УДК 532.5+519.63
DOI: 10.15372/PMTF202215142

ВЛИЯНИЕ НЕРОВНОСТИ ДНА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЕДИНЕННОЙ ВОЛНЫ С ПОЛУПОГРУЖЕННЫМ ТЕЛОМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

О. И. Гусев*, В. С. Скиба*,**, Г. С. Хакимзянов*, Л. Б. Чубаров*

* Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, Новосибирск, Россия
** Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия
E-mails: gusev_oleg_igor@mail.ru, vassiliyskiba@gmail.com, khak@ict.nsc.ru, chubarovster@gmail.com

Рассматривается задача о взаимодействии уединенной волны с частично погруженным над неровным дном неподвижным телом. Для решения этой задачи используются нелинейно-дисперсионная модель мелкой воды (Серре — Грина — Нагди) и модель потенциальных течений. Численно исследуется влияние горизонтальных и вертикальных размеров неровностей дна и их расположения относительно полупогруженного тела на значения суммарной силы, воздействующей на препятствие. Показано, что горизонтальная составляющая этой силы монотонно увеличивается при увеличении вертикального размера и длины подводного препятствия. Этот эффект усиливается и при приближении к телу, а на вертикальную составляющую силы наличие препятствия оказывает слабое влияние, при этом ее зависимость от размера препятствия может быть немонотонной.

Ключевые слова: уединенная волна, неровное дно, полупогруженное тело, нелинейно-дисперсионные уравнения, условия сопряжения, силовое воздействие, результаты расчетов

Введение. На Всероссийской конференции “Нелинейные волны — 2022”, посвященной памяти члена-корреспондента РАН В. М. Тешукова, были представлены результаты [1] численного моделирования взаимодействия длинных волн с береговой линией и прибрежными конструкциями. Гидротехнические сооружения ответственного назначения в виде полупогруженных в воду и неподвижно заякоренных на прибрежных участках акваторий тел требуют достаточно точной оценки возможного волнового воздействия, что обусловливает актуальность настоящей работы. К такого рода сооружениям относятся плавучие атомные электростанции, хранилища сжиженного газа, регазификационные установки и др. Одним из источников опасного воздействия являются длинные поверхностные волны (цунами), неоднократно наблюдавшиеся на тихоокеанском и черноморском побережьях России. Большинство таких волн имеют сейсмическое происхождение, реже — оползневую, обвальную, метеорологическую природу, могут порождаться извержением вулканов и крайне редко падением крупных космических объектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 21-71-00127).

Разнообразие механизмов генерации цунами приводит к разнообразию форм и характеристик волн, воздействующих на плавучие гидротехнические объекты. Более того, механизмы одного и того же типа могут породить волны различных форм [2]. Однако часто, особенно в случае удаленных цунами, время распространения которых в океане приводит к частотной дисперсии, головные фрагменты мареограмм, записанных на значительном удалении от источника, становятся подобными мареограммам уединенной или одиночной волны. Мареограммы, записанные вблизи очагов цунамигенерирующих землетрясений, могут быть близки по форме к мареограммам так называемых N-волн. Это позволяет использовать волны указанных форм для определения базовых характеристик волнового воздействия на модельные конструкции [3]. В настоящей работе представлены результаты, полученные для модельного цунами в виде уединенной волны, распространяющейся над неровным дном.

Влияние неровностей дна на трансформацию поверхностных волн изучается в течение длительного времени (см., например, [2, 4–9]). Выполнены исследования взаимодействия поверхностных волн с разного рода прибрежными сооружениями и разработаны методики оценки волновых нагрузок на конструкции при воздействии на них штормовых волн [10]. В последнее десятилетие с помощью аналитических, лабораторных и численных методов активно исследуется воздействие длинных волн типа цунами на большие полупогруженные конструкции (см., например, [3, 11, 12]). Результаты этих исследований показывают, что длина тела и его осадка (заглубление) оказывают существенное влияние на волновую картину перед телом и за ним, на отраженные от тела и прошедшие за него волны, на максимальные значения вертикальных заплесков на лицевую (обращенную к набегающей волне) и тыльную грани тела, на максимальные значения горизонтальных и вертикальных составляющих силы воздействия длинных волн на тело. При этом во всех случаях дно полагалось горизонтальным и влиянием неровностей дна пренебрегалось.

Представляет интерес исследование влияния неровностей дна на характеристики взаимодействия поверхностных волн с большими полупогруженными телами. Однако работ в этом направлении немного, а изложенные в них результаты недостаточно полные. Так, в [13] изучается воздействие регулярных волн на тело прямоугольной формы, расположенное над плоским откосом с углом заложения $3 : 100$, и указывается, что волновые нагрузки на тело в этом случае отличаются от нагрузок в случае горизонтального дна. В [14] показано, что максимальные значения заплесков уединенной волны на лицевую грань тела монотонно увеличиваются при увеличении угла наклона плоского откоса, а на тыльной — уменьшаются, при этом угол откоса менялся от 0,1 до 1,4°, что соответствовало реальным условиям в области установки конструкции. В работе [15] исследовалось воздействие волн, созданных с помощью вакуумного волнопродуктора, на тело прямоугольной формы, расположенное над плоским откосом с углом заложения $1 : 50$, и показано, что в рассмотренных диапазонах определяющих параметров значения максимальных заплесков на лицевую грань тела почти линейно увеличиваются с ростом амплитуды набегающей волны, заглубления тела и его длины. В работе [16] рассматривалось взаимодействие периодических волн, распространяющихся над горизонтальным дном, с большой неподвижной полупогруженной конструкцией, под которой дно имело неровность в виде полусферического возвышения. Результаты сравнения со случаем горизонтального дна показывают, что такая неровность дна незначительно изменяет максимальный заплеск на лицевую грань тела, однако ведет к росту давления на его днище.

Целью настоящей работы является определение зависимости силовых характеристик волнового воздействия от геометрических характеристик препятствия, расположенного перед объектом, его высоты и длины. Такая задача позволяет моделировать реальные ситуации, когда на пути волны от ее источника к объекту воздействия может оказаться

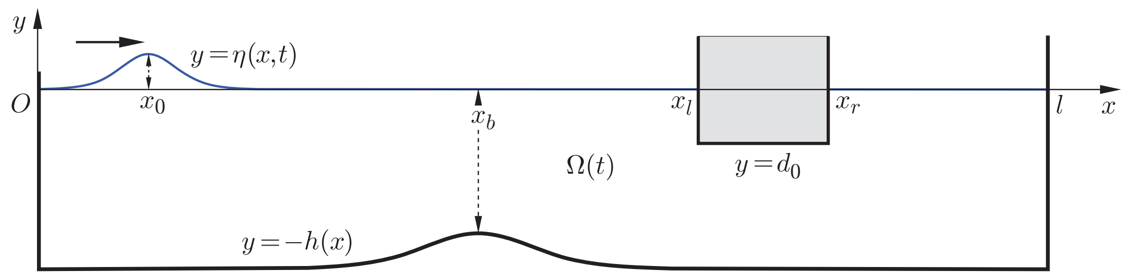

Рис. 1. Схема области течения в задаче о взаимодействии уединенной волны, распространяющейся над неровным дном, с полупогруженным неподвижным телом прямоугольной формы

либо подводное волнозащитное сооружение, либо фрагмент судоходного канала, либо зона отвала грунта, извлеченного при строительстве этого канала. Основные результаты получены с помощью полностью нелинейной дисперсионной модели Серре — Грина — Нагди (Serre — Green — Naghdi (SGN)) второго длинноволнового приближения [17]. Для оценки влияния дисперсии волн на процесс их взаимодействия с полупогруженным телом проведено сравнение с результатами, полученными в рамках бездисперсионной NSWE-модели (nonlinear shallow water equations) первого длинноволнового приближения. Также проводится сравнение с результатами расчетов в рамках полностью нелинейной Pot-модели потенциальных течений жидкости.

1. Постановка задачи. Рассмотрим течение жидкости со свободной поверхностью в бассейне с непроницаемыми вертикальными стенками и расположенным в нем полупогруженным неподвижным телом прямоугольной формы с горизонтальным днищем. Будем полагать, что поверхностные волны распространяются по нормали к плоским боковым (лицевой и тыльной) вертикальным граням тела и параметры течения не зависят от одной из горизонтальных координат. Декартову систему координат Oxy с вертикальной осью Oy выберем таким образом, чтобы уравнение свободной поверхности покоящейся жидкости имело вид $y = 0$, а функция $y = -h(x)$ задавала рельеф дна (рис. 1). В этой системе координат левая и правая границы бассейна имеют координаты $x = 0$ и $x = l$ соответственно, лицевая и тыльная грани тела — $x = x_l$ и $x = x_r$ $(0 < x_l < x_r < l)$, днище тела — $y = d_0$ $(d_0 < 0,\ -h(x) < d_0$ при $x \in [x_l, x_r])$.

Взаимодействие длинных поверхностных волн с полупогруженными телами исследовалось в рамках математических моделей для течений несжимаемой невязкой жидкости с плотностью ρ (далее $\rho = 1$). При использовании моделей мелкой воды область течения $D = (0, l)$ разбивалась на внешнюю часть $D^e = (0, x_l) \cup (x_r, l)$, где имеет место течение жидкости со свободной границей, и внутреннюю подобласть $D^i = (x_l, x_r)$ с течением несжимаемой жидкости в пространстве между днищем полупогруженного тела и дном акватории. Для склеивания решений в этих подобластях использовались условия сопряжения на их общих границах.

1.1. *Уравнения во внешней области* D^e. В области D^e течение моделируется с использованием нелинейно-дисперсионной SGN-модели [17]:

$$H_t + (Hu)_x = 0, \qquad (Hu)_t + (Hu^2 + p)_x = \check{p} h_x, \qquad x \in D^e, \tag{1}$$

где t — время; $u(x,t)$ — осредненная по глубине горизонтальная скорость потока; $H(x,t) = \eta(x,t) + h(x)$ — полная глубина; $\eta(x,t)$ — отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня; p — проинтегрированная по толщине слоя жидкости главная часть давления, удерживаемая в длинноволновом приближении; $\check{p}$ — давление на дне:

$$p = gH^2/2 - \varphi, \qquad \check{p} = gH - \psi, \tag{2}$$

g — ускорение свободного падения; φ, ψ — дисперсионные составляющие p и $\check{p}$ соответственно:

$$\varphi = \frac{H^3}{3} R_1 + \frac{H^2}{2} R_2, \qquad \psi = \frac{H^2}{2} R_1 + HR_2; \tag{3}$$

$$R_1 = u_{xt} + uu_{xx} - u_x^2, \qquad R_2 = (u_t + uu_x)h_x + u^2 h_{xx}. \tag{4}$$

Искомыми величинами в уравнениях (1) являются полная глубина H, скорость u и дисперсионная составляющая давления φ, которая находится как решение линейного относительно φ обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$(k\varphi_x)_x - k_0\varphi = F, \tag{5}$$

где

$$k = \frac{4}{Hr}, \qquad k_0 = 6\Big(\frac{2}{H^3}\,\frac{r-3}{r} + \Big(\frac{h_x}{H^2 r}\Big)_x\Big),$$

$$F = \Big(g\eta_x + \frac{Rh_x}{r}\Big)_x - \frac{6R}{Hr} + 2u_x^2, \quad R = -g\eta_x h_x + u^2 h_{xx}, \quad r = 4 + h_x^2. \tag{6}$$

Дисперсионная составляющая давления на дне ψ выражается через искомые величины H, u, φ по формуле [17]

$$\psi = \frac{1}{r}\Big(\frac{6\varphi}{H} + HR + \varphi_x h_x\Big). \tag{7}$$

Для системы уравнений (1), (5) задаются краевые условия

$$u\big|_{x\in\Gamma_0} = 0, \quad \Big(k\varphi_x - 6\,\frac{h_x}{H^2 r}\,\varphi\Big)\Big|_{x\in\Gamma_0} = 0, \quad \eta_x\big|_{x\in\Gamma_0} = 0; \tag{8}$$

$$\eta_x\big|_{x\in\Gamma} = 0, \tag{9}$$

а также условия сопряжения в точках $x \in \Gamma$ и начальные условия в D. В формуле (8) через $\Gamma_0 = \{0; l\}$ обозначена граница бассейна, $\Gamma = \{x_l; x_r\}$ — общая граница областей D^e и D^i.

1.2. *Уравнения во внутренней области* D^i. Во внутренней области решается система уравнений для нестационарных внутриканальных течений идеальной несжимаемой жидкости [18]. В случае рассматриваемой одномерной задачи с неподвижными дном и горизонтальным днищем тела эта система принимает вид

$$Q_x = 0, \qquad u_t^i + u^i u_x^i + \frac{p_x^i}{S} = \frac{\check{p}^i}{S}\,h_x, \quad x \in D^i, \tag{10}$$

где $Q = S(x)u^i(x,t)$ — расход жидкости; $S(x) = h(x) + d_0$ — толщина слоя жидкости под телом; $u^i(x,t)$ — осредненная по этой толщине горизонтальная компонента скорости течения; $p^i(x,t)$ — проинтегрированное по толщине слоя давление; $\check{p}^i(x,t)$ — давление на дне, которое выражается через p^i [18]:

$$\check{p}^i = \frac{p^i}{S} + g\,\frac{S}{2} - \Big(\frac{S^2}{6}\,R_1^i + \frac{S}{2}\,R_2^i\Big),$$

величины R_1^i, R_2^i вычисляются по формулам (4), в которых вместо u следует использовать скорость u^i во внутренней области.

Из первого уравнения (10) следует независимость расхода от координаты x, что естественно для течения несжимаемой жидкости в канале переменного сечения. Таким образом, расход жидкости под телом зависит только от времени t, тогда $u^i(x,t) = Q(t)/S(x)$. Поэтому

$$R_1^i = -\frac{1}{S^2}\Big[\dot{Q}S_x + Q^2\Big(\frac{S_x}{S}\Big)_x\Big], \qquad R_2^i = -SR_1^i. \tag{11}$$

Следовательно, уравнение движения в (10) при каждом $x \in D^i$ принимает форму обыкновенного дифференциального уравнения

$$E\dot{Q} + \Big(\frac{E}{2S}\Big)\Big|_x Q^2 + \Big(\frac{p^i}{S}\Big)\Big|_x = \frac{g}{2}\, h_x, \tag{12}$$

где $E = (1 + h_x^2/3)/S$.

Таким образом, под телом необходимо определять давление $p^i(x,t)$ и расход $Q(t)$. Давление можно исключить из вычислений, если уравнение (12) проинтегрировать по области D^i. В результате получаем уравнение Риккати

$$I_1\dot{Q} + I_2 Q^2 + \Big(\frac{p^i}{S}\Big)\Big|_{x_r-0} - \Big(\frac{p^i}{S}\Big)\Big|_{x_l+0} = I_3 \tag{13}$$

с постоянными коэффициентами I_1, I_2, I_3:

$$I_1 = \int\limits_{x_l}^{x_r} E(x)\,dx, \quad I_2 = \Big(\frac{E}{2S}\Big)\Big|_{x_r} - \Big(\frac{E}{2S}\Big)\Big|_{x_l}, \quad I_3 = \frac{g}{2}\,(h(x_r) - h(x_l)),$$

где $p^i\big|_{x_l+0}$, $p^i\big|_{x_r-0}$ — предельные со стороны внутренней области D^i значения давления p^i в точках x_l и x_r соответственно. Из уравнения (13) следует, что изменение расхода жидкости под телом обусловлено разностью значений давления на границе Γ внутренней области D^i. Эти граничные значения давления p^i определяются с помощью условий сопряжения, связывающих течения жидкости во внешней и внутренней областях.

1.3. *Условия сопряжения.* В рассматриваемой одномерной задаче условие для массового расхода имеет вид [18]

$$(Hu)\big|_{x_l-0} = Q = (Hu)\big|_{x_r+0} \tag{14}$$

и показывает, что расход жидкости, втекающей под тело, равен расходу жидкости, вытекающей из-под него, и расходу $Q(t)$. В формуле (14) и далее обозначения $(\,\cdot\,)\big|_{x_l-0}$, $(\,\cdot\,)\big|_{x_r+0}$ используются для предельных со стороны внешней области D^e значений зависимых переменных в точках x_l и x_r соответственно.

В условиях сопряжения на границе Γ, кроме (14), задаются связи для давления [18] вне тела и под ним, которые в одномерном случае можно представить в виде

$$\begin{aligned} p^i\big|_{x_l+0} &= \Big[S\Big(H - \frac{S}{2}\Big)(g - R_2) - R_1 S\Big(\frac{H^2}{2} - \frac{S^2}{6}\Big)\Big]\Big|_{x_l-0}, \\ p^i\big|_{x_r-0} &= \Big[S\Big(H - \frac{S}{2}\Big)(g - R_2) - R_1 S\Big(\frac{H^2}{2} - \frac{S^2}{6}\Big)\Big]\Big|_{x_r+0}. \end{aligned} \tag{15}$$

1.4. NSWE-*модель.* Бездисперсионные NSWE-уравнения мелкой воды имеют вид (1), если в формулах (2) положить $\varphi \equiv 0$ и $\psi \equiv 0$. Во внутренней области D^i форма уравнений (12), (13) сохраняется, однако в случае NSWE-модели $E(x) = 1/S(x)$. Условие сопряжения (14) остается таким же, как для SGN-модели, а соотношения (15) упрощаются:

$$p^i\big|_{x_l+0} = g\Big[S\Big(H - \frac{S}{2}\Big)\Big]\Big|_{x_l-0}, \qquad p^i\big|_{x_r-0} = g\Big[S\Big(H - \frac{S}{2}\Big)\Big]\Big|_{x_r+0}.$$

2. Метод решения. Для численного решения задачи в рамках моделей мелкой воды используется схема предиктор-корректор [17], модифицированная в [19] с учетом необходимости численной реализации условий сопряжения на общей границе внешней и внутренней областей. Валидация этих моделей, а также интерпретация полученных результатов выполняются с использованием “эталонной” Pot-модели потенциальных течений идеальной жидкости со свободной границей [3, 19]. Основные характеристики численного алгоритма для Pot-модели приведены в работе [20].

3. Расчет силовых характеристик. Значения горизонтальной составляющей $F_1(t)$ гидродинамической силы воздействия волн на тело прямоугольной формы определяются интегрированием давления вдоль его вертикальных лицевой и тыльной граней:

$$F_1(t) = \int\limits_{d_0}^{\eta(x_l,t)} P(x_l, y, t)\, dy - \int\limits_{d_0}^{\eta(x_r,t)} P(x_r, y, t)\, dy. \tag{16}$$

Для SGN-модели используется формула для "реконструированного" давления [17]

$$P(x, y, t) = [H(x, t) - (y + h(x))][g - R_2(x, t)] - \Big(\frac{H^2(x, t)}{2} - \frac{(y + h(x))^2}{2}\Big) R_1(x, t),$$

поэтому

$$F_1(t) = \Big[\frac{(H - S)^2}{2}\,(g - R_2) - R_1\Big(\frac{H^3}{3} - \frac{H^2 S}{2} + \frac{S^3}{6}\Big)\Big]\Big|_{x_r+0}^{x_l-0}. \tag{17}$$

Величины R_1 и R_2 на границе Γ получаются обращением равенств (3) с последующим использованием выражения (7) и граничного условия (9):

$$\begin{gathered} R_1\big|_\Gamma = \frac{12\varphi - 6\psi H}{H^3}\Big|_\Gamma = \Big[\frac{3\varphi}{H^3} - \frac{3h_x}{2H}\Big(k\varphi_x - 6\,\frac{h_x}{H^2 r}\,\varphi\Big) - 6\,\frac{u^2 h_{xx}}{Hr}\Big]\Big|_\Gamma, \\ R_2\big|_\Gamma = \frac{-6\varphi + 4\psi H}{H^2}\Big|_\Gamma = \Big[h_x\Big(k\varphi_x - 6\,\frac{h_x}{H^2 r}\,\varphi\Big) + 4\,\frac{u^2 h_{xx}}{r}\Big]\Big|_\Gamma. \end{gathered} \tag{18}$$

Производную φ_x можно исключить из этих выражений. Действительно, из уравнения движения (1), учитывая формулы (7), (6), получаем равенство

$$\frac{(Hu)_t + (Hu^2)_x}{H} = k\varphi_x - 6\,\frac{h_x}{H^2 r}\,\varphi - g\eta_x - \frac{Rh_x}{r}. \tag{19}$$

Полагая, что равенство (19) выполняется во всей области вплоть до границы Γ, учитывая условие сопряжения (14) и его следствия

$$(Hu)_t\big|_{x_l-0} = \dot{Q} = (Hu)_t\big|_{x_r+0},$$

а также граничное условие (9), можно записать (19) в виде

$$\frac{\dot{Q} + (Hu^2)_x}{H}\Big|_\Gamma = \Big(k\varphi_x - 6\,\frac{h_x}{H^2 r}\,\varphi - \frac{u^2 h_{xx}}{r}\,h_x\Big)\Big|_\Gamma. \tag{20}$$

Используя условие (9) и его следствие $H_x\big|_\Gamma = h_x\big|_\Gamma$, получаем выражения (18) в окончательном виде

$$R_1\big|_\Gamma = \Big[\frac{3\varphi}{H^3} - \frac{3}{2H}\Big(\frac{\dot{Q}}{H}\,h_x + \frac{(Hu^2 h_x)_x}{H}\Big)\Big]\Big|_\Gamma, \quad R_2\big|_\Gamma = \Big(\frac{\dot{Q}}{H}\,h_x + \frac{(Hu^2 h_x)_x}{H}\Big)\Big|_\Gamma. \tag{21}$$

Тогда формула (17) принимает вид

$$F_1(t) = \Big[\frac{(H - S)^2}{2}\Big(g - \frac{2H + S}{H^3}\,\varphi + [\dot{Q}h_x + (Hu^2 h_x)_x]\,\frac{S}{2H^2}\Big)\Big]\Big|_{x_r+0}^{x_l-0}.$$

В случае NSWE-модели формула (17) упрощается следующим образом:

$$F_1(t) = g\big(\eta(x_l, t) - \eta(x_r, t)\big)\Big(\frac{\eta(x_l, t) + \eta(x_r, t)}{2} - d_0\Big).$$

В случае Pot-модели также используется формула (16), но с заменой давления P на давление в модели потенциальных течений, для вычисления которого применяется интеграл Коши — Лагранжа

$$P_{\rm Pot}(x,y,t) = -\Big(\Phi_t(x,y,t) + \frac{1}{2}\,(\Phi_x^2(x,y,t) + \Phi_y^2(x,y,t)) + gy\Big), \qquad (22)$$

где $\Phi(x,y,t)$ — потенциал вектора скорости.

Вертикальная составляющая силы воздействия волн вычисляется путем интегрирования давления по поверхности днища тела. В расчетах с использованием модели потенциальных течений давление как на вертикальных гранях тела, так и на горизонтальных определяется по формуле (22), поэтому имеем

$$F_2(t) = \int\limits_{x_l}^{x_r} P_{\rm Pot}(x,d_0,t)\,dx + gd_0L,$$

где F_2 — вертикальная компонента гидродинамической силы воздействия волн на тело, полученная путем вычитания силы Архимеда $gL\,|d_0|$, выталкивающей тело из покоящейся жидкости, из полной вертикальной компоненты.

В случае SGN-модели интегрируется давление $\hat{p}^i$ на днище:

$$F_2(t) = \int\limits_{x_l}^{x_r} \hat{p}^i(x,t)\,dx + gd_0L. \qquad (23)$$

При этом во внутренней области давление $\hat{p}^i$ на днище тела определяется по формуле [18]

$$\hat{p}^i = \frac{p^i}{S} - g\,\frac{S}{2} + \frac{S^2}{3}\,R_1^i + \frac{S}{2}\,R_2^i. \qquad (24)$$

Величины R_1^i, R_2^i вычисляются по формулам (11), с учетом которых выражение (24) для давления на днище тела записывается следующим образом:

$$\hat{p}^i = \frac{p^i}{S} - g\,\frac{S}{2} + \frac{\dot{Q}}{6}\,S_x + \frac{Q^2}{6}\Big(\frac{S_x}{S}\Big)_x.$$

Поэтому формула (23) для вертикальной компоненты гидродинамической силы воздействия волн на тело принимает вид

$$F_2(t) = \int\limits_{x_l}^{x_r} \Big(\frac{p^i}{S} - g\,\frac{S}{2}\Big)\,dx + \frac{\dot{Q}}{6}\,S\Big|_{x_l}^{x_r} + \frac{Q^2}{6}\,\frac{S_x}{S}\Big|_{x_l}^{x_r} + gd_0L.$$

Таким образом, для вычисления вертикальной компоненты силы необходимо знать давление p^i во внутренней области. Для его определения дважды проинтегрируем уравнение (12):

$$\dot{Q}\int\limits_{x_l}^{x} E(x)\,dx + Q^2\Big(\frac{E}{2S}\Big|_x - \frac{E}{2S}\Big|_{x_l+0}\Big) + \frac{p^i}{S}\Big|_x - \frac{p^i}{S}\Big|_{x_l+0} =$$
$$= g\Big(h(x) - \frac{S(x)}{2}\Big) - g\Big(h(x_l) - \frac{S(x_l)}{2}\Big),$$

$$\dot{Q}\int\limits_{x}^{x_r} E(x)\,dx + Q^2\Big(\frac{E}{2S}\Big|_{x_r-0} - \frac{E}{2S}\Big|_x\Big) + \frac{p^i}{S}\Big|_{x_r-0} - \frac{p^i}{S}\Big|_x =$$
$$= g\Big(h(x_r) - \frac{S(x_r)}{2}\Big) - g\Big(h(x) - \frac{S(x)}{2}\Big).$$

Вычитая из первого равенства второе, получаем формулу

$$\frac{p^i(x)}{S(x)} = -\frac{\dot{Q}}{2}\Big(\int\limits_{x_l}^{x} E(x)\,dx - \int\limits_{x}^{x_r} E(x)\,dx\Big) - \Big(\frac{E(x)}{2S(x)} - \overline{\Big(\frac{E}{2S}\Big)}\Big)Q^2 +$$
$$+ \overline{\Big(\frac{p^i}{S}\Big)} + g\Big(h(x) - \frac{S(x)}{2}\Big) - g\Big(\bar{h} - \frac{\bar{S}}{2}\Big), \qquad (25)$$

где $x \in [x_l, x_r]$; черта означает средние значения величин на гранях тела,

$$\overline{\Big(\frac{p^i}{S}\Big)} = \frac{1}{2}\Big(\frac{p^i}{S}\Big|_{x_l+0} + \frac{p^i}{S}\Big|_{x_r-0}\Big).$$

При этом согласно условиям сопряжения (15) и соотношениям (20), (21) имеют место равенства

$$\frac{p^i}{S}\Big|_{x_l+0} = \Big(-\frac{3H^2 - S^2}{2H^3}\,\varphi + g\Big(H - \frac{S}{2}\Big) - h_x\,\frac{(H-S)^2}{4H}\,\phi - R\,\frac{(H-S)^2}{4H}\Big)\Big|_{x_l-0},$$
$$\frac{p^i}{S}\Big|_{x_r-0} = \Big(-\frac{3H^2 - S^2}{2H^3}\,\varphi + g\Big(H - \frac{S}{2}\Big) - h_x\,\frac{(H-S)^2}{4H}\,\phi - R\,\frac{(H-S)^2}{4H}\Big)\Big|_{x_r+0},$$

где

$$\phi\big|_{x_l-0} = \Big(\frac{\dot{Q}}{H} + h_x\,\frac{u^2}{H} + (u^2)_x\Big)\Big|_{x_l-0}, \qquad \phi\big|_{x_r+0} = \Big(\frac{\dot{Q}}{H} + h_x\,\frac{u^2}{H} + (u^2)_x\Big)\Big|_{x_r+0}.$$

В рассматриваемом частном случае горизонтального днища выражение (25), справедливое для произвольных форм дна водоема и днища тела, можно упростить. С учетом равенств (20) и краевого условия (9) получаем

$$\frac{p^i}{S} - g\,\frac{S}{2} = -\dot{Q}\int\limits_{x_l}^{x} E(x)\,dx + \dot{Q}\Big(\frac{I_1}{2} - \overline{\Big(h_x\,\frac{(H-S)^2}{4H^2}\Big)}\Big) -$$
$$-\Big(\frac{E(x)}{2S(x)} - \overline{\Big(\frac{E}{2S}\Big)}\Big)Q^2 + g\bar{\eta} - \overline{\Big(\frac{3H^2 - S^2}{2H^3}\,\varphi\Big)} - \overline{\Big((Hu^2 h_x)_x\,\frac{(H-S)^2}{4H^2}\Big)} - gd_0.$$

Следовательно,

$$F_2(t) = -\dot{Q}\int\limits_{x_l}^{x_r}\Big(\int\limits_{x_l}^{x} E(\xi)\,d\xi\Big)\,dx + \dot{Q}L\Big(\frac{I_1}{2} - \overline{\Big(h_x\,\frac{(H-S)^2}{4H^2}\Big)} + \frac{1}{6L}\,S\Big|_{x_l}^{x_r}\Big) -$$
$$- Q^2\int\limits_{x_l}^{x_r}\frac{E(x)}{2S(x)}\,dx + Q^2L\Big(\overline{\Big(\frac{E}{2S}\Big)} + \frac{1}{6L}\,\frac{S_x}{S}\Big|_{x_l}^{x_r}\Big) +$$
$$+ L\Big(g\bar{\eta} - \overline{\Big(\frac{3H^2 - S^2}{2H^3}\,\varphi\Big)} - \overline{\Big((Hu^2 h_x)_x\,\frac{(H-S)^2}{4H^2}\Big)}\Big) \qquad (26)$$

($L = x_r - x_l$ — длина тела). Заметим, что от двойного интеграла в первом слагаемом правой части формулы (26) можно перейти к однократному интегралу, используя формулу интегрирования по частям:

$$\int\limits_{x_l}^{x_r}\Big(\int\limits_{x_l}^{x} E(\xi)\,d\xi\Big)\,dx = x_r I_1 - \int\limits_{x_l}^{x_r} xE(x)\,dx.$$

В случае NSWE-модели справедлив аналог формулы (26) для вычисления вертикальной компоненты силы

$$F_2(t) = -\dot{Q}\Big(x_r I_1 - \int\limits_{x_l}^{x_r} xE(x)\,dx\Big) + \dot{Q}L\,\frac{I_1}{2} - Q^2\int\limits_{x_l}^{x_r}\frac{E(x)}{2S(x)}\,dx + Q^2L\,\overline{\Big(\frac{E}{2S}\Big)} + Lg\bar{\eta},$$

где $E(x) = 1/S(x)$.

4. Результаты численного моделирования. В качестве начальных данных при использовании SGN- и NSWE-моделей мелкой воды задается уединенная волна

$$\eta(x,0) = \eta_0(x) = a_0\,\mathrm{sech}^2(X), \qquad X = k_s(x - x_0), \qquad k_s = \frac{1}{h_0}\sqrt{\frac{3a_0}{4(a_0 + h_0)}}\,; \tag{27}$$

$$u(x,0) = u_0(x) = c_0\,\frac{\eta_0(x)}{H_0(x)}, \qquad c_0 = \sqrt{g(a_0 + h_0)}, \qquad H_0(x) = h_0 + \eta_0(x), \tag{28}$$

где $0 < a_0$ — амплитуда волны; $x = x_0$ — положение ее вершины; $0 < x_0 < x_l$; x_l — абсцисса левой грани тела (см. рис. 1). Следует отметить, что при использовании начальных данных (27), (28) SGN-уравнения имеют точное решение в виде солитона, движущегося над горизонтальным дном вправо со скоростью c_0 с сохранением начальной формы.

В случае Pot-модели начальное возвышение $\eta_0(x)$ также задается по формуле (27) и предполагается, что компоненты U_0, V_0 начальной скорости согласованы с начальными данными для моделей мелкой воды [3]:

$$u_0(x) = \frac{1}{H_0(x)}\int\limits_{-h_0}^{\eta_0(x)} U_0(x,y)\,dy;$$

$$\frac{\partial V_0}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial U_0}{\partial y}(x,y) \equiv 0. \tag{29}$$

Согласованность (“одинаковость”) начальных данных дает возможность сопоставить численные результаты, полученные в рамках модели двумерных потенциальных течений и моделей мелкой воды для одномерных течений, а условие (29) позволяет однозначно определить начальные значения $\Phi(x,y,0)$ для потенциала вектора скорости [20]. Согласованные с (27), (28) начальные данные для компонент вектора скорости в Pot-модели имеют следующий вид:

$$U_0(x,y) = u_0(x)\Big[1 + \Big(\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\,\frac{(y+h_0)^2}{H_0^2(x)}\Big)\frac{H_0(x)(2a_0 - 3\eta_0(x)) + 4(\eta_0(x) - a_0)\eta_0(x)}{h_0(a_0 + h_0)}\Big],$$

$$V_0(x,y) = \sqrt{3a_0 g}\,\frac{\eta_0(x)}{H_0^2(x)}\,(y + h_0)\,\mathrm{th}\,(X), \qquad -h_0 \leqslant y \leqslant \eta_0(x).$$

Значения параметров для расчетов, результаты которых приведены ниже, соответствуют реальным данным для места стоянки одной из проектируемых полупогруженных конструкций:

$$\frac{a_0}{h_0} = 0{,}2, \qquad \frac{d_0}{h_0} = -0{,}3, \qquad \frac{L}{h_0} = \frac{x_r - x_l}{h_0} = 10. \tag{30}$$

Эффективная длина уединенной волны λ_s определяется как удвоенное расстояние от точки x_0 до точки, в которой отклонение переднего склона волны от невозмущенного уровня составляет долю Π амплитуды a_0 [21]:

$$\lambda_s = \frac{2}{k_s}\ln\Big(\sqrt{\frac{1}{\Pi}} + \sqrt{\frac{1}{\Pi} - 1}\,\Big). \tag{31}$$

При $a_0/h_0 = 0{,}2$, $\Pi = 0{,}01$ получаем $\lambda_s/h_0 = 16{,}932$, и во всех расчетах начальное положение вершины волны полагается равным $x_0 = \lambda_s/2$.

Форма дна акватории задавалась по формуле

$$y = -h(x) \equiv -h_0 + b(x),$$

где неровность дна описывается гладкой функцией

$$b(x) = b_0 \operatorname{sech}^2\left(k_b(x - x_b)\right),$$

b_0 — амплитуда неровности дна (при $b_0 > 0$ имеет место возвышение дна, при $b_0 < 0$ — его углубление); $x = x_b$ — вершина неровности, в которой достигается максимум возвышения донной поверхности над горизонтальным дном $y = -h_0$ или максимум углубления. Полагается, что вершина неровности дна находится слева от тела ($x_b \leqslant x_l$). Эффективная длина неровности определяется по формуле, аналогичной (31):

$$\lambda_b = \frac{2}{k_b} \ln\left(\sqrt{\frac{1}{\Pi}} + \sqrt{\frac{1}{\Pi} - 1}\,\right).$$

Горизонтальный размер неровности задается отношением

$$\delta = \frac{\lambda_b}{\lambda_s},$$

из которого следует, что $k_b = k_s/\delta$. Значения параметра δ изменялись от $\delta_{\min} = 0{,}25$ до $\delta_{\max} = 2{,}0$, т. е. горизонтальный размер неровности дна мог принимать значения от 1/4 до удвоенной длины волны. В последнем случае $\lambda_b/h_0 = 33{,}864$.

Предполагается, что вершина уединенной волны находится левее неровности дна, причем бóльшая часть начальной волны располагается над практически горизонтальным участком дна (см. рис. 1).

Во всех расчетах положение тела и длина области оставались неизменными. Координата x_l левой (лицевой) грани рассчитывалась таким образом, чтобы наиболее длинная неровность ($\delta = 2$) примыкала к переднему фронту начальной уединенной волны, а вершина этой неровности располагалась слева от тела на максимально допустимом расстоянии от левой грани. Полагая, что в расчетах расстояние от вершины донной неровности до лицевой грани тела принимает значения $x_l - x_b = \lambda_s$; $0{,}5\lambda_s$; $0{,}25\lambda_s$; 0, получаем

$$x_l = 3\lambda_s. \tag{32}$$

Длина расчетной области полагалась равной

$$l = x_l + L + \lambda_s = 4\lambda_s + L, \tag{33}$$

откуда при $a_0/h_0 = 0{,}2$, $\Pi = 0{,}01$ получаем $l = 77{,}728$.

Итак, во всех расчетах параметры, связанные с начальной волной, положением и осадкой тела и длиной области были неизменными и определялись с помощью формул (30), (32), (33), а амплитуда и длина донной неровности, а также координата ее вершины варьировались.

4.1. *Горизонтальная составляющая суммарной волновой силы.* На рис. 2 представлены результаты расчетов максимальной горизонтальной составляющей суммарной волновой силы, полученные с использованием SGN- и Pot-моделей, в виде зависимостей от вертикального размера неровности дна b_0 при различных значениях длины неровности и ее удаленности от полупогруженного тела. Видно, что наибольшее влияние на значение горизонтальной силы оказывают длинные неровности, в то время как более короткие препятствия практически не влияют на уединенную волну. Положение препятствия

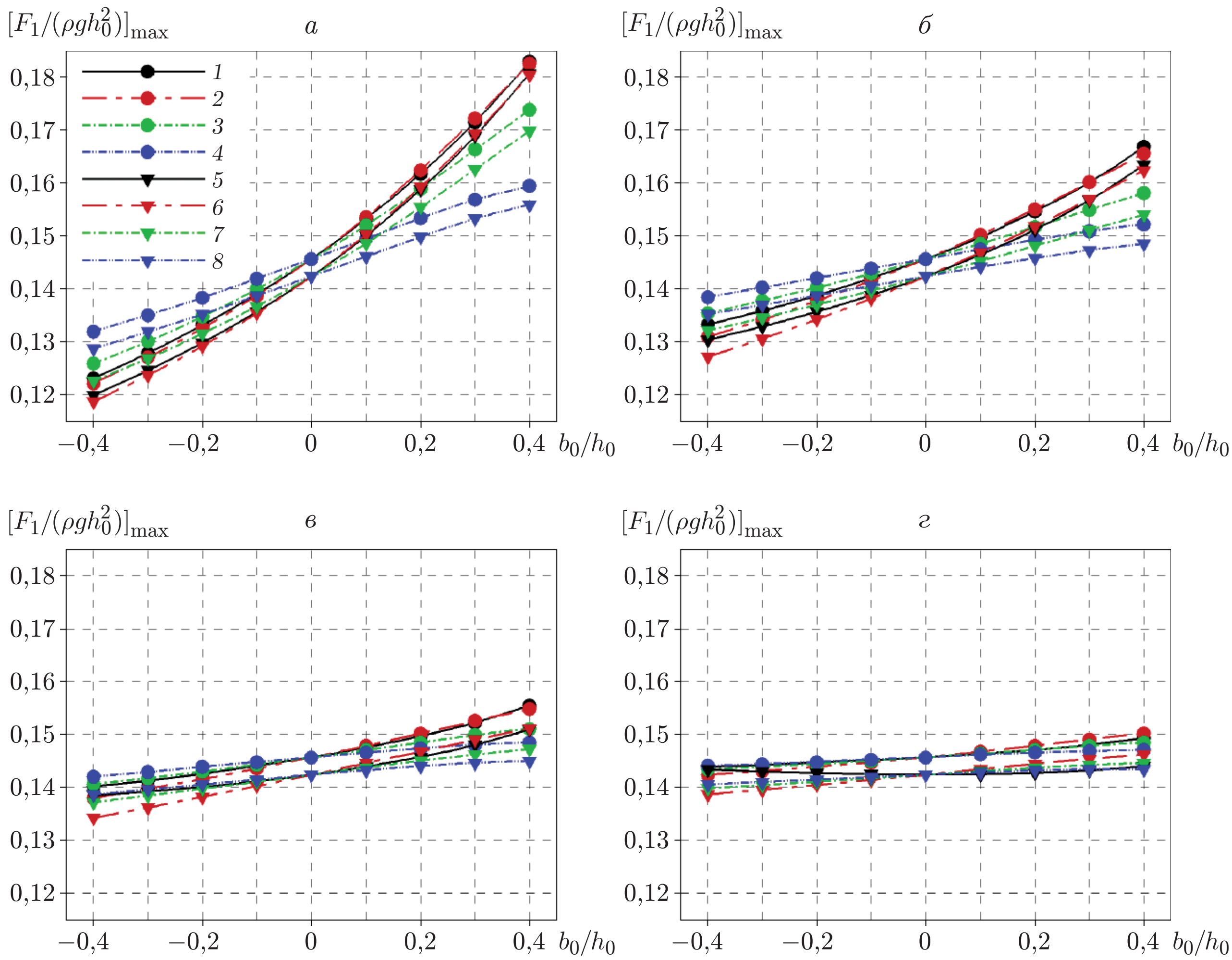

Рис. 2. Зависимости горизонтальной составляющей суммарной волновой силы от вертикального размера неровности дна b_0, полученные по результатам расчетов с использованием Pot-модели (*1–4*) и SGN-модели (*5–8*) при различных длине и положении неровности:
а — $\lambda_b = 2\lambda_s$, *б* — $\lambda_b = \lambda_s$, *в* — $\lambda_b = 0{,}5\lambda_s$, *г* — $\lambda_b = 0{,}25\lambda_s$; *1, 5* — $x_b = x_l$, *2, 6* — $x_b = x_l - 0{,}25\lambda_s$, *3, 7* — $x_b = x_l - 0{,}5\lambda_s$, *4, 8* — $x_b = x_l - \lambda_s$

существенно влияет на эту характеристику: чем ближе препятствие к телу, тем существеннее горизонтальная сила увеличивается в случае возвышения дна и уменьшается в случае впадины. Результаты расчетов горизонтальной силы, полученные с использованием SGN-модели, практически во всех рассмотренных случаях близки к результатам “эталонной” Pot-модели, занижая значения последних на 2–4 %.

4.2. *Вертикальная составляющая суммарной волновой силы.* Результаты расчетов вертикальной составляющей суммарной волновой силы, полученные с использованием SGN- и Pot-моделей, представлены на рис. 3. В рассмотренных случаях значения этой характеристики на порядок больше значений горизонтальной составляющей силы. В отличие от последней зависимость F_2 от вертикального размера неровности дна b_0 может быть немонотонной, например при длине неровности $\lambda_b = 2\lambda_s$ (см. рис. 3,*а*). При этом даже неровности с большими длиной и вертикальным размером незначительно изменяют максимальное значение F_2: отличие от результатов расчетов для случая ровного горизон-

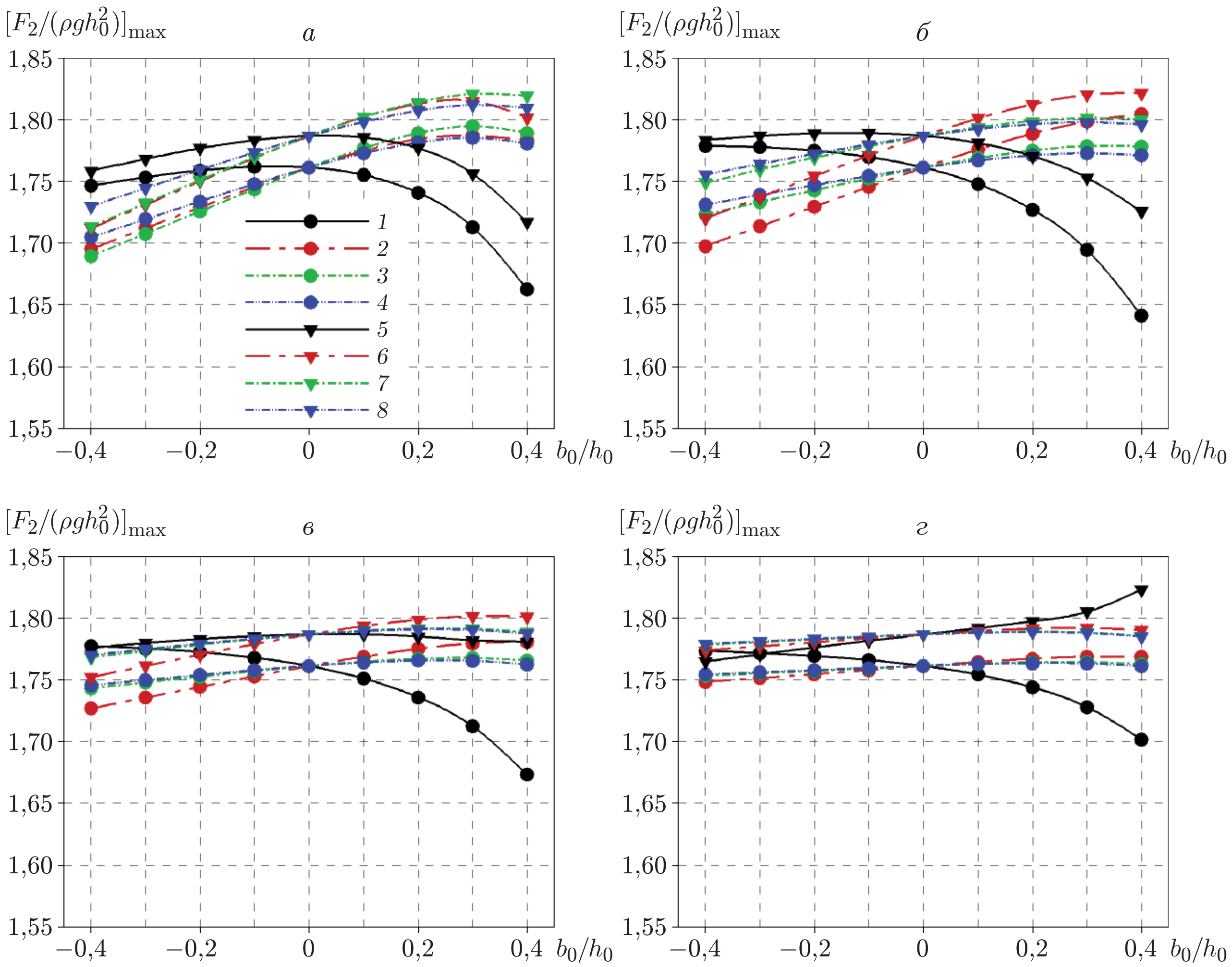

Рис. 3. Зависимости вертикальной составляющей вектора волновой силы от вертикального размера неровности дна b_0, полученные по результатам расчетов с использованием Pot-модели (*1–4*) и SGN-модели (*5–8*) при различных длине и положении неровности (обозначения те же, что на рис. 2)

тального дна не превышает 6 %. Зависимости $F_2(b_0)$ в расчетах с использованием SGN- и Pot-моделей достаточно близки в случае длинных препятствий (SGN-модель завышает значения приблизительно на 2 %) (см. рис. 3), но существенно различаются в случаях коротких препятствий с вершиной под лицевой гранью тела, когда SGN-модель завышает максимальные значения F_2 до 8 %, и зависимости могут качественно отличаться от зависимостей, построенных по результатам расчетов с использованием Pot-модели (см. рис. 3,*г*).

4.3. *Взаимодействие с волной, имеющей вертикальный передний фронт.* На рис. 2, 3 приведены результаты расчетов с использованием SGN- и Pot-моделей. В расчетах с использованием NSWE-модели в рассматриваемой постановке происходит обрушение волны и она подходит к полупогруженному телу с вертикальным передним фронтом (рис. 4,*а*). Подобные решения невозможно получить в рамках SGN- и Pot-моделей, однако они представляют интерес при проведении инженерных расчетов, поскольку волновая сила может существенно зависеть от формы подходящей волны. В рассматриваемом случае с ровным горизонтальным дном и значениями параметров (30) амплитуда волны в расчете по

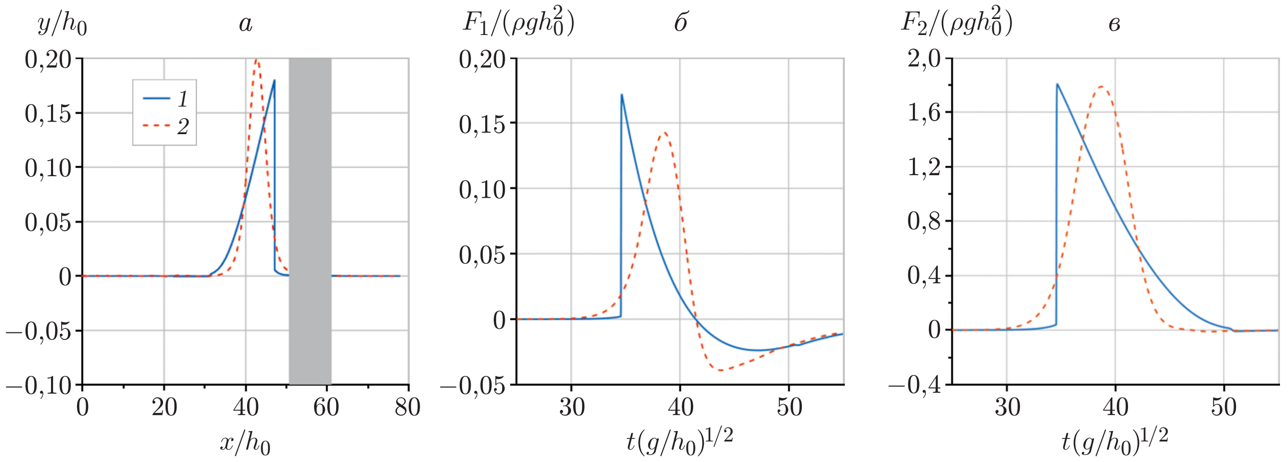

Рис. 4. Формы волны, подходящей к полупогруженному телу, полученные в расчетах с использованием NSWE-модели (*1*) и SGN-модели (*2*) (*а*), а также хронограммы горизонтальной (*б*) и вертикальной (*в*) составляющих суммарной волновой силы

NSWE-модели при подходе к телу уменьшается на 11 % по сравнению с начальной a_0 (в рамках SGN-модели уединенная волна распространяется без изменения формы), тем не менее максимальное значение горизонтальной составляющей волновой силы F_1, полученное с использованием NSWE-модели, на 20 % больше полученного с использованием SGN-модели (рис. 4,*б*). При этом максимальные значения вертикальной составляющей F_2, полученные в расчетах по SGN- и NSWE-моделям, достаточно близки (рис. 4,*в*).

4.4. *Влияние положения тела над протяженным углублением дна.* Исследуем влияние на волновую силу положения тела, закрепленного над протяженным углублением дна акватории. Конфигурацию дна акватории зададим формулой

$$y = \begin{cases} -h_0 - h_0 \operatorname{sech}^2 (k_s(x - x_b)), & x < x_b, \\ -2h_0, & x_b \leqslant x < x_b + 2L, \\ -h_0 - h_0 \operatorname{sech}^2 (k_s(x - x_b - 2L)), & x > x_b + 2L \end{cases}$$

($x_b = 1{,}5\lambda_s$), а положение лицевой грани тела будем изменять от $x_l = \lambda_s$ до $x_l = \lambda_s + 36h_0$ (рис. 5,*а*). На рис. 5,*б,в* показаны зависимости максимальных горизонтальной и вертикальной составляющих волновой силы от положения тела x_l. Результаты расчетов, полученные с использованием SGN-модели, показывают, что горизонтальная составляющая F_1 уменьшается при расположении тела над глубоководной частью и ее минимальное значение достигается при расположении вблизи дальней “стенки” впадины. Для исследования воздействия более длинных волн на рис. 5,*б,в* приведены результаты расчетов, в которых в качестве начальных данных задавалась одиночная волна [3] с длиной $\lambda_s = 100h_0$; $500h_0$. В этих случаях горизонтальная сила оказывается существенно меньше, а ее минимальное значение также достигается при расположении тела над впадиной. Более сложная зависимость с несколькими локальными максимумами и минимумами наблюдается в случае вертикальной составляющей F_2. При этом длинные волны одновременно взаимодействуют с телом и стенками впадины, что оказывает существенное влияние на максимальное значение вертикальной силы.

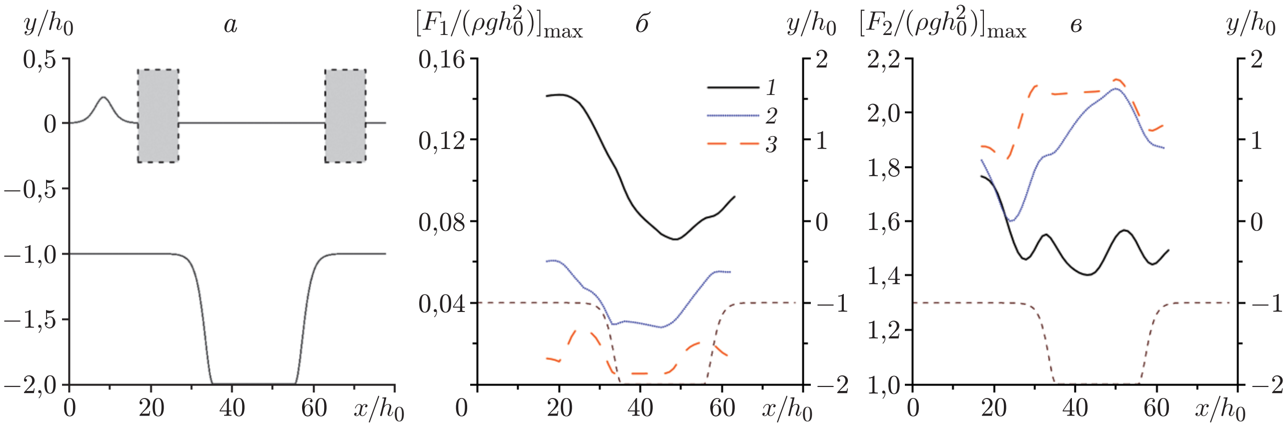

Рис. 5. Схема расчетной области в задаче о влиянии положения полупогруженного тела над впадиной (для крайних исследуемых положений) (*а*), а также зависимости максимальных горизонтальной (*б*) и вертикальной (*в*) составляющих суммарной волновой силы от положения левой грани тела x_l, полученные в расчетах с уединенной волной (*1*) и одиночными волнами различной длины (*2* — $\lambda_s = 100h_0$, *3* — $\lambda_s = 500h_0$)

Заключение. В работе представлены результаты численного исследования задачи о взаимодействии уединенной волны с неподвижным полупогруженным телом, которая решалась с использованием модели потенциальных течений идеальной жидкости, выполняющей роль “эталонной”, а также полностью нелинейной дисперсионной SGN-модели и бездисперсионной NSWE-модели. Исследовалось влияние неровностей дна на значения горизонтальной и вертикальной составляющих суммарной волновой силы, получены формулы для вычисления этих величин в моделях мелкой воды.

Показано, что более существенное влияние неровности дна оказывают на горизонтальную составляющую силы, в то время как вертикальная составляющая в рассмотренных случаях изменяется менее чем на 6 %. Длинные неровности оказывают большее влияние, а короткие практически не влияют на уединенную волну. Положение препятствия также имеет большое значение при расчете характеристик взаимодействия: чем ближе препятствие к телу, тем существеннее проявляется его влияние на эти величины. В некоторых случаях зависимость максимальной вертикальной составляющей силы от вертикального размера неровности имеет немонотонный характер. Результаты исследования влияния положения тела над протяженной впадиной показывают, что горизонтальная составляющая силы уменьшается в случае расположения тела над глубоководной частью и ее минимум достигается при положении вблизи дальней “стенки” впадины.

Оценки суммарной горизонтальной силы воздействия волны на тело, полученные с использованием SGN-модели, практически во всех рассмотренных случаях предельно близки к результатам, полученным с использованием “эталонной” Pot-модели. Значение вертикальной компоненты силы в большей степени зависит от порядка гидродинамической аппроксимации модели. Так, отличия от результатов, полученных по “эталонной” Pot-модели, проявляются по мере уменьшения длины неровности дна относительно длины набегающей на тело волны. Это отчетливо видно в случае, когда горизонтальный размер неровности составляет 1/4 длины набегающей на тело волны. При расчете в рамках NSWE-модели взаимодействовать с телом может волна с вертикальным передним фронтом, что существенно увеличивает горизонтальную составляющую суммарной волновой силы, однако не оказывает влияния на максимальное значение вертикальной составляющей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гусев О. И., Скиба В. С., Хакимзянов Г. С., Чубаров Л. Б.** Моделирование взаимодействия длинных волн с берегом и прибрежными конструкциями // Нелинейные волны — 2022: Тез. докл. Всерос. конф. с международным участием, Новосибирск, 2–4 марта 2022 г. С. 17. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: http://conf.nsc.ru/files/conferences/nw2022/683984/Abstracts.pdf. Новосибирск: Ин-т гидродинамики, 2022.
2. **Пелиновский Е. Н.** Гидродинамика волн цунами. Н. Новгород: Ин-т прикл. физики РАН, 1996.
3. **Gusev O. I., Khakimzyanov G. S., Chubarov L. B.** Numerical investigation of the wave force on a partially immersed rectangular structure: Long waves over a flat bottom // Ocean Engng. 2021. V. 221. 108540.
4. **Коробкин А. А.** Фундаментальное решение задачи Коши — Пуассона для бассейна с неровным дном // ПМТФ. 1990. № 2. С. 40–47.
5. **Коробкин А. А., Стурова И. В.** Плоская задача Коши — Пуассона для бассейна с плавно меняющимся дном. Примеры численных расчетов // ПМТФ. 1990. № 3. С. 54–60.
6. **Dingemans M. W.** Water wave propagation over uneven bottoms. Singapore: World Sci., 1997. (Adv. ser. on ocean engng; V. 13).
7. **Букреев В. И.** Ондулярный прыжок при обтекании открытым потоком порога в канале // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 4. С. 40–47.
8. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Волны за ступенькой в открытом канале // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 1. С. 62–70.
9. **Хажоян М. Г., Хакимзянов Г. С.** Численное моделирование обтекания ступеньки потоком идеальной несжимаемой жидкости // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 6. С. 17–22.
10. **Sundar V.** Ocean wave dynamics for coastal and marine structures. Singapore: World Sci., 2021. (Adv. ser. on ocean engng; V. 52).
11. **Lu X., Wang K.-H.** Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical-numerical approach // Ocean Engng. 2015. V. 109. P. 691–704.
12. **Chen Y.-H., Wang K.-H.** Experiments and computations of solitary wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders // J. Ocean Engng Marine Energy. 2019. V. 5, N 2. P. 189–204.
13. **Li Y., Lin M.** Wave-body interactions for a surface-piercing body in water of finite depth // J. Hydrodynamics. 2010. V. 22, N 6. P. 745–752.
14. **Камынин Е. Ю., Максимов В. В., Нуднер И. С. и др.** Исследование взаимодействия уединенной волны с частично погруженным неподвижным сооружением // Фундам. и прикл. гидрофизика. 2010. № 4. С. 39–54.
15. **Нуднер И. С., Семенов К. К., Хакимзянов Г. С., Шокина Н. Ю.** Исследование взаимодействия длинных морских волн с сооружениями, защищенными вертикальными экранами // Фундам. и прикл. гидрофизика. 2017. Т. 10, № 4. С. 31–43.
16. **Lin P.** A multiple-layer σ-coordinate model for simulation of wave-structure interaction // Comput. Fluids. 2006. V. 35, N 2. P. 147–167.
17. **Khakimzyanov G.** Dispersive shallow water waves. Theory, modeling, and numerical methods / G. Khakimzyanov, D. Dutykh, Z. Fedotova, O. Gusev. Basel: Birkhäuser, 2020. (Lecture notes in geosystems mathematics and computing).
18. **Khakimzyanov G. S., Dutykh D.** Long wave interaction with a partially immersed body. Pt 1. Mathematical models // Comm. Comput. Phys. 2020. V. 27, N 2. P. 321–378.

19. **Khakimzyanov G. S., Dutykh D., Gusev O. I.** Long wave interaction with a partially immersed body. Pt 2. Numerical results // arXiv:2204.08210v1 [physics.flu-dyn]. 2022. DOI: 10.48550/arXiv.2204.08210.
20. **Khakimzyanov G., Dutykh D.** Numerical modelling of surface water wave interaction with a moving wall // Comm. Comput. Phys. 2018. V. 23, N 5. P. 1289–1354.
21. **Гусев О. И., Хакимзянов Г. С., Чубаров Л. Б., Дутых Д.** Оценки влияния частотной дисперсии на характеристики взаимодействия уединенных волн с плоским береговым склоном // ПМТФ. 2021. Т. 62, № 4. С. 114–123.

Поступила в редакцию 30/V 2022 г.,
после доработки — 23/VI 2022 г.
Принята к публикации 27/VI 2022 г.