

тудные значения акустического излучения от схлопывающегося пузырька.

4. Для пузырька в воде, схлопывающегося достаточно симметрично, имеет место согласованность с теоретическими разработками [8—10]. Для данных экспериментов с водой коэффициент трансформации энергии пузырька в энергию акустического излучения достигает 90%.

5. Из рассмотренного критерия ограниченности сферической кумуляции и приводимых экспериментальных результатов следует, что неограниченная сферическая кумуляция главным образом устраняется газодержанием пузырька и неустойчивостью границы пузырька в окрестности особой точки.

Автор выражает благодарность А. А. Бузукову, В. К. Кедринскому, В. Е. Накорякову за полезные обсуждения работы.

Поступила 26 VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Си Дин-ю. Некоторые аналитические аспекты динамики пузырьков.— «Труды амер. об-ва инж.-мех. Теор. основы инж. расчетов. Серия Д», 1965, т. 87, № 4, с. 157.
2. Забабахин Е. И. Явления неограниченной кумуляции.— В кн.: Механика СССР за 50 лет. Т. 2. М., «Наука», 1970, с. 313.
3. Гибсон Д. К. Кинетическое и тепловое расширение пузырьков пара. О природе колебаний при парообразовании под действием искрового разряда.— «Труды амер. об-ва инж. мех. Теор. основы инж. расчетов. Серия Д», 1970, т. 94, № 1, с. 101, 273.
4. Бузуков А. А., Попов Ю. А., Тесленко В. С. Экспериментальное исследование взрывного процесса, вызванного фокусировкой моноимпульсного излучения лазера в воду.— ПМТФ, 1969, № 5, с. 17.
5. Lauterborn W. Kavitation durch Laserlicht.— «Acustica», 1974, vol. 31, N 2.
6. Нестерихин Ю. Е., Солоухин Р. И. Методы скоростных измерений в газодинамике и физике плазмы. М., «Наука», 1967.
7. Коул Р. Подводные взрывы. М., ИЛ, 1950.
8. Nickling R., Plesset M. S. Collapse and Rebound of a Spherical Bubble in water.— «Phys. Fluids», 1964, vol. 7, N 1, p. 7.
9. Морозов В. П. Численный анализ излучения звука сферической каверной.— «Труды Акустического института», 1969, вып. 7, с. 115.
10. Перник А. Д. Кавитационный шум.— «Труды Акустического института», 1969, вып. 7, с. 87.
11. Кедринский В. К. О подводном взрыве вблизи свободной поверхности.— «Докл. АН СССР», 1973, т. 212, № 2, с. 324.

УДК 538.4

ОДНОМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ И ИЗОМАГНИТНЫЕ СКАЧКИ В НАМАГНИЧИВАЮЩИХСЯ ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

Г. А. Шапошникова

(Москва)

1. Рассмотрим одномерное течение идеально проводящего, намагничивающегося, невязкого и нетеплопроводного газа, не содержащего объемный заряд, в трубке тока в электромагнитном поле. Для простоты будем считать, что электрическое E и магнитное поле H перпендикулярны

друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению движения. Уравнения, описывающие такое течение, имеют вид [1, 2]

$$(1.1) \quad \rho u = m = \text{const};$$

$$(1.2) \quad \rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = \frac{1}{c} jB - \frac{1}{4\pi} \int_0^H \left(\mu - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{T,H} \right) H dH + \frac{1}{4\pi} B \frac{dH}{dx};$$

$$(1.3) \quad \rho u \left(c_p \frac{dT}{dx} + u \frac{du}{dx} \right) + \rho u \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{4\pi \rho} \int_0^H \left(T \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{\rho,H} - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{T,H} \right) H dH \right] = E j;$$

$$(1.4) \quad \nu_m dH/dx = uB - cE, \quad p = R\rho T, \quad B = \mu H, \quad j = \sigma(E - uB/c), \\ dE/dx = 0,$$

где обозначения общепринятые; $\nu_m = c^2/4\pi\sigma$ — магнитная вязкость, магнитная проницаемость определяется формулой Ланжевена [3]

$$(1.5) \quad \mu = 1 + (4\pi m_H \rho / MH)(\text{cth}\psi - 1/\psi), \quad \psi = m_H H / kT,$$

где m_H и M — магнитный момент и масса одной молекулы совершенного газа. С учетом (1.5) уравнения (1.2), (1.3) примут вид

$$(1.6) \quad \rho u du/dx + dp/dx = (1/c)\sigma(E - uB/c)B + (1/4\pi)(\mu - 1) \times \\ \times H dH/dx;$$

$$(1.7) \quad \rho u (c_p dT/dx + u du/dx) - \rho u (d/dx) [(kT/M)(\psi \text{cth}\psi - 1)] = \\ = \sigma(E - uB/c)E.$$

Способом, предложенным в работе [4], из уравнений (1.1), (1.4), (1.7) и первых двух уравнений (1.6) получим соотношения, выражающие изменение скорости и числа Маха M вдоль трубки тока через параметры потока

$$(1.8) \quad du/dx = -(\sigma H^2 \mu^2 / c^2 p)(u - u_1)(u - u_3)/(M^2 - 1);$$

$$(1.9) \quad dM/dx = -(\sigma H^2 \mu^2 / c^2 p) [(1 + (\gamma - 1)M^2/2)/a_0(M^2 - 1)] \times \\ \times (u - u_3)(u - u_2),$$

где

$$u_1 = [(\gamma - 1)/\gamma] \{ 1 + [(\gamma - 1)/\gamma] [1 - \psi^2/\text{sh}^2\psi] \}^{-1} \times \\ \times (1 - 4\pi \rho u m_H / \mu M c E);$$

$$u_2 = u_1 \{ \gamma M^2 + 1 + [(\gamma - 1)/\gamma] (M^2 - 1) (1 - \psi^2/\text{sh}^2\psi) \} / (2 + (\gamma - 1)M^2);$$

$$u_3 = cE/\mu H.$$

В случае намагничивающихся сред, как и в магнитной гидродинамике, выполнены следующие неравенства: $u_2 < u_1 < u_3$ при $M < 1$; $u_1 < u_2 < u_3$ при $M > 1$. Исследуя поведение интегральных кривых уравнений (1.8), (1.9) в плоскости Mu , можно показать, что в намагничивающихся средах возможен переход сверхзвукового течения в дозвуковое и дозвукового — в сверхзвуковое в точках $u = u_3$ и $u = u_1$, причем переход сверхзвукового течения в дозвуковое происходит при максимальном значении магнитного поля в трубке тока.

2. Уравнения (1.2), (1.3) и последнее уравнение (1.4) могут быть проинтегрированы

$$(2.1) \quad \rho u^2 + p + \frac{1}{4\pi} \int_0^H \left(\mu - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{T, H} \right) H dH = I;$$

$$(2.2) \quad \rho u \left(i_0 + \frac{u^2}{2} + \frac{1}{4\pi \rho} \int_0^H \left(T \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{\rho, H} - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{T, H} \right) H dH + \frac{cEH}{4\pi} = \mathcal{E};$$

$$(2.3) \quad i_0 = (p/\rho)\gamma/(\gamma - 1), \quad (c/4\pi)E = E_0.$$

Константы (m , I , \mathcal{E} , E_0) определяются заданием потоков массы, импульса, энергии и напряженности электрического поля в некотором сечении, которое можно принять за начальное. Уравнение (2.1) с учетом (1.5) примет вид

$$(2.4) \quad p = I - H^2/8\pi - mu.$$

Из уравнений (2.2), (2.4), (1.5) и первого уравнения (2.3) можно найти связь скорости и магнитного поля

$$(2.5) \quad u^2 - [2\gamma/(\gamma + 1)](I - H^2/8\pi)u + [2(\gamma - 1)/(\gamma + 1)m](I - H^2/8\pi - mu)(\psi \operatorname{cth} \psi - 1) + [2(\gamma - 1)/(\gamma + 1)](\mathcal{E} - E_0 H) = 0, \\ \psi = m_H H / kT = m_H m H / [Mu(I - H^2/8\pi - mH)].$$

В плоскости uH точки, соответствующие различным значениям x , лежат на кривой (2.5). Вид кривой (2.5) может быть исследован для различных значений определяющих констант. При $m_H H \ll kT$ уравнение (1.5) примет вид $\mu = 1 + 4\pi m_H^2 \rho / 3kTM$. После подстановки этого выражения в соотношение (2.5), пренебрегая малыми более высокого порядка, получим

$$(2.6) \quad u^2 - [2\gamma/(\gamma + 1)](I - H^2/8\pi)u + [2(\gamma - 1)/m(\gamma + 1)] \times \\ \times (\mathcal{E} - E_0 H) = 0.$$

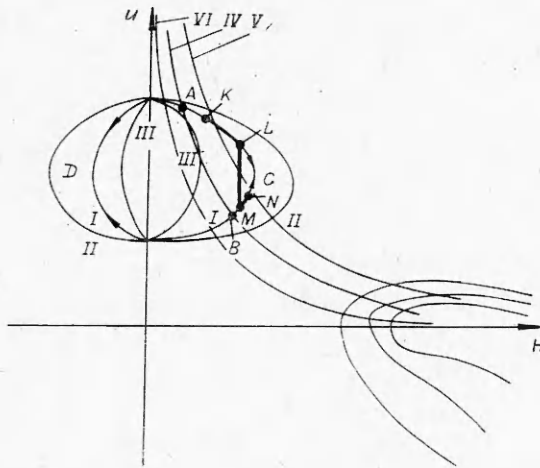
Это уравнение совпадает с соответствующим уравнением в магнитной гидродинамике (1.9) в работе [5]. При $m_H H \gg kT$ магнитная проницаемость $\mu = 1 + 4\pi m_H \rho / HM$ и уравнение (2.5) примет вид

$$(2.7) \quad u^2 - [2\gamma/(\gamma + 1)](I - H^2/8\pi)u + [2(\gamma - 1)/m(\gamma + 1)] \times \\ \times [\mathcal{E} - H(E_0 - m_H m / M)] = 0.$$

Это уравнение совпадает с уравнением (1.9) в [3] после замены в последнем величины E_0 на $E_0 - m_H m / M$. Из сравнения уравнения (2.5) с уравнениями (2.6), (2.7), используя неравенство $0 \leq \operatorname{cth} \psi - 1/\psi < 1$, получим, что в плоскости uH кривая, описываемая уравнением (2.5) в интересующей нас области $p > 0$, расположена между кривыми (2.6), (2.7). Кроме того, кривая (2.5) пересекается прямыми, параллельными осям, не более чем в двух точках. Следовательно, для не очень больших E_0 кривая (2.5) имеет вид, представленный на фигуре (линии I—III соответствуют уравнениям (2.5) — (2.7)).

Интегрируя первое уравнение (1.4), получим зависимость напряженности магнитного поля от координаты

$$x = \int v_m(u(H)\mu(H)H - 4\pi E_0)^{-1} dH + \text{const.}$$



Сечениям потока, в которых отсутствует ток ($dH/dx = 0$), соответствуют точки кривой $\mu H u = 4\pi E_0$. Последнее уравнение, используя (1.5), можно записать в виде

$$(2.8) \quad [1 + (4\pi m_H H / u H) \times (\text{cth}\psi - 1/\psi)] H u = 4\pi E_0.$$

Кривая, описываемая уравнением (2.8), расположена между гиперболами

$$(2.9) \quad uH = 4\pi E_0, \quad uH = 4\pi(E_0 - m_H m/M),$$

соответствующими случаям $m_H H \ll kT$ и $m_H H \gg kT$. Прямые, параллельные осям, пересекают кривую (2.8) не более чем в одной точке. На фигуре нанесены линии IV—VI, соответствующие уравнениям (2.8), (2.9), буквами A и B обозначены точки пересечения кривых I и IV, буквами C и D — точки на кривой I, в которых производная $du/dH = \infty$.

Если точка, соответствующая значениям u и H в некотором фиксированном сечении трубки тока, лежит на плоскости uH на линии I выше кривой IV, то с ростом x магнитное поле в потоке возрастает; если же эта точка лежит ниже кривой IV, то с ростом x магнитное поле убывает. Направление движения вдоль потока указано на фигуре стрелками. Из уравнения (1.8) и первого уравнения (1.4) получим

$$(2.10) \quad du/dH = -H(u - u_1)/4\pi p(M^2 - 1).$$

Из формулы (2.10) видно, что точка C соответствует точке, в которой скорость потока равна скорости звука. Очевидно, что при расположении кривых, приведенном на фигуре, непрерывный переход через скорость звука ($M = 1$) при движении вдоль потока при заданных m , I , \mathcal{E} , E_0 невозможен ни при каких начальных данных. Непрерывный переход через скорость звука возможен лишь при совпадении точек C и B, что соответствует одновременному выполнению равенств $u = u_3$, $M = 1$.

3. Если в некотором сечении трубки тока параметры таковы, что непрерывно продолжить поток через это сечение нельзя, то в некоторых случаях можно построить течения со скачками уплотнения, на которых магнитное поле непрерывно $H = \text{const}$. Примером такого течения может служить жирная линия KLMN. Участки KL и MN соответствуют непрерывному течению, отрезок LM соответствует изомагнитному скачку. Соотношения на изомагнитных скачках имеют вид

$$(3.1) \quad \{p + m^2/\rho\} = 0;$$

$$(3.2) \quad \{i_0 + u^2/2 - p(\psi \text{cth}\psi - 1)\} = 0.$$

Эти соотношения при $m_H H \ll kT$ совпадают с соответствующими соотношениями, описывающими ударные волны в газовой динамике.

При выполнении условия $m_H H \gg kT$ уравнение (3.2) запишется в виде

$$(3.3) \quad i_{02} + u_2^2/2 - m_H H \rho_2/M = i_{01} + u_1^2/2 - m_H H \rho_1/M.$$

Из (3.1), (3.3) следует, что в плоскости pV (V — удельный объем) уравнение адиабаты для изомагнитного скачка имеет вид

$$(3.4) \quad p_2 = p_1(V_1\eta - V_2)/(\eta V_2 - V_1) - 2m_H H(V_2 - V_1)/MV_1V_2 \times \\ \times (\eta V_2 - V_1), \quad \eta = (\gamma + 1)/(\gamma - 1).$$

Поток массы через поверхность разрыва, как и в газовой динамике, определяется формулой

$$m^2 = (p_2 - p_1)/(V_1 - V_2).$$

Из (3.4) следует, что адиабата в этом случае проходит через точку p_1V_1 , имеет те же асимптоты, что и адиабата Гюгони и расположена при $V_2 < V_1$ выше нее, при $V_2 > V_1$ — ниже.

Автор выражает благодарность В. В. Гогосову за внимание к работе.

Поступила 22 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т.1. М., «Наука», 1973.
2. Гогосов В. В., Васильева Н. Л., Тактаров Н. Г., Шапошникова Г. А. Уравнения поляризуемой и намагничиваемой многокомпонентной и многофазной среды. Разрывные решения. Исследование разрывных решений со скачком магнитной проницаемости. Отчет Ин-та механики МГУ, 1975.
3. Вонсовский С. В. Магнетизм. М., «Наука», 1971.
4. Resler E., Sears W. The prospects of magnetoaerodynamics.— «J. Aero. Sci.», 1958, vol. 25, N 4.
5. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.

УДК 538.4

УСИЛЕНИЕ ТОКА И УВЕЛИЧЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ПЛОСКИХ МАГНИТНО-КУМУЛЯТИВНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ С ДИФФУЗИЕЙ ПОТОКА

Е. И. Биченков

(Новосибирск)

1. Сжатие магнитного поля в проводящем контуре (магнитная кумуляция) приводит к увеличению тока и энергии магнитного поля. При этом могут быть сформулированы две задачи: 1) при заданном начальном токе I_0 и индуктивности нагрузки L выбрать начальную индуктивность цепи L_0 так, чтобы получить наибольший конечный ток I ; 2) при заданной начальной энергии U_0 и заданной нагрузке L выбрать L_0 так, чтобы получить наибольшую энергию U в конце.

Генераторы первого типа используются для получения максимальных магнитных полей и будут называться генераторами поля. Генераторы второго типа назовем генераторами энергии. Те и другие существенно отличаются начальными условиями: в генераторах поля начальный ток задан, энергия $U_0 \sim L_0$; в генераторах энергии начальная энергия задана, а