T)$, полученная при $S_a = 0,005$ (рис. 2, *в*), — поведению циклически стабильного материала. Процессы деформирования, показанные на рис. 2, *a, б*, характеризуются тем, что с каждым циклом нагружения в материале увеличивается или накапливается пластическая деформация. По мнению автора работы [12], с накоплением пластической деформации в локальных областях могут быть связаны как процессы упрочнения, так и процессы разупрочнения. На рис. 2, *в* начиная с некоторого цикла нагружения пластическая деформация остается неизменной, что свидетельствует о постоянстве харак-

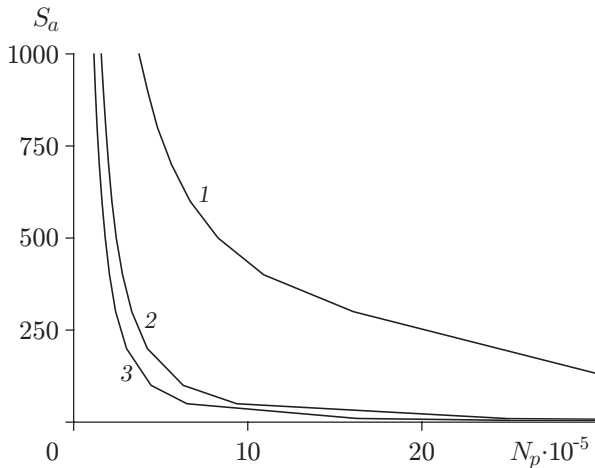


Рис. 3

Рис. 3. Диаграммы Велера, полученные при различных значениях коэффициента асимметрии цикла ($\omega = 100$):

1 — $a = 0$; 2 — $a = 0,5$; 3 — $a = 1$

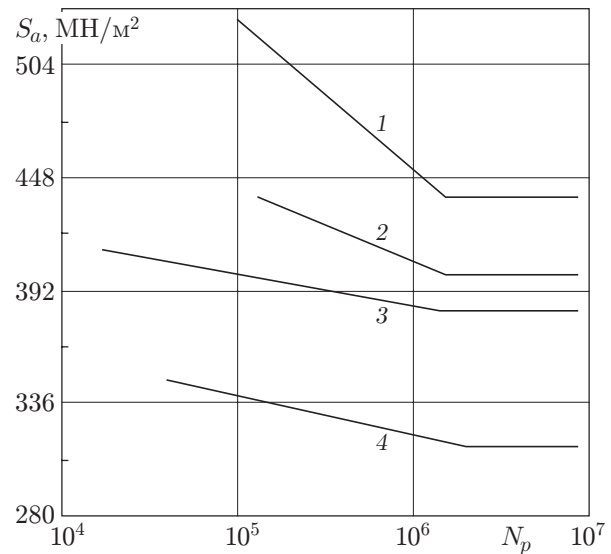


Рис. 4

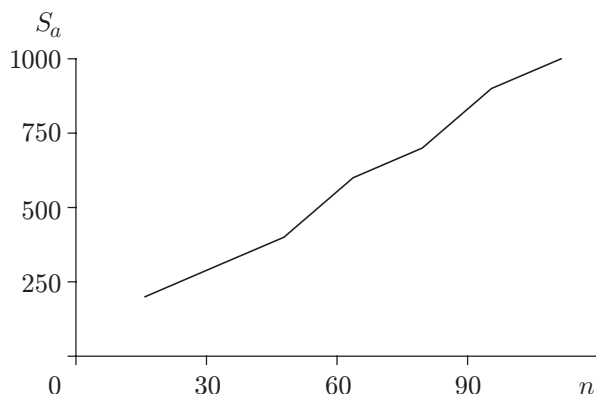
Рис. 4. Экспериментальные кривые усталости при различных значениях приложенного статического напряжения:

1 — $S_0 = 0$; 2 — $S_0 = 140 \text{ МН/м}^2$; 3 — $S_0 = 280 \text{ МН/м}^2$; 4 — $S_0 = 420 \text{ МН/м}^2$

теристик диаграммы нагружения и циклической стабильности процесса деформирования. Анализ результатов, полученных при других циклах нагружения ($a = 0,5; 1,0; 2,0$), также показал возможность существования двух режимов деформирования: циклически устойчивого и неустойчивого.

Обычно в испытаниях на усталость определяются зависимость амплитуды напряжения S_a от числа циклов до разрушения N_p при определенном значении среднего напряжения. Графически эта зависимость представляется в виде кривой Велера [11]. Аналогичные кривые можно получить в рамках данной модели. В случае неустойчивого режима деформирования момент разрушения определяется неограниченным ростом деформации, что соответствует известному критерию разрушения по максимальным пластическим деформациям. Решения (7), (8) позволяют найти время до разрушения при заданных амплитуде напряжений, частоте нагружения и коэффициенте асимметрии цикла, определяющем постоянное напряжение. Зная время жизни системы и частоту нагружения, можно определить число циклов до разрушения и построить зависимости амплитуды напряжения S_a от числа циклов до разрушения N_p при различных значениях коэффициента асимметрии цикла и $\omega = 100$ (рис. 3). Для сравнения на рис. 4 приведены экспериментальные данные работы [15], из которых следует, что постоянное растягивающее напряжение оказывает влияние на зависимость $S_a(N_p)$ для легированной стали при комнатной температуре. В случае устойчивого режима деформирования максимально допустимая (критическая) деформация должна быть задана дополнительно.

Зависимость предела выносливости (усталости), представляющего собой напряжение, ниже которого разрушение не наступает при любом числе циклов колебаний, от числа циклов в единицу времени n представлена на рис. 5. Полученные результаты качествен-

Рис. 5. Зависимость предела усталости от частоты нагружения ($a = 0$)

но согласуются с экспериментальными данными, из которых следует монотонный рост предела усталости с увеличением частоты нагружения [12, 14].

Заключение. Результаты проведенных исследований эволюции пластической деформации при циклическом нагружении с использованием уравнений полевой теории дефектов позволили установить возможность существования двух режимов деформирования (устойчивого и неустойчивого) в зависимости от параметров нагружения, которыми в рамках данной модели являются амплитуда приложенных напряжений, частота нагружения, коэффициент асимметрии цикла. Поскольку соотношения, определяющие условия перехода от одного режима деформирования к другому, содержат константы материала, какая-либо обработка материала, приводящая к модификации его свойств и изменению соответствующих констант, может позволить перейти с одного режима деформирования на другой при одних и тех же внешних воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Косевич А. М. Дислокации в теории упругости. Киев: Наук. думка, 1978.
2. Гриняев Ю. В., Чертова Н. В. О структуре полной деформации в рамках континуальной теории // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22, № 10. С. 10–13.
3. Гриняев Ю. В., Чертова Н. В. Полевая теория дефектов // Физ. мезомеханика. 2000. Т. 3, № 5. С. 19–32.
4. Kadic A., Edelen D. G. B. A gauge theory of dislocations and disclinations. Heidelberg: Springer, 1983.
5. Гриняев Ю. В., Панин В. Е. Полевая теория дефектов на мезоуровне // Докл. РАН. 1997. Т. 353, № 1. С. 37–39.
6. Popov V. L., Chertova N. V. Gauge theory of “plastically incompressible” medium. 2. Dispersion relations with dissipation // Intern. J. Engng Sci. 1992. V. 30, N 3. P. 335–340.
7. Chertova N. V. Dynamic field of defects for creep under monotonically changing stress // Theor. Appl. Fracture Mech. 2000. V. 34, N 3. P. 205–210.
8. Гриняев Ю. В., Чертова Н. В. Полевая теория дефектов и ползучесть твердых тел // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26, № 16. С. 57–62.
9. Чертова Н. В., Гриняев Ю. В. Анализ длительности процессов ползучести в рамках полевой теории дефектов // Журн. техн. физики. 2001. Т. 71, № 7. С. 57–59.
10. Гриняев Ю. В., Чертова Н. В., Чертов М. А. Анализ влияния скорости деформирования на характер диаграмм σ – ε // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 150–154.

11. **Писаренко Г. С., Можаровский Н. С.** Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Киев: Наук. думка, 1981.
12. **Троценко В. Т.** Усталость и неупругость металлов. Киев: Наук. думка, 1971.
13. **Горицкий В. М., Терентьев В. Ф.** Структура и усталостное разрушение металлов. М.: Металлургия, 1980.
14. **Форрест П.** Усталость металлов. М.: Машиностроение, 1968.
15. **Кеннеди А. Д.** Ползучесть и усталость в металлах. М.: Металлургия, 1965.

*Поступила в редакцию 16/V 2005 г.,
в окончательном варианте — 20/VII 2005 г.*
