

УДК 532.58

Распространение волн сжатия в пузырьковой жидкости, сопровождаемое образованием гидрата

В.Ш. Шагапов¹, С.А. Лепихин², И.А. Чиглинцев³

¹*Институт механики Уфимского научного центра РАН, Уфа*

²*Сургутский институт нефти и газа (филиал) Тюменского государственного нефтегазового университета, Сургут*

³*Бирская государственная социально-педагогическая академия, Бирск*

E-mail: schnik@mail.ru

На основе теоретической модели пузырьковой жидкости, уточненной с учетом возможного гидратообразования, изучена динамика плоскоодномерных ударных волн применительно к имеющимся экспериментальным данным для системы вода–фреон. Предложена схема учета дробления пузырьков в ударной волне, которое является одним из главных факторов интенсификации процесса гидратообразования с ростом амплитуды ударной волны.

Ключевые слова: ударная волна, пузырьковая жидкость, дробление, гидратообразование.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время газогидраты привлекают к себе внимание, как один из источников энергии будущего. Кроме того, газогидратное состояние вещества является выгодным для консервации газов. Дело в том, что одну и ту же массу газа в составе гидратов можно хранить при гораздо меньших объемах и низких давлениях. Однако процесс получения гидратов достаточно медленный, поскольку сопровождается явлениями диффузии и теплопроводности в жидкости. Поэтому для повышения интенсивности образования гидратов необходимо обеспечить высокую удельную поверхность контакта между гидратообразующим газом и водой. Один из основных методов получения искусственного гидрата основан на барботаже газа в виде пузырьков через слой воды, находящейся под достаточно высоким давлением. Оказывается, интенсивность образования гидрата при таком способе можно значительно усилить [1], воздействуя волнами давления. Основным механизмом, приводящим к усилению межфазного массообмена и в том числе гидратообразования, при выполнении соответствующих термодинамических условий является дробление пузырьков. При чем интенсивность дробления с ростом амплитуды волны растет нелинейно.

В настоящей работе рассматривалась ситуация, когда для исходного состояния (до воздействия волной давления) пузырьковой смеси гидратообразованием можно пренебречь. За ударной волной с достаточно высокой амплитудой из-за повышения давления в пузырьках, а также их интенсивного дробления, на межфазной поверхности реализуются условия, способствующие усилению гидратообразования.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Принимая общепринятые допущения волновой динамики пузырьковых жидкостей, и полагая, что гидрат образуется в слое вблизи поверхности пузырьков, запишем уравнение масс и числа пузырьков в плоскоодномерном приближении:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_l}{dt} + \rho_l \frac{\partial v}{\partial x} &= -4\pi a^2 n j_l, & \frac{dm_g}{dt} &= -4\pi a^2 n j_g, \\ \frac{dm_h}{dt} &= 4\pi a^2 n j_h, & \frac{dn}{dt} + n \frac{\partial v}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad m_g = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_g^0, \quad m_h = \frac{4}{3} \pi \left((a + \Delta a)^3 - a^3 \right) \rho_h^0,$$

$$\alpha_g = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \alpha_h = \frac{4}{3} \pi \left((a + \Delta a)^3 - a^3 \right) n, \quad \alpha_l + \alpha_g + \alpha_h = 1,$$

$$j_h = j_g + j_l, \quad j_g = G j_h, \quad j_l = (1 - G) j_h.$$

Здесь и в дальнейшем нижние индексы $i = l, g$ и h относятся к параметрам жидкости, газа и гидрата, $\rho_i, \rho_i^0, \alpha_i, v, n, a$ и Δa_n — средние и истинные плотности фаз, объемные концентрации, скорость, число пузырьков в единице объема, радиус пузырьков и толщина приведенной гидратной пленки, j_i — интенсивность массопереноса, отнесенная на единицу площади поверхности пузырьков, G — массовое содержание газа в составе гидрата, которое считается постоянной величиной. При получении выражений, связывающих интенсивность фазовых переходов (последняя строка (1.1)), полагалось, что весь газ, уходящий из состава пузырьков, полностью тратится на образование гидрата.

Уравнение импульсов для жидкости запишется в виде

$$\rho_l \frac{dv_l}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \quad (1.2)$$

где p_l — давление в жидкости.

Чтобы получить уравнение для давления газа в пузырьках, необходимо записать уравнение первого начала термодинамики для газовой фазы:

$$\frac{d}{dt} (m_g e_g) = -p_g 4\pi a^2 w - 4\pi a^2 j_g e_{ga} - 4\pi a^2 q_{(ga)}, \quad w = \frac{da}{dt}. \quad (1.3)$$

Здесь e_g и e_{ga} — средняя по пузырьку и на поверхности пузырьков удельная внутренняя энергия газа, w — скорость радиального движения пузырьков, $q_{(ga)}$ — тепловой поток из пузырьков к межфазной поверхности, отнесенный на единицу ее площади. Первое слагаемое в правой части уравнения (1.3) выражает работу сил

давления, второе — перенос энергии за счет массообмена, третье — за счет кондуктивного теплообмена.

С учетом уравнения сохранения массы газовой фазы, а также уравнения состояния газа $e_g = c_{gV}T_g$ (c_{gV} — удельная теплоемкость при постоянном объеме, T_g — средняя температура газа в пузырьке) уравнение (1.3) можно привести к виду

$$m_g c_{gV} \frac{dT_g}{dt} = -4\pi a^2 (p_g w + j_{(gh)} c_{gV} (T_{ga} - T_g) + q_{(ga)}). \quad (1.4)$$

Будем полагать [2], что скорость радиального движения пузырька состоит из двух слагаемых

$$w = w_R + w_A. \quad (1.5)$$

При этом составляющие w_R и w_A определяются из уравнений:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}. \quad (1.6)$$

Здесь C_l — скорость звука в жидкостной среде. Жидкость считаем акустически сжимаемой, а газ — калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R_g T_g. \quad (1.7)$$

При этом для значений температуры T_g и плотности газа ρ_{ga}^0 на поверхности пузырьков имеет место

$$p_g = \rho_{ga}^0 R_g T_{ga}. \quad (1.8)$$

2. МЕЖФАЗНЫЙ ТЕПЛОМАССОБМЕН

Для замыкания приведенной системы уравнений необходимо записать уравнение баланса тепла на поверхности пузырьков с учетом тепловых эффектов образования гидрата, а также кинетические выражения, описывающие гидратообразование и интенсивность теплопередачи вблизи межфазной поверхности. Условие баланса тепла запишем в виде

$$-q_{(ga)} + q_{(al)} = j_h l_h, \quad (2.1)$$

где $q_{(al)}$ — тепловой поток от поверхности пузырька в жидкость, l_h — удельная теплота образования гидрата, отнесенная на единицу его массы.

Согласно представлениям, описанным в [1, 3], образование гидрата сопровождается процессом диффузии и неравновесными эффектами фазовых переходов. Необходимым условием образования гидрата является контакт гидратообразующего газа с водой. Образующаяся на поверхности пузырьков гидратная пленка может оказать определенное препятствие на проникание гидратообразующего газа, а также на полноту такого контакта.

Кроме того, образование гидратных кристалликов [1] будет происходить в объеме жидкости на гетерогенных центрах пропорционально степени метастабильности. Все эти обстоятельства будем учитывать, по аналогии с теорией нерав-

новесных фазовых переходов в парожидкостных системах, заданием интенсивности массообмена между пузырьками и жидкостью в виде [4]:

$$j_g = \frac{\beta(p_g - p_s(T_a))}{\sqrt{2\pi R_g T_a}}, \quad p_s(T_a) = p_{s0} \exp\left(\frac{T_a - T_0}{T_*}\right), \quad p_{s0} = p_s(T_0), \quad (2.2)$$

где β — единый эмпирический параметр (приведенный коэффициент аккомодации), отвечающий за диффузионные явления, а также особенности образования и роста кристалликов гидрата в жидкости, $p_s(T_a)$ — равновесное давление гидратообразования, соответствующее температуре T_a .

Интенсивность теплового потока от газовой фазы будем учитывать на основе выражения [4]:

$$q_{(ga)} = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_a}{2a}, \quad \text{Nu} = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} \geq 10^2 \\ 10, & \text{Pe} < 10^2 \end{cases}, \quad (2.3)$$

$$\text{Pe} = 12(\gamma - 1) \frac{T_a}{|T_g - T_a|} \frac{a|w|}{v_g^{(T)}},$$

где $v_g^{(T)}$ — коэффициент температуропроводности газа. Интенсивность теплового потока от межфазной поверхности в жидкость запишем как

$$q_{(al)} = -\lambda_l \left(\frac{\partial T_l'}{\partial r} \right)_a = -\lambda_l \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 \left(\frac{\partial T_l'}{\partial r_0} \right)_{a_0}. \quad (2.4)$$

Здесь T_l' — распределение температуры в жидкости вокруг пузырьков, r и r_0 — эйлеровы и лагранжевы радиальные микрокоординаты. Для того, чтобы в соответствии с (2.4) определить тепловые потоки вокруг пузырьков, необходимо решить уравнение теплопроводности, записанное в лагранжевых переменных

$$\rho_l^0 c_l \frac{\partial T_l'}{\partial t} = \frac{1}{r_0^2} \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\frac{r^4}{r_0^2} \lambda_l \frac{\partial T_l'}{\partial r_0} \right), \quad (a_0 < r_0 < \infty) \quad (2.5)$$

$$(r^3 = r_0^3 - a_0^3 + a^3)$$

при граничных условиях:

$$T_l' = T_a \text{ при } r_0 = a_0 \text{ и } T_l' = T_0 \text{ при } r_0 \rightarrow \infty.$$

Теоретические оценки, а также расчет применительно к данным из [1] для системы вода–фреон показывает, что при наблюдаемых в опыте темпах образования гидратов его интенсивность лимитируется диффузионными и неравновесными явлениями в жидкости вблизи поверхности пузырьков. На фоне этих, более медленных процессов из-за высокой теплосъемной способности воды тепло, выделяющееся за счет образования гидрата, интенсивно удаляется от межфазной поверхности. В связи с этим температуру этой поверхности можно считать постоянной и равной исходной температуре жидкости ($T_a = T_0$). В последнем разделе работы будут представлены теоретические расчеты, иллюстрирующие это обстоятельство.

3. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТОВ

Для проведения численных расчетов вышеприведенную систему уравнений можно несколько упростить. В частности, в уравнении сохранения массы жидкости из (1.1) можно пренебречь правой частью, отвечающей за снижение массы воды за счет гидратообразования. Кроме того, будем учитывать также, что всегда выполняется условие $\alpha_h \ll \alpha_g$. Тогда систему уравнений, удобную для проведения численных расчетов, можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \rho_l^0 (1 - \alpha_g) \frac{\partial v_l}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial s}, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = v_l, \\ \frac{1 - \alpha_g}{\rho_l^0 C_l^2} \frac{\partial p_l}{\partial t} &= \frac{3\alpha_g}{a} w + \left(\frac{(1 - \alpha_g)^2}{1 - \alpha_{g0}} + \alpha_g \right) \frac{\partial v_l}{\partial s}, \\ \frac{\partial m_g}{\partial t} &= -4\pi a^2 j_g, \quad \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = \frac{3\alpha_g}{a} w - \frac{n\alpha_g}{n_0} \frac{\partial v_l}{\partial s}, \\ \frac{\partial p_g}{\partial t} &= -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q_{(ga)} - \frac{3(\gamma - 1)}{a} c_g v T_a j_g, \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= w = w_R + w_A, \\ \frac{\partial w_R}{\partial t} &= \left(\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4v_l \frac{w_R}{a} \right) \frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \\ n &= \frac{\alpha_g}{\frac{4}{3}\pi a^3}, \quad T_g = \frac{\frac{4}{3}\pi a^3 p_g}{R_g m_g}, \\ m_h &= (m_{g0} - m_g) / G, \quad \rho_h = \alpha_h \rho_h^0, \quad \alpha_h = \frac{4}{3}\pi \left((a + \Delta a)^3 - a^3 \right) n, \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\Delta a = \sqrt[3]{\frac{3m_h}{4\pi\rho_h^0} + a^3} - a.$$

Для анализа возможности дробления пузырьков понадобится уравнение для изменения скорости газовой фазы v_{gl} относительно жидкости. Во всем остальном относительным движением пузырьков пренебрегаем. Полагая, что при относительном движении сумма из трех сил (а именно, сил присоединенной массы f_m , Архимеда f_A и Стокса f_S) равна 0 ($f_m + f_A + f_S = 0$), получим следующее уравнение [4]:

$$\frac{\partial v_{gl}}{\partial t} = 2 \frac{\partial v_l}{\partial t} - v_{gl} \frac{w}{a} - \frac{3c_\mu}{4a} |v_{gl}| v_{gl}, \quad (3.2)$$

где c_μ — коэффициент вязкого сопротивления жидкости движению пузырька,

$$\text{Re} \leq 10,9: c_\mu = \frac{16}{\text{Re}}, \quad 10,9 < \text{Re} \leq 1000: c_\mu = \frac{48}{\text{Re}} \left(1 - \frac{2,2}{\sqrt{\text{Re}}} \right),$$

$$\text{Re} > 1000: c_\mu = 4,466 \cdot 10^{-2},$$

$$\text{Re} = 2a\rho_l \frac{|v_{gl}|}{\mu_l}.$$

4. УЧЕТ ДРОБЛЕНИЯ

Экспериментальные данные [1], полученные при непосредственной визуализации пузырьковой жидкости в процессе распространения волн, а также анализа осциллограмм давления в рассматриваемой системе, показывают, что эволюция волн сопровождается дроблением пузырьков. При этом качественный и количественный характер дробления сильно зависят от амплитуды волны. Если при достаточно слабых волнах ($\Delta p \leq 0,1$ МПа) дробление происходит на несколько фрагментов, то при сравнительно умеренном повышении амплитуды ($\Delta p \approx 0,2$ МПа) дробление может происходить на сотни или даже тысячи фрагментов. Как известно, основными механизмами, приводящими к дроблению пузырьков, являются неустойчивости Тейлора и Кельвина–Гельмгольца. При распространении волн давления в пузырьковой жидкости максимальные значения чисел Бонда и Вебера, определяющие критерий дробления, достигаются в момент максимального сжатия пузырьков. В первом случае, когда дробление может происходить из-за неустойчивости Тейлора, это связано с тем, что именно в этот момент достигается наибольшее значение величины ускорения для радиального движения пузырьков. В случае механизма неустойчивости Кельвина–Гельмгольца величина относительной скорости пузырьков v_{gl} также достигает максимального значения в этот момент. Представляется, что главным механизмом дробления пузырьков в этих экспериментах является неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Согласно теоретическим оценкам, полученным в [4], условие устойчивости пузырьков по этому механизму по порядку величины определяется неравенством

$$\text{We} = \frac{2a\rho_g^0 v_{gl}^2}{\sigma} < \text{We}_* = 2\pi\chi, \quad (4.1)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, χ — эмпирический параметр порядка единицы (численное значение которого может быть уточнено на основе верификации теоретической модели с результатом экспериментов). В дальнейшем при оценках для него будем использовать значение $\chi = 2$. При распространении волн давления основными силами, действующими на пузырек, являются силы Архимеда и присоединенных масс [4]. Оставляя в (3.2) только эти силы, для относительной скорости получим $v_{gl} \approx 2v_l$. Тогда для текущего значения числа Вебера в волне давления можем записать

$$\text{We} = \frac{8a\rho_g^0 v_l^2}{\sigma}. \quad (4.2)$$

Величина максимальной скорости жидкости при распространении ударной волны с амплитудой Δp оценивается на основе выражения

$$v_l^{(m)} \approx \frac{\Delta p}{\rho C}, \quad (4.3)$$

где C — скорость волны. Из выражения (4.2) с учетом (4.3) следует, что при увеличении амплитуды волны в два раза число Вебера возрастает уже более четырех раз. Поэтому с ростом амплитуды волны растет также тенденция к дроблению, причем нелинейно.

Наибольшие значения чисел Вебера, вычисленные на фоне волны, реализуются в моменты первого максимального сжатия пузырьков на переднем фронте. Для анализа возможного дробления и получения количественных оценок для критических амплитуд волны (при котором возможно дробление), а также для определения числа фрагментов при дроблении пузырьков в зависимости от амплитуды волны, наиболее важным является динамика первого сжатия пузырьков в волне. Пусть $a^{(m)}$, $\rho_g^{0(m)}$ и $v_l^{(m)}$ — пиковые значения радиуса пузырьков, плотности газа и скорости жидкости на фронте волны. В случае, когда число Вебера из уравнения (4.1) при этих значениях не достигает критического значения ($We^{(m)} \leq We_*$) — дробления не происходит. Если же $We^{(m)} > We_*$, то из уравнения

$$\frac{2a_*^{(m)} \rho_g^{0(m)} v_{gl}^{(m)2}}{\sigma} = We_*^{(m)} = 2\pi\chi \quad (4.4)$$

определяем значение наибольшего радиуса $a_*^{(m)}$, при котором для значений относительной скорости $v_{gl}^{(m)}$ и плотности газа $\rho_g^{0(m)}$, согласно критическому условию (4.1), пузырьки устойчивы относительно возможного дробления. Далее полагаем, что пузырьки с радиусом $a^{(m)}$ мгновенно распадаются на фрагменты с радиусами $a_*^{(m)}$. При этом число фрагментов N после дробления одного пузырька определяется из равенства объема исходного пузырька в момент максимального сжатия $a^{(m)}$ с суммарным объемом фрагментов

$$\frac{4}{3}\pi a^{(m)3} = \frac{4}{3}\pi a_*^{(m)3} N. \quad (4.5)$$

Отсюда имеем $N = \left(a^{(m)} / a_*^{(m)}\right)^3$. В зоне смеси, охваченной раздробившимися пузырьками, расчет ведем с приведенным радиусом. При этом полагаем, что объем приведенного пузырька равен суммарному объему всех фрагментов кластера, образовавшегося дроблением пузырька. Увеличение удельной межфазной поверхности учитывается введением поправочного коэффициента $N^{1/3}$ для слагаемых, содержащих параметры j_g и q_a .

В качестве альтернативы можно принять более простую схему учета дробления, рассмотрев вместо исходной смеси с радиусами пузырьков a_0 более мелкодисперсную с их радиусом $\overline{a_0}$, т. е. таким, чтобы на всем основном протяжении распространения волны выполнялось условие (4.1) для заданной интенсивности волны.

Приведем оценку для критической амплитуды волны Δp_* , разделяющей режим распространения волн с дроблением и без дробления пузырьков. Полагая величину этой критической амплитуды достаточно слабой, чтобы в (4.4) можно было приближенно принять $a_*^{(m)} \approx a_0$, $\rho_g^{0(m)} \approx \rho_{g0}^0$, $v_l^{(m)} = \Delta p_* / \rho_{l0}^0 C$ ($C = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_{l0}^0 \alpha_{g0}}$), из выражения (4.4) будем иметь оценку:

$$\Delta p_* = \sqrt{\frac{\gamma \pi \chi}{\alpha_{g0}}} \left(\frac{\rho_{l0}^0}{\rho_{g0}^0} \right)^{1/2} \left(\frac{p_0 \sigma}{a_0} \right)^{1/2}. \quad (4.6)$$

5. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Расчеты, моделирующие эволюцию волн давления в воде с пузырьками фреона, проведены применительно к условиям эксперимента из работы [1]. Для термодинамических параметров фреона приняты следующие значения: $c_g = 590$ (Дж/кг·град), $R_g = 68,76$ (Дж/кг·К), $\lambda_g = 8,76 \cdot 10^{-3}$ (Вт/м·град), $\gamma = 1,14$. Для исходного состояния пузырьковой системы, находящейся в рабочей камере ударной трубы длиной $l = 1,5$ м, приняты значения параметров: $p_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 274$ К, ($\rho_{g0}^0 = 5,3$ кг), $\alpha_{g0} = 0,1$, $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Коэффициент поверхностного натяжения взят для чистой воды и его значение равно $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м². ПАВ или иные вещества, влияющие на массо- и теплообмен, в работе не учитывались. Кроме того, для значений параметров, связанных с гидратообразованием примем: $G = 0,3$, $p_{s0} = 0,42 \cdot 10^5$ Па, $T_* = 5,2$, $l_h = 3 \cdot 10^5$ (Дж/кг). Ударная волна создавалась внезапным повышением давления на границе $x = 0$ до значения $p = p_e$. При расчетах граница $x = l$ полагалась жесткой непроницаемой стенкой. Для безразмерного эмпирического коэффициента, связанного с кинетикой гидратообразования, выбрано значение $\beta = 3 \cdot 10^{-5}$. Данное значение подобрано из условия наилучшего согласования расчетных и эмпирических данных. При этом $\beta = 10^{-5}$ и 10^{-4} дают явно заниженное и завышенное гидратообразования применительно к опытным данным.

На рис. 1 показана эволюция полей давления, а также огибающая пиковых (максимальных) значений числа Вебера при увеличении амплитуды Δp ($\Delta p = p_e - p_0$) волны сжатия. Рисунки *a*, *b* и *c* соответствуют случаям I, II, III и значениям $\Delta p = 0,5 \cdot 10^5, 10^5, 2 \cdot 10^5$ Па соответственно. Видно, что для пиковых значений числа Вебера $We^{(m)}$ в случае I достигается по порядкам величин условие дробления выражения (4.1). В случае II и III пиковые значения чисел Вебера составляют $We^{(m)} \approx 10^2$ и 10^3 , что на один-два порядка превышает отмеченное критическое значение.

На рис. 2 представлена динамика волн для случаев II и III, когда соответственно $\Delta p = 0,1$ и $0,2$ МПа. Линии 1, 2 получены, соответственно, при следующих значениях радиусов пузырьков: $a_0 = 10^{-3}$ м и $4 \cdot 10^{-4}$ м для случая II, $a_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ и 10^{-4} м для случая III. Величины этих радиусов соответствуют дисперсности пузырьковой смеси, полученной “перемальванием” вышерассмотренной (когда

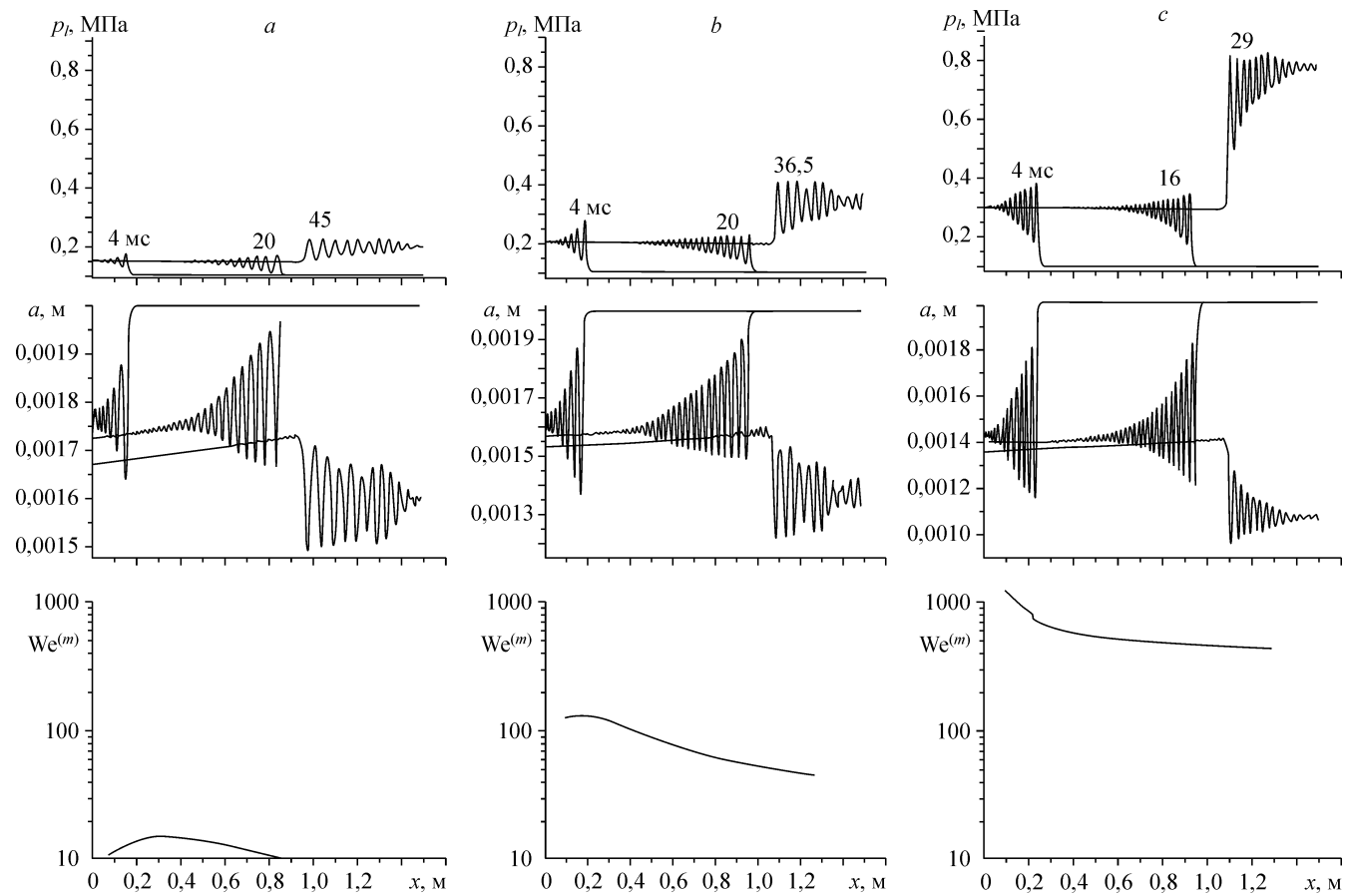


Рис. 1. Эволюция полей давления в жидкости и радиуса пузырьков, а также огибающая максимальных значений числа Вебера (случаи 1 (a), 2 (b), 3 (c)) при различных амплитудах воздействующей волны. Числа у кривых давления соответствуют моментам времени.

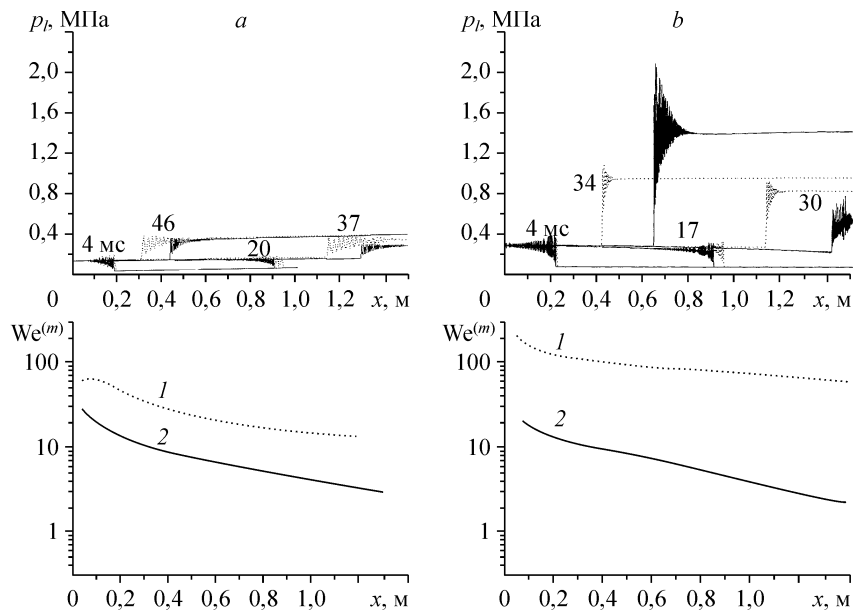


Рис. 2. Эволюция волн давления в жидкости и огибающая максимальных значений чисел Вебера для приведенных значений радиусов пузырьков $a_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ м и $4 \cdot 10^{-4}$ м для случая 2 (а); $a_0 = 10^{-4}$ м и 10^{-4} м для случая 3 (б). Числа на кривых давления соответствуют моментам времени.

$a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м), в результате чего произошло дробление каждого пузырька на $N \approx 10, 10^2$ фрагментов для случая II и $N \approx 10^2, 10^4$ для случая III. Из графиков для пиковых значений чисел Вебера видно, что если в случае II слабой волны пузырьковая жидкость с дисперсностью $a_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ м является приблизительно устойчивой к дроблению ($We \leq We_*$), то для сильной волны она уже сильно неустойчива. В случае мелкодисперсной смеси с исходными радиусами $a_0 = 10^{-4}$ м пузырьковая жидкость будет более устойчивой. Таким образом, для каждой амплитуды волны сжатия можно подобрать некоторую максимальную пороговую дисперсность, при которой процесс дробления пузырьков будет несущественный (на фоне). Следовательно, в качестве приближения при теоретическом рассмотрении, дробление пузырьков можно учесть, принимая за исходную дисперсность наибольшее значение радиуса $\overline{a_0}$. Причем этот приведенный радиус $\overline{a_0}$ должен быть таким, что на всем основном участке распространения волны текущие радиусы должны быть устойчивы ($We \leq We_*$).

На рис. 3 и 4 представлены экспериментальные и расчетные осциллограммы давления и объемного газосодержания пузырьков для датчика с координатой $x = 1$ м. Исходные значения параметров пузырьковой смеси и амплитуды волны следующие: $\alpha_{g0} = 0,104$ и $0,107$, $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $\Delta p = 0,13$ и $0,25$ МПа. Линии 1 и 2 соответствуют экспериментальным осциллограммам [1] от двух датчиков. Линии 3 соответствуют расчетным осциллограммам, полученным для смесей с исходными радиусами пузырьков $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, линии 4 — для приведенных однородных смесей, с радиусами пузырьков $a_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ (см. рис. 3) и 10^{-4} м (см. рис. 4) соответст-

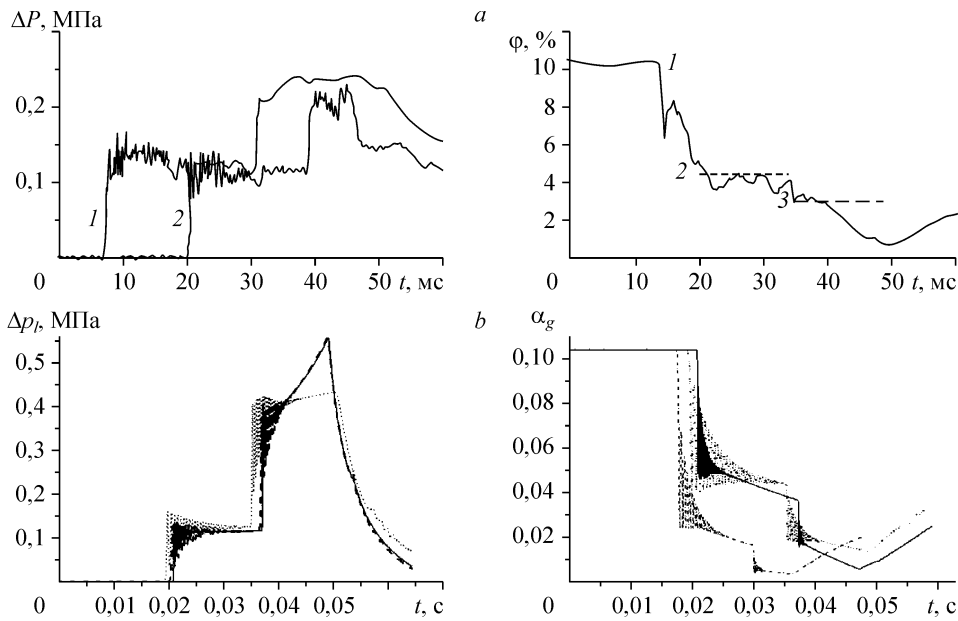


Рис. 3. Экспериментальные (а) и расчетные (б) осциллограммы давления и объемного газо-содержания при исходных параметрах пузырьковой смеси и амплитуды волны: $\alpha_{g0} = 0,104$, $\Delta p = 0,13$ МПа. Линии 3 и 4 получены при $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ и $4 \cdot 10^{-4}$ м; линия 5 — с учетом дробления в момент первого максимального сжатия; линия 6 — без учета дробления и в предположении, что интенсивность образования гидрата определяется из условия теплового баланса.

венно, полученных от исходной смеси дроблением каждого включения на $N \approx 10^2, 10^4$ фрагментов. Эти значения для дисперсности соответствуют максимальным исходным радиусам, когда смесь остается устойчивой относительно дробления для соответствующих амплитуд $\Delta p = 0,13$ и $0,25$ МПа. Линии 5 осциллограммы соответствуют расчетам согласно вышеописанной первой схеме, когда в момент первого схлопывания вместо кластера, образованного дроблением одного пузырька, вводится приведенный пузырек с соответствующей поправкой тепло- и массообмена.

Из анализа и сравнения экспериментальных осциллограмм с расчетными видно, что имеет место наилучшее качественное и количественное согласование (по частотам колебаний давления, а также по амплитудам отраженной волны) для приведенной смеси с максимально возможной дисперсностью. Представляется, что некоторое превышение давления за отраженной волной для расчетных осциллограмм по сравнению с экспериментальными в случае, приведенном на рис. 3, связано с использованием в расчетах условий отражения от твердой непроницаемой стенки. На самом деле из-за наличия щелей, через которые поступает газ, дно ударной трубы является проницаемым. Отметим также, что наблюдаемое в экспериментах работы [1] число фрагментов, на которое дробятся отдельные пузырьки, в зависимости от интенсивности волны, по порядку величин удовлетворительно согласуется с вышеприведенными значениями для N .

Линия 6 для расчетной осциллограммы объемного содержания газовой фазы на рис. 3 получена без учета дробления и в предположении, что интенсивность образования гидрата определяется из условия теплового баланса (2.1). При этом полагалось, что температура на межфазной поверхности равна равновесной

температуре гидратообразования для текущего значения давления в пузырьке ($T_a = T_s(p_g)$). По аналогии с кипящей жидкостью такая гипотеза эквивалентна условию квазиравновесных фазовых переходов. Соответствующие выражения, описывающие межфазный тепломассопенос, для этого случая следуют из вышеприведенных выражений в п. 1 после предельного перехода эмпирического параметра β к бесконечности ($\beta \rightarrow \infty$). Из рисунка видно, что такая квазиравновесная схема учета образования гидрата сильно завышает интенсивность перехода газа в гидратное состояние по сравнению с наблюдаемой в эксперименте картиной (при том, что в расчетах дробление не учитывается). Следовательно, темпы потребления газа на образование гидрата определяются диффузией, а также другими неравновесными процессами. Для более детального пояснения этого обстоятельства приведем некоторые оценки для изменения радиуса газовых пузырьков в процессе барботажа газа через рабочий участок ударной трубы. Уравнение сохранения массы одного пузырька при его подъеме с постоянной скоростью v_{gl} запишем как

$$v_{gl} \frac{d}{dx} \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \rho_g^0 \right) = -4\pi a^2 j_g. \quad (5.1)$$

Из уравнения (3.1) с учетом последних выражений из (2.1) имеем

$$j_g = (q_{(al)} - q_{(ga)})G/l_h. \quad (5.2)$$

Для интенсивности теплопередачи в жидкость можно записать [5]:

$$q_{(al)} = \frac{\lambda_l \Delta T_a}{2a} \text{Nu}_{(al)}, \quad \Delta T_a = T_a - T_0, \quad \text{Nu}_{(al)} = 0,8 \sqrt{\frac{2av_{gl}}{v_l^{(T)}}}, \quad v_l^{(T)} = \frac{\lambda_l}{\rho_l^0 C_l}. \quad (5.3)$$

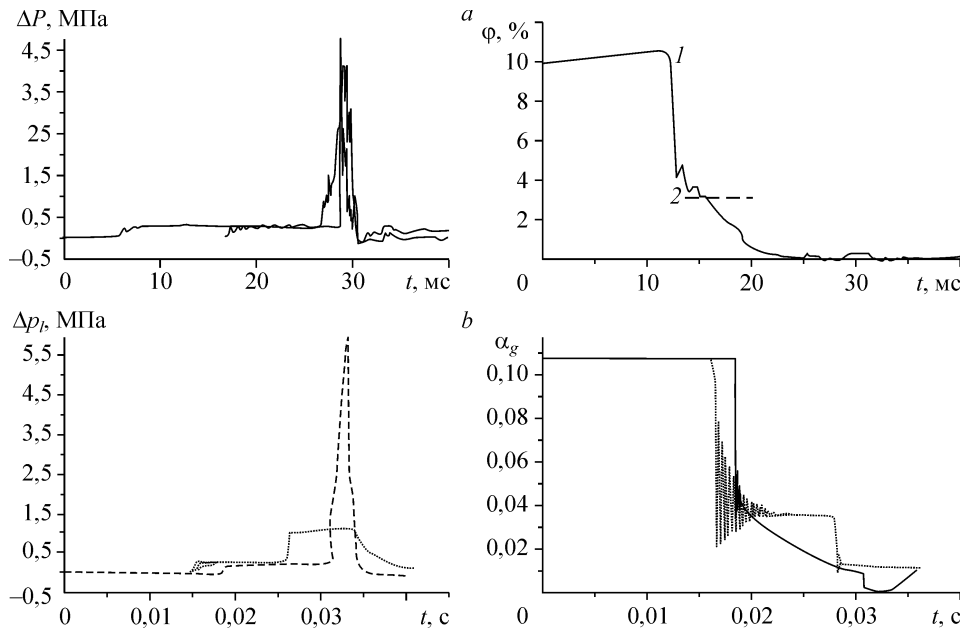


Рис. 4. Экспериментальные (а) и расчетные (б) осциллограммы давления и объемного газосодержания при исходных параметрах пузырьковой смеси и амплитуды волны: $\alpha_{g0} = 0,107$, $\Delta p = 0,25$ МПа. Линии 3 и 4 получены при $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ и $4 \cdot 10^{-4}$ м; линия 5 — с учетом дробления в момент первого максимального сжатия.

Здесь $\nu_l^{(T)}$ — температуропроводность жидкости. Пренебрегая переменностью значений параметров ρ_g^0 , ΔT_a , ν_{gl} и $\text{Nu}_{(al)}$, а также полагая $|q_{(ga)}| \ll |q_{(al)}|$ (поскольку коэффициент теплопроводности газа почти на два порядка ниже, чем для воды) из (5.1)–(5.3), можно получить зависимость текущего радиуса a пузырька от его положения (координаты x) в виде

$$\nu_{gl}(a_0^2 - a^2) = \nu_l^{(T)} G \frac{\rho_l^0}{\rho_g^0} \frac{C_l \Delta T_a}{l_h} \text{Nu}_{(al)} x. \quad (5.4)$$

Принимая значения параметров, соответствующие условиям эксперимента, а также полагая $\nu_{gl} \approx 0,3$ м/с из (5.4), получим $x = 0,5$ м при $a = 0$. Следовательно, если бы гидратообразование лимитировалось интенсивностью съема тепла, выделяющегося за счет фазового перехода от межфазной поверхности, то пузырьковая смесь образовывалась бы только вблизи донного участка ударной трубы протяженностью не более одного метра.

Покажем также, что на фоне реализуемых в опытах интенсивностях перехода газа в гидратное состояние перегрев межфазной поверхности ΔT_a незначителен. Действительно, на основе условия теплового баланса (3.2) при распространении волны давления в пузырьковой жидкости можно записать следующую оценку:

$$\lambda_l \frac{\Delta T_a}{\delta_l^{(T)}} \approx j_g l_h / G, \quad (5.5)$$

где $\delta_l^{(T)}$ — характерная толщина температурного погранслоя в жидкости вблизи межфазной границы. Эту величину можно в свою очередь оценить [4] как

$$\delta_l^{(T)} \approx \sqrt{\nu_l^{(T)} t_R}, \quad t_R = 2\pi a / \sqrt{3\gamma p / \rho_l^0}. \quad (5.6)$$

С учетом выражения (3.2) из (5.5) получим

$$\Delta T_a \approx \frac{\delta_l^{(T)} l_h}{\lambda_l} \frac{\beta(p_g - p_s(T_0))}{G \sqrt{2\pi R_g T_0}}. \quad (5.7)$$

Отсюда, применительно к условиям эксперимента из работы [1] ($a \approx 2 \cdot 10^3$ м, $p_l \approx 0,1$ МПа, $p_g - p_s(T_0) \approx 0,1$ МПа, $\delta_l^{(T)} = 5 \cdot 10^{-6}$ м), используя значение $\beta = 3 \cdot 10^{-5}$ для эмпирического параметра, получим $\Delta T_a \approx 10^{-1}$ К.

Можно также оценить величину эффективного коэффициента диффузии $D_l^{(ef)}$, полагая, что интенсивность j_g определяется диффузией в жидкости как

$$j_g = \rho_l^0 D_l^{(ef)} \frac{\Delta G_l}{\delta_l^{(D)}}. \quad (5.8)$$

Здесь ΔG_l и $\delta_l^{(D)}$ — соответственно перепад массовой концентрации газа в жидкости, ($\Delta G_l \approx G$) — и толщина диффузионного погранслоя, определяемая анало-

гично выражению (5.6) как $\delta_l^{(D)} = \sqrt{D_l^{(ef)} t_R}$. Сопоставляя формулы (2.2) и (5.8) получим

$$\sqrt{D_l^{(ef)}} \approx \frac{\beta(p_g - p_s(T_0)) \sqrt{t_R}}{\sqrt{2\pi R_g T_0} \rho_l G}. \quad (5.9)$$

Отсюда для условий эксперимента получим следующую оценку эффективного коэффициента диффузии $D_l^{(ef)} \approx 10^{-12}$ м²/с, что на два-три порядка ниже коэффициента молекулярной диффузии жидкостей.

Отметим также, что использованные значения эмпирических коэффициентов β и χ выбраны из условий наилучшего согласования результатов расчета с опытными данными из [1]. Для дальнейшего уточнения этих величин требуется экспериментальный материал в более широком диапазоне параметров пузырьковой жидкости и интенсивности волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование динамики волн давления в воде с пузырьками фреона-12 с учетом гидратообразования. На основе предложенной схемы дробления пузырьков в ударной волне показано, что с увеличением амплитуды волны сжатия склонность пузырьков к процессу дробления растет. Это является одним из главных факторов интенсификации процесса гидратообразования. Поэтому дальнейшее развитие теории волновой динамики пузырьковой жидкости с наличием гидратообразования должно идти с уточнением кинетических зависимостей и соответствующих эмпирических параметров для процессов дробления, межфазного массообмена и в том числе гидратообразования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Донцов В.Е., Накоряков В.Е., Чернов А.А. Ударные волны в воде с пузырьками фреона-12 с образованием гидрата газа // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48, № 3. С. 58–75.
2. Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // ДАН СССР. 1989. Т. 304, № 35. С. 1077–1081.
3. Гумеров Н.А. Автомодельный рост слоя газового гидрата, разделяющего газ и жидкость // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1992. № 5. С. 78–85.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464 с.
5. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.

Статья поступила в редакцию 9 декабря 2009 г.