Теплофизика и аэромеханика, 2022, том 29, № 2

УДК 533.2

Управление смешением потоков газа

А.Ф. Латыпов

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Проведенное исследование показало, что для увеличения эффективности смешения (увеличения полного давления смеси) необходимо расширять сечение высоконапорного потока газа. Установлено, что при распределенном и одноступенчатом смешении потоков совершенного газа параметры смеси одинаковы, однако целесообразно распределенное (многоступенчатое — конечномерный аналог) смешение, т.к. при этом доступно управление течением для соблюдения условия существования стационарного течения в канале.

Ключевые слова: поток газа, распределенное и одноступенчатое смешение, энтропия.

В 1961 году академиком С.А. Христиановичем в применении к газовым эжекторам был предложен способ распределенного по длине канала ввода высоконапорного газа. С использованием этой идеи Б.А. Урюков разработал теорию газовых эжекторов, названных дифференциальными. Расчеты показали увеличение давления торможения в конце камеры смешения такой схемы по сравнению с одноступенчатым эжектором [1]. Однако сравнение проводилось при неадекватных условиях. Приведенные в реферате причины эффективности многоступенчатой схемы эжектора имели не вполне ясную формулировку. Также отсутствовало математическое обоснование. Целью настоящей работы является выяснение причины возможной эффективности распределенного смешения. Вначале приводятся необходимые формулы и соотношения для течений газа в канале при принятых допущениях: газы совершенны, параметры потока в каждом сечении равномерны.

1. Введем функцию удельного полного импульса:

$$r = \frac{mV + pF}{m} = V + \frac{RT}{V}. \tag{1}$$

2. Вычислим дифференциал функции r при условии $h_0 = \text{const}$:

$$\left.\begin{aligned} & dr = V\left(1 - \frac{1}{\gamma \mathrm{M}^2}\right)\frac{dV}{V} + \frac{V}{\gamma \mathrm{M}^2}\frac{dT}{T} \\ & \frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\mathrm{M}^2\frac{dV}{V} = 0 \end{aligned}\right\} \to dr = \left(1 - \frac{1}{\mathrm{M}^2}\right)\frac{dV}{\gamma}. \tag{2}$$

При числе Маха M = 1 удельный полный импульс принимает минимальное значение — $r_{\min} = a_*(\gamma+1)/\gamma$ (a_* — критическая скорость звука).

3. Для определения значений параметров потока газа T, p, V, ρ в каком-либо сечении канала при заданных значениях $h_0, r, m/F$ имеем систему уравнений, состоящую из уравнений энергии, импульса, неразрывности и состояния:

$$h + \frac{V^2}{2} = g_1 = h_0, \quad V + \frac{RT}{V} = g_2 = r, \quad \rho V = g_3 = m/F, \quad p = \rho RT. \tag{3}$$

Система уравнений (3) имеет аналитическое решение:

$$V = \frac{\gamma}{\gamma+1} r \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{r_{\min}}{r}\right)^2}\right), \quad T = T_0 - \frac{V^2}{2c_p}, \quad p = \frac{RT}{V} \cdot \frac{m}{F}. \tag{4}$$

Верхний знак в записи «$\pm$» соответствует сверхзвуковому течению, нижний — дозвуковому.

4. На рис. 1 представлена схема смешения двух потоков совершенного газа, параметры которых маркируются индексами W (высоконапорный поток) и G (низконапорный поток), параметры смеси — индексом S. Далее потоки будем называть по их маркерам. Рассматриваются течения, в которых скорость потока W равна или больше скорости звука, а давление газа больше давления газа в потоке G. Перед смешением сечение высоконапорного потока может изменяться на величину δf.

5. Сравним параметры смеси для двух вариантов смешения: когда $\delta f = 0$ и когда $\delta f \neq 0$, $|\delta f / F_{W0}| \ll 1$. Введем обозначения: $\bar{m}_W = m_W / m_G$, $\bar{F}_W = F_W / F_G$, $m_S = m_G + m_W$. Уравнения смешения имеют вид (3), где в соответствии с принятыми маркировками параметры в левой части и уравнения состояния снабжаются индексом S, а правые части перепишутся с учетом введенных выше обозначений. Тогда для первого варианта получим:

$$\begin{aligned}
g_1 &= h_{0S} = \frac{m_W h_{0W} + m_G h_{0G}}{m_S} = \frac{\bar{m}_W h_{0W} + h_{0G}}{1 + \bar{m}_W}, \\
g_2 &= r_S = \frac{m_W r_W + m_G r_G}{m_S} = \frac{\bar{m}_W r_W + r_G}{1 + \bar{m}_W}, \\
g_3 &= \frac{m_S}{F_S} = \frac{m_W + m_G}{F_W + F_G} = \frac{1 + \bar{m}_W}{1 + \bar{F}_W} \frac{p_G V_G}{R_G T_G}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Для второго варианта различие будет лишь во втором уравнении:

$$\begin{aligned}
g_2 = r_S &= \frac{m_W r_W + m_G r_G + p_W \delta f}{m_S} = \\
&= \frac{1}{1 + \bar{m}_W} \left[\bar{m}_W \left(r_W + \frac{R_W T_W}{V_W} \frac{\delta f}{F_W} \right) + r_G \right].
\end{aligned} \tag{6}$$

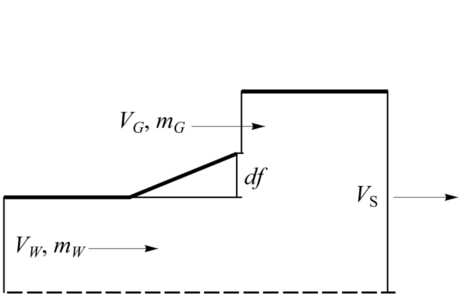

Рис. 1. Схема смешения.

Вычтем из уравнений второго варианта соответствующие уравнения первого варианта. Получим уравнения в вариациях для определения разностей значений параметров:

$$\begin{gathered}
\frac{\delta T_{\mathrm{S}}}{T_{\mathrm{S}}}+(\gamma_{\mathrm{S}}-1)\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2\frac{\delta V_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}=0, \quad \frac{\delta T_{\mathrm{S}}}{T_{\mathrm{S}}}+\left(\gamma_{\mathrm{S}}\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2-1\right)\frac{\delta V_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}=\gamma_{\mathrm{S}}\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2\frac{\delta r_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}},\\
\frac{\delta p_{\mathrm{S}}}{p_{\mathrm{S}}}=\frac{\delta T_{\mathrm{S}}}{T_{\mathrm{S}}}-\frac{\delta V_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}-\frac{\delta F_{\mathrm{S}}}{F_{\mathrm{S}}}, \quad F_{\mathrm{S}}=F_W+F_G, \quad \delta F_{\mathrm{S}}=\delta f,\\
\delta r_{\mathrm{S}}=\frac{p_W\delta f}{m_{\mathrm{S}}}=\frac{p_{\mathrm{S}}F_{\mathrm{S}}}{\rho_{\mathrm{S}}F_{\mathrm{S}}V_{\mathrm{S}}}\cdot\frac{p_W}{p_{\mathrm{S}}}\cdot\frac{\delta f}{F_{\mathrm{S}}}=\frac{R_{\mathrm{S}}T_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}\cdot\frac{p_W}{p_{\mathrm{S}}}\cdot\frac{\delta f}{F_{\mathrm{S}}}.
\end{gathered} \tag{7}$$

Из 1-го и 2-го уравнений системы (7) получаем

$$\delta V_{\mathrm{S}}=\frac{\gamma_{\mathrm{S}}\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2}{\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2-1}\delta r_{\mathrm{S}}. \tag{8}$$

Значения dT_{S}, dp_{S} определяются из 1-го и 3-го уравнений системы (7). Теперь можем вычислить разность энтропий:

$$\begin{aligned}
\delta\overline{\mathrm{s}}&=\frac{\gamma_{\mathrm{S}}}{\gamma_{\mathrm{S}}-1}\frac{\delta T_{\mathrm{S}}}{T_{\mathrm{S}}}-\left[\frac{\delta T_{\mathrm{S}}}{T_{\mathrm{S}}}-\frac{\delta V_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}-\frac{\delta F_{\mathrm{S}}}{F_{\mathrm{S}}}\right]=\frac{1}{\gamma_{\mathrm{S}}-1}\frac{\delta T_{\mathrm{S}}}{T_{\mathrm{S}}}+\frac{\delta V_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}+\frac{\delta F_{\mathrm{S}}}{F_{\mathrm{S}}}=\\
&=-\left(\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2-1\right)\frac{\delta V_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}+\frac{\delta F_{\mathrm{S}}}{F_{\mathrm{S}}}=-\gamma_{\mathrm{S}}\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2\frac{\delta r_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}}+\frac{\delta F_{\mathrm{S}}}{F_{\mathrm{S}}}=\\
&=-\gamma_{\mathrm{S}}\mathrm{M}_{\mathrm{S}}^2\frac{R_{\mathrm{S}}T_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}^2}\frac{p_W}{p_{\mathrm{S}}}\frac{\delta f}{F_{\mathrm{S}}}+\frac{\delta F_{\mathrm{S}}}{F_{\mathrm{S}}}=\left[1-\frac{p_W}{p_{\mathrm{S}}}\right]\frac{\delta f}{F_{\mathrm{S}}}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Из (9) следует, что для повышения эффективности смешения (увеличения полного давления смеси) целесообразно расширение высоконапорного потока газа, так как $p_G < p_{\mathrm{S}} < p_W$.

6. Процесс смешения газов состоит из расширения высоконапорного газа, сжатия низконапорного газа и теплообмена. В изначально неравновесном состоянии газа в некотором объеме равновесие по давлению достигается значительно быстрее, чем равновесие по температуре [2]. Поэтому постулируется следующая схема смешения: высоконапорный газ расширяется, при этом его работа расходуется на сжатие низконапорного газа, затем реализуется теплообмен. Сходная схема была принята для расчета сверхзвуковых эжекторов [3, 4]. В общем случае расширение и сжатие газа сопровождаются необратимыми процессами. Зададим значения энергий диссипации как доли от полезной работы расширения и внешней работы сжатия:

$$dq_W=-\xi_W\frac{dp}{\rho}, \quad dq_G=\xi_G dh.$$

Из уравнений энергий получим

$$\begin{gathered}
-\xi_W\frac{dp}{\rho}=dh-\frac{dp}{\rho}, \quad \eta_W=1-\xi_W, \quad \frac{dp}{p}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{1}{\eta_W}\frac{dT}{T},\\
\xi_G dh=dh-\frac{dp}{\rho}, \quad \eta_G=1-\xi_G, \quad \frac{dp}{p}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_G\frac{dT}{T},
\end{gathered} \tag{10}$$

здесь η_W, η_G — коэффициенты полезного действия расширения и сжатия. Проинтегрировав итоговые дифференциальные уравнения, получим алгебраические соотношения между температурами и давлениями для расширения и сжатия:

$$\frac{p_W}{p_S}=\left(\frac{T_W}{T_{W1}}\right)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)\cdot\eta_W}},\quad \frac{p_S}{p_G}=\left(\frac{T_{G1}}{T_G}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_G}. \tag{11}$$

Дополняя уравнения (11) уравнениями энергии

$$\begin{gathered} m_W\left(h_{0W}-h_{W1}\right)=m_G\left(h_{G1}-h_{0G}\right), \\ m_W h_{0W}+m_G h_{0G}=m_S h_{0S}, \end{gathered} \tag{12}$$

получим систему уравнений для определения параметров смешения. Температура смеси не зависит от способа смешения, давление зависит от значений коэффициентов полезного действия η_W, η_G. При $\eta_W=\eta_G=1$ давление смеси достигает максимального значения. Значение $\eta_W=0$ соответствует дросселированию высоконапорного газа до давления низконапорного газа. Таким образом, вариации значений η_W, η_G перекрывают весь возможный диапазон значений давления смеси.

7. Пусть заданы значения коэффициентов η_W, η_G. Из решения системы (11) и (12) получим значение давления p_S и температур T_{W1}, T_{G1}. Рассмотрим далее следующий вариант смешения. Примем, что на некотором начальном участке $\left[p_W,\, p_j\right]$ расширение осуществляется с коэффициентом полезного действия $\eta_{Wj}>\eta_W$. Вычислим значение температуры высоконапорного газа при расширении до давления p_S:

$$\begin{gathered} \frac{p_W}{p_j}=\left(\frac{T_W}{T_j}\right)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)\cdot\eta_{Wj}}},\quad \frac{p_j}{p_S}=\left(\frac{T_j}{T_{Wj}}\right)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)\eta_W}}, \\ \left(\frac{p_W}{p_S}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_W}=\left(\frac{T_W}{T_j}\right)^{\frac{\eta_W}{\eta_{Wj}}}\left(\frac{T_j}{T_{Wj}}\right)=\left(\frac{T_W}{T_{W1}}\right), \\ \frac{T_{Wj}}{T_{W1}}=\left(\frac{T_j}{T_W}\right)^{1-\frac{\eta_W}{\eta_{Wj}}}. \end{gathered} \tag{13}$$

Из условия $\eta_{Wj}>\eta_W$ следует, что $T_{Wj}<T_{W1}$ при любом значении $T_j<T_W$. Таким образом, в этом случае работа расширения оказывается больше, чем это необходимо для сжатия низконапорного газа до равновесного давления p_S, реализуемого при значении $\eta_{Wj}=\eta_W$. Давление смеси может быть увеличено. Таким образом, введение участка расширения с увеличенным значением коэффициента полезного действия расширения приводит к увеличению эффективности смешения вследствие меньшего приращения энтропии на участке $\left[p_W,\, p_j\right]$:

$$\Delta\bar{s}_j=\frac{\Delta s_j}{R}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{T_j}{T_W}-\ln\frac{p_j}{p_W}=-\left(1-\eta_{Wj}\right)\ln\frac{p_j}{p_W}<-\left(1-\eta_W\right)\ln\frac{p_j}{p_W}. \tag{14}$$

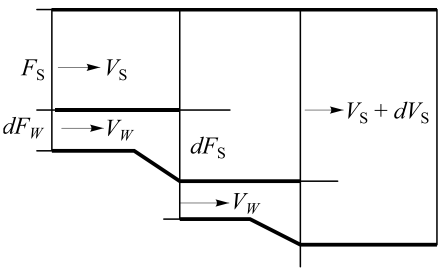

Рис. 2. Схема распределенного смешения.

Расширение высоконапорного газа при взаимодействии с низконапорным газом сопровождается увеличением энтропии, например, вследствие наличия сил вязкости и, следовательно, коэффициент полезного действия меньше единицы $\eta_W < 1$. Предварительное расширение $\delta f > 0$ в канале осуществляется практически изоэнтропически. Поэтому постулированная модель смешения поясняет эффективность предварительного расширения высоконапорного газа.

8. Приведенные выше формулы справедливы при произвольных соотношениях массовых расходов смешивающихся потоков газа. Рассмотрим два предельных случая: первый — бесконечно малые порции высоконапорного потока газа подмешиваются к газу в канале (распределенное смешение), второй — газы смешиваются в одноступенчатом режиме. Схема первого случая представлена на рис. 2. Для определения параметров смешения газов в первом случае запишем уравнения законов сохранения в дифференциальной форме. Введем параметр $x \in [0, 1]$ — аналог продольной координаты канала — и будем считать, что газ вводится в канал равномерно по длине. Тогда получим:

$$\begin{aligned}
&m_S h_{0S} + dm_W h_{0W} = \left(m_S + dm_W\right)\left(h_{0S} + dh_{0S}\right),\\
&m_S r_S + dm_W r'_W = \left(m_S + dm_W\right)\left(r_S + dr_S\right),\\
&dm_W = m_{W0}dx,\\
&\rho_S V_S F_S + dm_W = \left(\rho_S + d\rho_S\right)\left(V_S + dV_S\right)\left(F_S + dF_S\right),\\
&p_S = \rho_S R T_S,\\
&dF_W = F_{W0}dx,\ \ \Delta f_W = dF_W\left(k-1\right),\\
&dF_S = dF_W + \Delta f_W = dF_W k,\\
&F_S = F_{S0} + F_{W0}kx = F_G + F_{W0}kx,
\end{aligned} \tag{15}$$

здесь r'_W — полный удельный импульс потока W после расширения. Вместо расширения сечения трубки, в которой течет высоконапорный газ, целесообразно задавать число Маха M'_W, т.к. параметры r'_W, Δf_W легко определяются по известным формулам. Приводить их здесь нет необходимости. Перепишем систему уравнений (15) в развернутом виде:

$$\begin{aligned}
&\frac{dT_S}{T_S dx} + \left(\gamma_S - 1\right)\mathrm{M}_S^2 \frac{dV_S}{V_S dx} = \frac{h_{0W} - h_{0S}}{c_{pS}T_S}\cdot\frac{d\bar{m}_W}{\bar{m}_S dx},\\
&\frac{dT_S}{T_S dx} + \left(\gamma_S \mathrm{M}_S^2 - 1\right)\frac{dV_S}{V_S dx} = \gamma_S \mathrm{M}_S^2 \frac{dr_S}{dx},\\
&\frac{dr_S}{dx} = \left(r'_W - r_S\right)\frac{dm_W}{m_S dx},\\
&\frac{dp_S}{p_S dx} = \frac{d\bar{m}_W}{\bar{m}_S dx} + \frac{dT_S}{T_S dx} - \frac{dV_S}{V_S dx} - \frac{d\bar{F}_S}{\bar{F}_S dx},
\end{aligned} \tag{16}$$

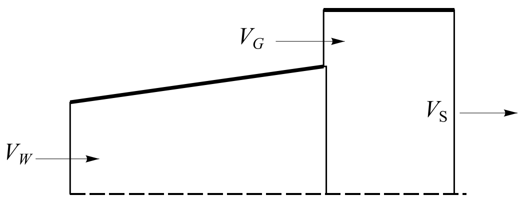

Рис. 3. Схема одноступенчатого смешения.

$$\bar{F}_W = \bar{F}_{W0}x, \quad \bar{F}_S = 1 + \bar{F}_W k,$$

$$\frac{d\bar{F}_S}{dx} = \bar{F}_{W0}k, \quad \bar{m}_S = 1 + \bar{m}_W = 1 + \bar{m}_{W0}x,$$

$$\frac{d\bar{m}_W}{dx} = \bar{m}_{W0}, \quad 0 \le x \le 1.$$

Начальные значения следующие: $x = 0$, $T_S = T_W$, $p_S = p_W$, $r_S = r_W$. Путем интегрирования системы уравнений (16) получаем значения параметров смеси $T_{S1}, p_{S1}, V_{S1}, r_{S1}, F_{S1}$.

Схема второго случая представлена на рис. 3. Сначала высоконапорный поток газа расширяется до значения полного удельного импульса r_{W2}, удовлетворяющего условию:

$$r_{S2} = \frac{\bar{m}_{W0} r_{W2} + r_G}{1 + \bar{m}_{W0}} = r_{S1}.$$

Таким образом, значения правых частей системы уравнений (3) для обоих случаев равны, поэтому решения идентичны. Распределенное смешение и одноступенчатое смешение дают одинаковый результат. Однако необходимо реализовывать распределенное (многоступенчатое — конечномерный аналог) смешение, т.к. при этом доступно управление течением для соблюдения условий существования стационарного течения в каналах [5].

Обозначения

T — температура, K,
p — давление, Н/м^2,
ρ — плотность, кг/м^3,
V — скорость, м/с,
M — число Маха,
m — массовый расход, кг/с,
F — площадь поперечного сечения потока, м^2,
h — энтальпия, Дж/кг,
R — газовая постоянная, Дж/(кг·град),
c_p — теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·град),
γ — показатель адиабаты,
$\bar{s} = s/R$ — нормированная энтропия,
m_{W0} — начальный расход высоконапорного потока, кг/с,
F_{W0} — начальная площадь сечения высоконапорного потока, м^2,
k — степень расширения трубки тока высоконапорного потока.

Индексы

0 — параметры торможения, G — низконапорный поток, W — высоконапорный поток,

Список литературы

1. **Урюков Б.А.** Теория дифференциального эжектора // Прикл. механика и техн. физика. 1963. № 5. С. 41–47.
2. **Замураев В.П., Латыпов А.Ф.** К вопросу об измерении давления при нестационарных процессах // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 1. С. 114–122.
3. **Христианович С.А.** О расчете эжектора // Механика сплошной среды. М.: Наука, 1981. С. 265–282.
4. **Абрамович Г.Н.** Газовые эжекторы // Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. С. 438–515.
5. **Латыпов А.Ф.** Условие существования стационарного течения в канале переменного сечения при подводе тепла и диссипации кинетической энергии // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38, вып. 22. С. 21–27.

Статья поступила в редакцию 21 сентября 2021 г.,
после доработки — 28 ноября 2021 г.,
принята к публикации 14 декабря 2021 г.