

существенно расширить профиль пучка, как это видно из вариантов, отвечающих значениям  $x_0/a' \geq 1$ .

В инжекторе, примененном в [2], расстояние между сеточными электродами  $H = 1,4$  см. Сеточный диод, формирующий первичный пучок протонов, работал при токе, определяемом законом "трех — вторых", когда граница плазмы расположена в плоскости катодной сетки и протоны рассеивались в основном нитями второго сеточного электрода [3]. Шаг нитей  $s = 0,225$  мм, а диаметр  $d = 0,05$  мм. Напряжение между электродами  $U = 7,5$  кВ. Радиус апертуры датчика  $x_0 = 8$  мм. В этом случае величина  $x_0/a'$  с учетом неравенства  $r/\sin \alpha \doteq r \operatorname{ctg} \alpha = b + cr < b$  удовлетворяет условию

$$x_0/a' > (16/3)[H/(s-d)](x_0/b)\sqrt{V/U} \approx 14.$$

Как видно из рис. 12, при  $x_0/a' > 14$  обе проекции профиля пучка, взятые при  $\omega = 0$  и  $\pi/2$ , очень близки к кривым без рассеяния, когда  $x_0/a' = \infty$ , и поэтому практически совпадают. Следовательно, рассеяние на сетках несущественно на фоне температурного разброса поперечных скоростей частиц. Проведенный расчет позволяет уточнить условия, необходимые для формирования пучков с высокой степенью аксиальной симметрии, полученных в экспериментах на высоковольтном ускорителе протонов [2].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гетманов В.Н., Савченко О.Я. Применение плазменного эмиттера, стабилизированного сеткой, в системе формирования высокоэнергетического пучка протонов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физические исследования. — 1989. — Вып. 5/5. — С. 24—29.
2. Баткин В.И., Гетманов В.Н., Икрянов И.М., Савченко О.Я. Импульсный ускоритель протонов с регулируемым током // ПТЭ. — 1991. — № 2. — С. 27—31.
3. Гетманов В.Н., Савченко О.Я. Распределение плотности тока в пучке высоковольтного ускорителя протонов // ПТЭ. — 1992. — № 5. — С. 34—40.
4. Гетманов В.Н. Распределение плотности тока в пучке дугового источника протонов // ПМТФ. — 1991. — № 1. — С. 3—8.
5. Гетманов В.Н. Малогабаритный датчик тока и профиля пучка импульсного ускорителя протонов // ПТЭ. — 1985. — № 1. — С. 39—43.
6. Иванов В.Я. Автоматизация машинного проектирования приборов электроники. — Новосибирск, 1977. — (Препр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ВЦ; № 40).

г. Новосибирск

Поступила 21/VI 1993 г.

УДК 583.4 + 533.95

С.В. Станкевич, Г.А. Швецов

#### ПРЕДЕЛЬНЫЕ СКОРОСТИ ПРИ УСКОРЕНИИ ПЛАСТИН МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Задача об ускорении проводящих листов магнитным полем исследовалась многими авторами. Так, в [1—6] аналитическими и численными методами изучались предельные скорости металлических тел при индукционном и кондукционном ускорении. Не останавливаясь на деталях, отметим, что аналитическое описание в этих работах выполнено при введении большого числа упрощающих предположений, сужающих область применения полученных результатов; в то же время результаты, найденные при использовании достаточно полных моделей в численных исследованиях, имеют еще более узкую область применения в силу использования ограниченного набора

© С.В. Станкевич, Г.А. Швецов, 1994

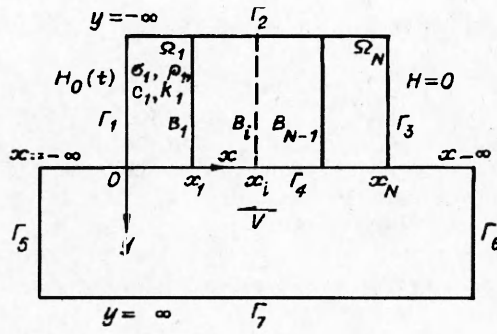


Рис. 1

ются одно- и двумерная задачи применительно к индукционным и кондукционным ускорителям проводящих тел. Для одномерного случая получены формулы, связывающие максимально допустимую листом скорость и кинетическую энергию с ускоряемой массой и дистанцией ускорения.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу ускорения проводящего листа конечной толщины  $d$ , состоящего из  $N$  слоев различных металлов с толщинами  $\Delta x_i$  ( $\sum_{i=1}^N \Delta x_i = d$ ), давлением нестационарного магнитного поля  $H_0(t)$ .

Один из торцов листа скользит по поверхности токонесущего рельса (рис. 1) в направлении  $x$  со скоростью  $V(t)$ , образуя с поверхностью рельса  $\Gamma_4$  идеальный металлический контакт. Будем считать, что размер листа не ограничен в направлении  $-y$ , а рельс не ограничен в направлении  $-x$  и  $x$ , кроме того, вся система бесконечна в направлении  $z$ , перпендикулярном плоскости рисунка, т.е. магнитное поле в этой задаче имеет одну компоненту  $H_z$  и зависит только от двух координат:  $x, y$  (в дальнейшем индекс  $z$  у поля  $H$  опустим).

Во время процесса ускорения магнитное поле постепенно диффундирует в лист, в результате чего его температура  $T$  возрастает и может превысить температуру плавления  $l$ -го слоя или даже его температуру испарения; при этом возможны разрушение ускоряемого тела и/или потеря металлического контакта с переходом к режиму ускорения с электродуговым контактом. Потребуем, чтобы в процессе ускорения максимальные значения температуры в каждом из слоев не превышали критических (плавления или испарения) для этих слоев значений  $T_i^*$ . Скорость листа, при которой в некотором слое температура достигнет критического значения, назовем предельной скоростью для данного режима ускорения. При расчете распределения температуры в ускоряемом листе и рельсе учтем также перенос энергии за счет теплопроводности и будем считать, что каждая из подобластей  $\Omega_i$  задачи характеризуется постоянными:  $\rho_i$  — плотностью,  $c_i$  — теплоемкостью,  $k_i$  — теплопроводностью,  $\sigma_i$  — электропроводностью.

Поставленная задача описывается системой дифференциальных уравнений, записанной в системе отсчета, связанной с движущимся проводящим листом:

$$(1.1) \quad \mu \left( \frac{\partial H}{\partial t} - V \frac{\partial H}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H}{\partial y} \right),$$

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} - V \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{1}{\sigma} \left( \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right).$$

Граничные и начальные условия имеют вид

$$(1.2) \quad \frac{\partial H}{\partial n} \Big|_{\Gamma_5} = H \Big|_{\Gamma_{3,6,7}} = \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{1,2,3,5,6,7}} = 0, \quad H \Big|_{\Gamma_1} = H_0(t),$$

начальных данных, определяющих динамику ускорения, не позволяющих сделать вывод о предельных возможностях ускорения твердых тел магнитным полем.

В настоящей работе анализируются предельные кинематические характеристики одно- и многослойных проводящих листов при ускорении нестационарным магнитным полем и их зависимости от ускоряемой массы и от пути ускорения. Рассматриваются

$$T(x, y, 0) = T_0, \quad H(x, y, 0) = 0.$$

В уравнениях (1.1) скорость  $V$  отлична от нуля только в области рельсов  $y \geq 0$ ;  $\rho, c, k, \sigma$  — кусочно-постоянные функции  $x, y$ ;  $\mu$  — магнитная проницаемость вакуума. На внутренних границах слоев  $B_i$  и контактной границе  $\Gamma_4$ , где терпят разрыв свойства среды, необходимо задавать условия сопряжения: непрерывность температур, магнитных полей, тепловых потоков и тангенциальных составляющих электрических полей, т.е.

$$(1.3) \quad [T] = [H] = \left[ k \frac{\partial T}{\partial n} \right] = \left[ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H}{\partial n} \right] = 0 \quad \text{на } \Gamma_4, B_i, i = 1, \dots, N-1.$$

Здесь и в (1.2)  $n$  — единичный вектор, нормальный к границам  $\Gamma_i, B_i$ . Запишем уравнения движения для тела:

$$(1.4) \quad M \frac{dV}{dt} = \frac{\mu H_0^2(t)}{2}, \quad V = \frac{dL}{dt};$$

$$(1.5) \quad M = \sum_{i=1}^N \rho_i \Delta x_i$$

( $M$  — масса ускоряемого листа на единицу площади,  $L$  — расстояние, пройденное листом в процессе ускорения).

Запишем систему уравнений (1.1) — (1.5) в безразмерном виде. Для этого введем безразмерные переменные  $\eta, \xi, \tau, \theta, h, v, l, m, \tilde{\sigma}, \tilde{\rho}, \tilde{c}, \tilde{k}$ , связанные с размерными переменными соотношениями

$$(1.6) \quad x = x_s \xi, \quad y = y_s \eta, \quad t = t_s \tau, \quad H = H_s h, \quad M = M_s m, \quad V = V_s v, \\ L = x_s l, \quad \sigma = \sigma_s \tilde{\sigma}, \quad \rho = \rho_s \tilde{\rho}, \quad c = c_s \tilde{c}, \quad k = k_s \tilde{k}, \quad T = T_0 + T_s \theta.$$

В качестве масштабов  $\sigma_s, \rho_s, c_s, k_s$  выберем значения этих величин в первом слое:  $\sigma_1, \rho_1, c_1, k_1$ . Кроме того, если потребовать выполнения соотношений между масштабами преобразований  $H_s, T_s, x_s, V_s, t_s, M_s$

$$(1.7) \quad \frac{\mu H_s^2}{\rho_1 c_1 T_s} = 1, \quad \frac{t_s}{\mu \sigma_s x_s^2} = 1, \quad \frac{M_s}{\rho_1 x_s} = 1, \quad \frac{x_s}{t_s V_s} = 1, \quad \frac{\mu H_s^2}{2 \rho_1 V_s^2} = v_0$$

и обозначить  $h_0(\tau) = H_0(t_s \tau) / H_s, \gamma = k_1 \mu_1 \sigma_1 / \rho_1 c_1$ , то система уравнений (1.1) — (1.5) может быть преобразована к безразмерной системе дифференциальных уравнений:

$$(1.8) \quad \frac{\partial h}{\partial \tau} - v \frac{\partial h}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\tilde{\sigma}} \left( \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\tilde{\sigma}} \left( \frac{\partial h}{\partial \eta} \right) \right), \\ \tilde{\rho} \tilde{c} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \tilde{k} \gamma \left( \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \tilde{k} \gamma \left( \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{1}{\tilde{\sigma}} \left( \left( \frac{\partial h}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial \eta} \right)^2 \right).$$

Здесь

$$(1.9) \quad v = \frac{v_0}{m} \int_0^{\tau} h_0^2(\tau) d\tau, \quad l = \frac{v_0}{m} \int_0^{\tau} \left( \int_0^{\tau} h_0^2(\tau) d\tau \right) d\tau, \quad m = \sum_{i=1}^N \tilde{\rho}_i \Delta \xi_i.$$

Граничные условия и условия сопряжения полей аналогичны (1.2), (1.3). Параметр  $v_0$  в последнем соотношении (1.7) может иметь произвольное значение (в том числе и единичное) и будет использован в дальнейшем только для более простого перехода к одномерной задаче.

Шесть масштабных коэффициентов ( $H_s, T_s, x_s, V_s, t_s, M_s$ ) связаны пятью уравнениями, следовательно, в общем случае только один коэффициент можно задать произвольно, а все остальные выразить через него, используя соотношения (1.7). Возьмем в качестве произвольно задаваемого ко-

эфициента  $T_j$  и выберем его таким, чтобы для произвольного момента времени  $\tau'$  решение системы уравнений (1.8) соответствовало такому реальному физическому процессу, в котором в слое  $j$  в момент времени  $t' = t\tau'$  достигается температура, равная критической для этого слоя температуре  $T_j^*$ , а для остальных слоев выполняются соотношения

$$(1.10) \quad T_j(\tau') \max_{\xi, \eta \in \Omega_j} (\theta(\xi, \eta, \tau)) \leq T_j^* - T_0, \quad i = 1, \dots, N.$$

Если определить безразмерную критическую температуру

$$(1.11) \quad \theta^*(\tau') = \max_{i=1, N} \left\{ \left( \frac{T_i^* - T_0}{T_i^* - T_0} \right) \max_{\xi, \eta \in \Omega_i} (\hat{\theta}(\xi, \eta, \tau)) \right\}$$

и масштаб преобразования для температуры как

$$(1.12) \quad T_i(\tau') = \frac{T_i^* - T_0}{\theta^*(\tau')} = \frac{\Delta T_i^*}{\theta^*(\tau')},$$

то соотношения (1.10) будут выполняться автоматически. Отметим, что в силу определения (1.11)  $\theta^*$  — непрерывная функция  $\tau$ , но только с кусочно-непрерывной производной.

Используя (1.12), выразим  $H_j$ ,  $x_j$ ,  $V_j$ ,  $l_j$ ,  $M_j$  из (1.7) и, подставив полученные соотношения в (1.6), после некоторых преобразований находим

$$(1.13) \quad H_0(\tau) = H_T h_0(\tau) / \theta^{*1/2}(\tau');$$

$$(1.14) \quad V(\tau) = V_T (v_0 \theta^*(\tau'))^{-1/2} v(\tau);$$

$$(1.15) \quad L(\tau) = \frac{(v_0 \theta^*(\tau'))^{1/2}}{\mu \sigma_1 V_T} l(\tau);$$

$$(1.16) \quad M(\tau') = \frac{\rho_1 m (v_0 \theta^*(\tau'))^{1/2}}{\mu \sigma_1 V_T};$$

$$(1.17) \quad t(\tau) = \frac{v_0 \theta^*(\tau') \tau}{\mu \sigma_1 V_T^2};$$

$$(1.18) \quad T(\xi, \eta, \tau) = \Delta T_1^* \frac{\hat{\theta}(\xi, \eta, \tau)}{\theta^*(\tau')} + T_0;$$

$$(1.19) \quad H(\xi, \eta, \tau) = H_T \frac{h(\xi, \eta, \tau)}{\theta^*(\tau')^{1/2}},$$

где  $H_T = (\rho_1 c_1 \Delta T_1^* / \mu)^{1/2}$ ;  $V_T = (c_1 \Delta T_1^* / 2)^{1/2}$ .

Соотношения (1.13)—(1.19) будут описывать изменения соответствующих физических величин в зависимости от безразмерного времени  $\tau$ , причем в силу определений (1.11), (1.12) при  $\tau = \tau'$  температура в каком-либо из слоев достигнет критического значения, при этом скорость  $V(\tau')$  будет предельной скоростью, до которой можно ускорить проводящее тело с массой на единицу площади  $M(\tau')$  на расстоянии  $L(\tau')$ .

2. Одномерный случай. Предположим, что имеет место индукционное ускорение проводящего листа, т.е. скользящий контакт отсутствует. При этом в системе уравнений (1.8) будут отсутствовать все члены с производными по  $\eta$  и член с первой производной по  $\xi$ . лист будем считать бесконечным в направлениях  $y, z$ . Так как в этом случае скорость  $v$  не входит в уравнения (1.8), функция  $\theta^*(\tau)$  не будет зависеть от масштаба преобразования для уравнений движения  $v_0$ , что позволяет исключить  $v_0$  из уравнений (1.14)—

(1.18). Кроме того, нас будет интересовать предельная скорость, достигаемая телом на заданной дистанции ускорения; поэтому в соотношениях (1.13)–(1.19) будем считать  $\tau = \tau'$  и в дальнейшем опустим штрих у  $\tau$ .

Подставляя  $v_0$ , выраженное из (1.15), в (1.14), (1.16), имеем

$$(2.1) \quad V = V_T^{4/3} (\mu \sigma_1 L)^{1/3} I_1 I_2^{-1/3};$$

$$(2.2) \quad M = \rho_1 \left( \frac{L}{\mu^2 \sigma_1^2 V_T^2 I_2} \right)^{1/3},$$

где

$$(2.3) \quad I_1 = \frac{\int_0^\tau h_0^2(\tau) d\tau}{m^2 \theta^*(\tau)};$$

$$(2.4) \quad I_2 = \frac{\int_0^\tau \left( \int_0^\tau h_0^2(\tau) d\tau \right) d\tau}{m^4 \theta^*(\tau)}.$$

Отметим, что в случае произвольной функции  $h_0(\tau)$  входящая в выражения (2.3), (2.4) безразмерная критическая температура  $\theta^*(\tau)$  зависит как от  $\tau$ , так и от  $m$ , однако если поле на границе задано в виде степенной функции

$$(2.5) \quad h_0(\tau, n) = \tau^{n/2},$$

то можно показать, что в силу инвариантности системы (1.8) относительно преобразования  $\tau' = a^2 \tau$ ,  $\xi' = a \xi$ ,  $h' = bh$ ,  $\theta' = \bar{\sigma}^2 \theta$  и самоподобия степенной функции (т.е.  $(ax)^n = a^n x^n$ ) выражения (2.3), (2.4) будут зависеть только от отношения  $\tau/m^2$ . Это позволяет по известной функции  $\theta^*(\tau)$ , полученной в результате решения системы (1.8) при произвольном значении  $m$  и магнитном поле на границе, изменяющемся по закону (2.5), построить зависимость  $V(M, n)$  при  $L = \text{const}$ , используя (2.1)–(2.4).

Рассмотрим задачу ускорения однородной пластины с законом изменения магнитного поля на границе (2.5). В этом случае  $\theta^*$  совпадает с максимальным значением  $\theta(\xi, \tau)$ ,  $d\theta^*(\tau)/d\tau$  — непрерывная функция  $\tau$ ,  $m = \Delta \xi_1$  и может быть выбрана равной единице. Найдём максимум зависимости  $V(M)$ . Для этого вычислим производную  $dV/dM$  и приравняем ее нулю. Используя (2.1)–(2.5), получим уравнение для определения времени  $\tau_0$ , соответствующего максимуму зависимости предельной скорости  $V$  от  $M$ :

$$(2.6) \quad \tau \frac{d\theta^*}{d\tau} = \left( n + \frac{1}{2} \right) \theta^*.$$

Введем обозначения:

$$I_V(n) = I_1(\tau_0, n) I_2^{-1/3}(\tau_0, n), \quad I_M(n) = I_2^{-1/3}(\tau_0, n), \\ I_H(n) = h_0(\tau_0)/\theta^{*1/2}(\tau_0), \quad V_{\max} = V(\tau_0), \quad M_{\text{opt}} = M(\tau_0),$$

тогда из (1.2) и (1.13) имеем

$$(2.7) \quad V_{\max} = V_T^{4/3} (\mu \sigma L)^{1/3} I_V(n);$$

$$(2.8) \quad M_{\text{opt}} = \rho \left( \frac{L}{\mu^2 \sigma^2 V_T^2} \right)^{1/3} I_M(n);$$

$$(2.9) \quad H_{\text{opt}} = H_T I_H(n).$$

Значения  $I_H$ ,  $I_V$ ,  $I_M$  зависят от параметра  $\gamma$ , равного отношению температуропроводности к коэффициенту диффузии магнитного поля в металле (см.

Таблица 1

$n$	$I_H$	$I_V$	$I_M$	$\psi$
1	0,951	1,58	0,927	1,91
2	1,046	1,66	0,938	2,09
3	1,075	1,67	0,930	2,12
4	1,087	1,67	0,923	2,12
5	1,093	1,66	0,917	2,11

Таблица 2

Металл	$V_{\max}$ , км/с	$M_{\text{opt}}$ , г/см <sup>2</sup>	$d$ , мм	$H_{\text{opt}}$ , кА/см	$E$ , кДж/см <sup>2</sup>
Be	30,9	0,26	1,42	514	125
Mg	13,5	0,43	2,48	288	39
Al	15,2	0,49	1,82	346	57
Ti	7,4	5,38	11,9	557	147
V	9,5	4,36	7,16	646	197
Cr	10,2	4,16	5,79	677	216
Mn	4,6	14,3	19,2	572	155
Fe	10,8	3,23	4,1	634	190
Co	11,7	2,78	3,16	637	192
Ni	11,5	2,8	3,34	629	187
Cu	14,1	1,33	1,49	531	133
Zr	5,5	7,61	11,7	497	117
Nb	9,6	4,36	5,05	655	203
Mo	12,5	3,07	3,01	710	238
Ag	9,5	1,81	1,72	416	82
La	2,5	12,8	20,8	287	39
Hf	4,3	15,7	11,8	556	146
Ta	7,1	9,76	5,87	719	244
W	10,0	6,18	3,22	807	308
Re	6,3	15,5	7,56	814	313
Os	7,0	11,4	5,04	770	280
Ir	7,9	7,95	3,55	729	250
Pt	5,2	12,9	6,01	608	174
Au	6,0	5,06	2,62	439	91
Th	3,8	11,2	9,57	416	82
U	2,5	28,1	14,8	431	88

(1.8)), однако этой зависимостью для большинства металлов можно пренебречь, максимальная относительная погрешность при этом будет для меди, но и она не превышает 5 % (рис. 2).

В табл. 1 приведены значения  $I_H$ ,  $I_V$ ,  $I_M$  для  $n = 1, \dots, 5$ , полученные в результате численного решения системы (1.8) и уравнения (2.6) при  $\gamma = 0$ . Видно, что зависимость этих величин от  $n$ , т.е. в конечном итоге от формы токового импульса, для индукционного ускорения проводящих листов также слабая.

В табл. 2 представлены максимальные значения предельной скорости  $V_{\max}$ , оптимальной амплитуды магнитного поля  $H_{\text{opt}}$ , удельной кинетической энергии  $E$ , оптимальной массы  $M_{\text{opt}}$  на единицу площади и соответствующая этой массе толщина ускоряемого листа  $d$  для ряда металлов при длине ускорения  $L = 1$  м,  $n = 1$ ,  $\gamma = 0$  и критической температуре, равной температуре плавления для данного металла, вычисленные по формулам (2.7) — (2.9).

На рис. 2 показан полный вид зависимости предельной скорости от массы для вольфрама (кривые 1—3) и меди (кривые 4—6), а также для меди при  $\gamma = 0$ , т.е. без учета теплопроводности (кривые 7—9). Линии 1, 4, 7

соответствуют дистанции ускорения  $L = 0,5$  м, 2, 5, 8 —  $L = 1$  м и 3, 6, 9 —  $L = 2$  м при  $n = 1$ .

Отметим асимптотический выход зависимости  $V(M)$  на прямую  $V/M = \text{const}$  при малых значениях  $M$ . Такой характер зависимости отвечает приводимому в [1] решению задачи ускорения проводящих листов в приближении тонкого листа. Другой предельный случай, соответствующий большим значениям  $M$  (приближение толстого листа), можно получить, если воспользоваться известным решением задачи нагрева полубесконечного тела токовым импульсом, заданным в виде степенной функции (2.5) в пренебрежении теплопроводностью [1]:

$$(2.10) \quad \theta^* = \theta(\tau) \Big|_{\xi=0} = \tau^n \varphi(n), \quad \varphi(n) = \\ = \frac{1}{n} (\Gamma(n/2 + 1) / \Gamma(n/2 + 1/2))^2$$

( $\Gamma(x)$  — гамма-функция).

Этот случай отвечает  $M \rightarrow \infty$  и справедлив, если время ускорения пластины много меньше времени диффузии магнитного поля через лист толщиной  $d$  ( $t \ll \mu \sigma d^2$ ). Подставляя (2.10) в (2.3), (2.4), получим

$$(2.11) \quad I_1 = \frac{\tau}{m^2} \frac{1}{(n+1)\varphi(n)}, \quad I_2 = \frac{\tau^2}{m^4} \frac{1}{(n+1)(n+2)\varphi(n)}.$$

Используя (2.1), (2.2) совместно с (2.11) и исключая зависимость от  $\tau/m^2$ , имеем

$$V_\infty = V_T (\rho L \psi(n) / M)^{1/2},$$

где  $\psi(n) = (n+2) / ((n+1)\varphi(n))$ . В этом случае предельная кинетическая энергия  $E_\infty$  не зависит от  $M$ :

$$(2.12) \quad E_\infty = \frac{MV_\infty^2}{2} = \rho V_T^2 L \psi(n) = \frac{\rho c \Delta T^*}{2} L \psi(n).$$

В табл. 1 приведены значения  $\psi(n)$  для  $n = 1-5$ . Кинетическая энергия, определяемая выражением (2.12), как можно убедиться из рис. 3, является вообще максимальной кинетической энергией, которую может приобрести проводящий лист при индукционном ускорении. На рис. 3 для вольфрама изображены зависимости  $V(M)$ ,  $E(M)$  (линии 1, 4), асимптотические зависимости  $V(M \rightarrow 0)$  и  $V(M \rightarrow \infty)$  (линии 2, 3 — приближение тонкого и толстого листов соответственно), а также значение предельной кинетической энергии  $E_\infty$  (линия 5) при  $L = 1$  м,  $n = 1$ .

Приведем некоторые результаты решения задачи ускорения биметаллических листов. На рис. 4 показаны зависимости предельной скорости от массы, полученные для пары вольфрам—бериллий (W—Be) при  $L = 1$  м,  $n = 1$  и при различных соотношениях между массами слоев: 1 — Be (100%), 2 — Be (0), 3 — Be (8,2%), 4 — Be (25%), 5 — Be (36%). Видно, что значительное увеличение максимальной скорости (в данном случае  $\approx 60\%$ ) возможно, в то же время оптимальный выбор размеров слоев зависит от общей массы пластины, т.е. для каждого значения  $M$  существует соответствующее значение  $M_{\text{Be}} / M_{\text{W}}$ , при котором достигается максимальное увеличение скорости биметаллической пластины. Основываясь на этих результатах, можно поставить задачу поиска сочетаний слоев, максимизирующих

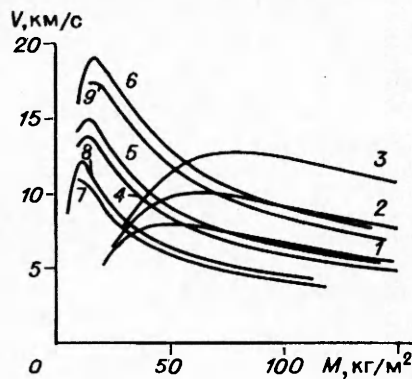


Рис. 2



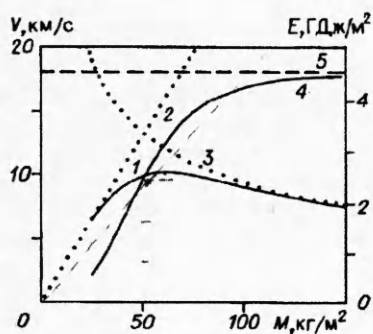


Рис. 3

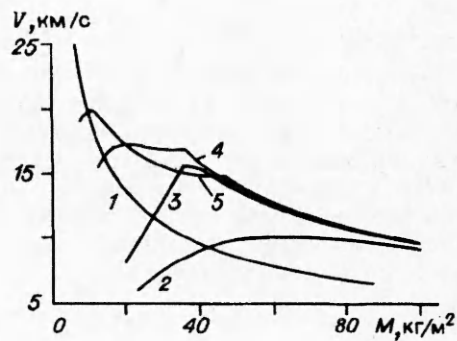


Рис. 4

предельную скорость при заданной общей массе пластины.

3. Двумерный случай. Рассмотрим результаты решения системы уравнений (1.8) при наличии движущегося металлического контакта пластины с рельсами. Пусть поле на границе по-прежнему задается функцией (2.5). Для этого случая  $\theta^*$  зависит от  $v_0$ , поэтому нельзя исключить  $v_0$  из (1.14) — (1.16). В любой момент времени  $\tau$  при заданном масштабе преобразования  $T_j$  все остальные масштабы однозначно определяются из (1.7). Для построения зависимости предельной скорости от массы необходимо решать систему уравнений (1.8) при фиксированном значении  $v_0$  и различных значениях  $m_j$ , а затем из полученного набора зависимостей  $V(m_j, \tau)$ ,  $M(m_j, \tau)$ ,  $L(m_j, \tau)$  можно путем исключения  $\tau$  построить зависимости  $V_j(L)$ ,  $M_j(L)$  при  $L = \text{const}$  и интерполировать их, например, с помощью построения сплайн-функции.

На рис. 5 показаны зависимости предельной скорости от массы (здесь и на последующих рисунках  $L = 1$  м,  $n = 1$ ) для рельсов и тела из вольфрама (W—W) — кривая 2, тело — вольфрам, рельсы — медь (W—Cu) — кривая 3, кривая 1 соответствует индукционному ускорению вольфрамового листа и приведена для сравнения. Видно значительное уменьшение максимума предельной скорости и оптимальной массы при наличии скользящего металлического контакта, хотя общий характер зависимости предельной скорости от массы качественно совпадает с характером этой зависимости, полученной для одномерного случая. При  $M \rightarrow 0$  обе зависимости (одно- и двумерная) выходят на одну и ту же прямую  $V/M = \text{const}$  для данного материала. Это связано с тем, что при ускорении очень тонких листов объемный нагрев тела вдали от области металлического контакта оказывается преобладающим, так как увеличение тепловыделения, происходящее вследствие концентрации тока в зоне скользящего металлического контакта, компенсируется теплоотводом в рельсы.

В двумерном случае скорость нагрева тела вблизи точки с максимумом температуры существенно зависит от его теплопроводности, так как эта точка

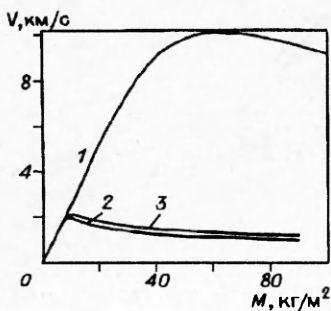


Рис. 5

находится на поверхности тела при  $x = 0$  вблизи рельсов, температура которых при достаточно больших скоростях движения мало отличается от начальной, в результате возникают значительные температурные градиенты в этой зоне и, следовательно, большие тепловые потоки из тела в рельс.

Рис. 6 иллюстрирует влияние теплопроводности. Кривые 1, 3 — зависимости предельной скорости от массы для вольфрама (при  $k = k_W$ ) и меди (при  $k = k_{Cu}$ ), 2 получена для вольфрама, но при  $k = k_{Cu}$ , 4 — для меди, но при  $k = k_W$ . При сравнении линий 1, 2 и 3, 4 видно существ-



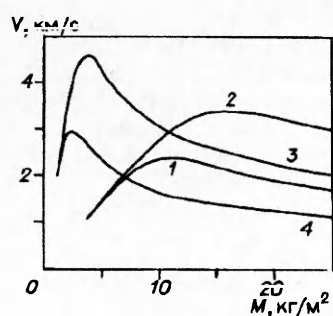


Рис. 6

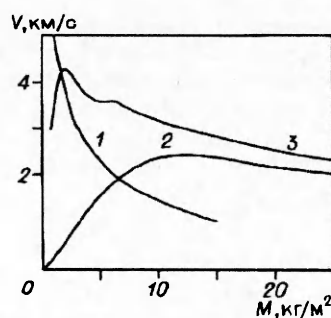


Рис. 7

венное влияние теплопроводности на предельно достижимую скорость.

Рис. 7 показывает возможность увеличения предельной скорости для биметаллических тел в случае кондукционного ускорения. Здесь линии 1, 2 соответствуют ускорению однородных тел из вольфрама и бериллия, а 3 — биметаллического тела, содержащего 40 % по массе W, 60 % — Be, в этом случае максимальное относительное увеличение скорости достигается при общей массе листа, примерно равной  $7 \text{ кг/м}^2$ , и составляет  $\approx 60\%$ . Зависимости, представленные на рис. 6, 7, получены для медных электродов.

Проведенный анализ индукционного и кондукционного вариантов ускорения металлических листов, конечно, не учитывает многих особенностей реальных физических процессов типа нелинейной диффузии магнитного поля, трехмерного характера распределения магнитного поля, снижающего эффективное магнитное давление, трения в скользящем контакте, приводящего к появлению дополнительного тепловыделения в зоне контакта и др. Поэтому указанные абсолютные значения скоростей и масс могут отличаться и значительно от тех, которые достигаются при практическом метании. Однако все перечисленные эффекты ведут к снижению конечной скорости, поэтому приведенные выше результаты, по-видимому, можно считать предельными для любого реально осуществляемого процесса ускорения. Итак, если потребовать, чтобы в процессе ускорения увеличивающаяся за счет джоулева нагрева температура метаемого листа не превышала некоторого критического значения или значений в случае ускорения многослойных тел и считать заданной дистанцию ускорения, то можно сделать следующие утверждения.

*Для одномерного случая:* 1) существует предельная скорость, до которой можно ускорить лист из заданного металла, причем эта скорость зависит в основном от массы ускоряемого листа на единицу площади и слабо зависит от формы токового импульса (по крайней мере, для случая, когда токовый импульс описывается монотонно возрастающей функцией); 2) существует оптимальная толщина листа (или масса на единицу площади), при которой предельная скорость максимальна, эта максимальная скорость и оптимальная масса могут быть вычислены по аналитическим соотношениям (2.7), (2.8); 3) существует предел кинетической энергии, отнесенный к единице площади, которую можно сообщить листу, причем он достигается при массах листа, превышающих оптимальную массу; 4) для листов из разных материалов значения оптимальной массы и максимальной скорости могут существенно отличаться, т.е. выбор материала ускоряемого листа для достижения максимальной скорости зависит от массы, которую необходимо ускорить (см. табл. 2); 5) возможно значительное увеличение предельной скорости для многослойных листов, причем соотношения между размерами слоев для достижения максимального относительного увеличения скорости зависят от выбранной для ускорения массы.

*Для двумерного случая:* 1) все качественные утверждения, справедливые для индукционного ускорения, остаются справедливыми и для кондукционного ускорения металлических тел; 2) наличие скользящего металлического

контакта приводит к значительному уменьшению максимума предельной скорости и оптимальной массы; 3) для корректного расчета температурного поля в области металлического контакта необходимо учитывать перенос энергии за счет теплопроводности; 4) увеличение проводимости рельсов по сравнению с проводимостью тела ведет к росту максимума предельной скорости, и при  $\sigma_r \rightarrow \infty$  результаты будут совпадать со случаем индукционного ускорения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.
2. Cowan M. Ultimate velocity for induction launchers // 6th IEEE Pulsed Power Conf., Arlington, 1987. — P. 634—638.
3. Drake P.A., Rathmann C.E. Two dimensional current diffusion an EML rail with constant properties // 3rd Sympos. on Electromagnetic Launch Technology, Austin, 1986: Proc. — N.Y., 1986. — P. 49—52.
4. Long J.C., Weldon W.F. Limits to the velocity of solid armature in railgun // IEEE Trans. on Magnetics. — 1989. — V. 25, N 1. — P. 347—352.
5. Базилевский В.П., Заятдинов Р.М., Кареев Ю.А. Кризис электропроводности высокоскоростного металлического контакта // Материалы II Всесоюз. семинара по динамике силовых дуговых разрядов в магнитном поле, Новосибирск, 4—6 декабря 1991 г. — Новосибирск: ИТ СО РАН, 1992. — С. 285—304.
6. Глинов А.П., Колядин Н.М., Полтанов А.Е. и др. Исследование кризиса металлического контакта в РЭУ с переходом к электродуговому замыканию тока // Там же. — С. 315—339.

г. Новосибирск

Поступила 25/X 1993 г.

УДК 533.6.01

А.Н. Богданов

#### РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕРАВНОВЕСНОГО ГАЗА, ЗАПОЛНЯЮЩЕГО КАНАЛ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Релаксационные колебания совершенного газа (периодические изменения параметров среды, то медленные, то очень быстрые, близкие к разрывным) в канале переменного сечения рассмотрены в [1]. Такие колебания возникают при близости частоты внешних возмущений (падающих на открытый конец канала или вызываемых колеблющимся у конца канала поршнем) к частоте возможных собственных колебаний газа в канале. Отличительной особенностью этих колебаний служит появление периодических ударных волн. В литературе это явление называется также нелинейными окolorезонансными колебаниями [2—7].

Проведенное ниже исследование включает в себя случай неравновесной (релаксирующей) среды. Процесс установления термодинамического равновесия в газе также носит название релаксации, но не имеет отличительных особенностей релаксационных колебаний (участков быстрого скачкообразного изменения), поскольку происходит плавно. В качестве неравновесного процесса в газе выбран процесс установления термодинамического равновесия между поступательными и колебательными степенями свободы молекул газа (колебательная релаксация). Таким образом, в настоящей работе рассмотрены релаксационные колебания колебательно-релаксирующего газа. Автор надеется, что путаницы схожих по звучанию терминов не произойдет и возникший в этой связи некоторый кризис названий будет преодолен.

1. Нестационарное квазиодномерное течение вязкого теплопроводного газа, допускающего возбуждение колебательных степеней свободы молекул, описывается системой уравнений

© А.Н. Богданов, 1994