

УДК 550.31

Моделирование температурно-зависимых волновых полей в деформируемых пористых средах, насыщенных жидкостью*

Г.В. Решетова¹, Е.И. Роменский²

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, просп. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090

²Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, просп. Акад. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090

E-mails: kgv@nmsf.ssc.ru (Решетова Г.В.), evrom@math.nsc.ru (Роменский Е.И.)

Английская версия этой статьи печатается в журнале “Numerical Analysis and Applications” № 4, Vol. 17, 2024.

Решетова Г.В., Роменский Е.И. Моделирование температурно-зависимых волновых полей в деформируемых пористых средах, насыщенных жидкостью // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2024. — Т. 27, № 4. — С. 425–441.

В работе представлена симметрическая гиперболическая термодинамически согласованная модель насыщенной пористой среды для случая конечных деформаций и ее линеаризация для описания сейсмических волновых полей малой амплитуды в пористых средах, насыщенных жидкостью. Модель позволяет описывать волновые процессы для разных фазовых состояний насыщающей жидкости при ее переходе из твердого состояния в жидкое, например при оттаивании вечной мерзлоты и разложении газогидратов под действием температуры. Для численного решения данной модели разработан метод конечных разностей на сдвинутых сетках. С его помощью проведены тестовые расчеты для модели среды, содержащей слой газогидрата внутри однородной упругой среды. Исследование показало, что характеристики волновых полей в насыщенных пористых средах значительно зависят от пористости, которая меняется при изменении температуры.

DOI: 10.15372/SJNM20240405

EDN: YOWEYU

Ключевые слова: моделирование волновых полей, пористая среда, насыщенная жидкостью, таяние вечной мерзлоты, газовые гидраты, конечно-разностные схемы на сдвинутых сетках, сейсмическое затухание.

Reshetova G.V., Romenski E.I. Modeling of temperature-dependent wave fields in deformable porous media saturated with fluid // Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci. — Novosibirsk, 2024. — Vol. 27, № 4. — P. 425–441.

The paper presents a Symmetric Hyperbolic Thermodynamically Compatible model of a saturated porous medium for the case of finite deformations and its linearization for description of small amplitude seismic wave fields in porous media saturated with fluid. The model allows us to describe wave processes for the different phase states of the saturating fluid during its transition from solid to liquid state, for example during thawing of permafrost and decomposition of gas hydrates under the influence of temperature. To numerically solve the governing equations of the model, a finite difference method on staggered grids has been developed and used to perform test calculations for the model of a medium containing a layer of gas hydrate in a homogeneous elastic medium. The study shows that the characteristics of the wave fields in saturated porous media depend significantly on a porosity which varies with temperature.

*Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20112).

Keywords: *wavefield modeling, fluid saturated porous media, thawing permafrost, gas hydrates, finite difference schemes on staggered grids, seismic attenuation.*

1. Введение

Моделирование волновых процессов в пористых средах представляет интерес для решения многих практических задач прикладной геофизики. Особенно актуальным это направление исследований становится в связи с развитием цифровых технологий для двойников геологических объектов.

В последние годы растет интерес к разработке методов поиска и сейсмического мониторинга эволюции природных скоплений газовых гидратов. Эти исследования важны для характеристики изменения физических свойств природных месторождений газогидратов и их эффективного освоения. Сейсмический мониторинг основан на анализе волновых полей, их распространения и отражения в геологических формациях, содержащих месторождения газогидратов, которые с точки зрения механики сплошных сред представляют собой сложную геологическую деформируемую среду. Изменчивость волновых полей в ответ на внешние условия можно использовать для оценки изменений в месторождениях и прогнозирования критических событий. По мере повышения температуры газогидраты начинают разлагаться, образуя пористую структуру. Для описания сложного строения такой среды под воздействием температуры необходима математическая модель деформируемого пористого материала, насыщенного многофазной смесью жидкости и газа.

В качестве математической модели, описывающей изучаемые волновые процессы, выбрана симметрическая гиперболическая термодинамически согласованная (СГТС) модель, описанная в [1–4]. Этот выбор обусловлен ее гибкостью, допускающей обобщения на случай многофазной насыщающей жидкости и конечных деформаций скелета, возможностью учета фазовых превращений и т. д. Отметим, что использование общепринятой модели Био для моделирования волн в пористых средах [5, 6] кажется проблематичным из-за трудностей, возникающих при попытке обобщить ее для описания указанных выше явлений. Теория СГТС-систем законов сохранения [7–9] в применении к моделированию многофазных сред позволяет построить математически корректную модель течения многофазной сжимаемой смеси в деформируемом пористом скелете, удовлетворяющую законам неравновесной термодинамики [1–4]. Отметим, что в случае малых деформаций СГТС-модель пористой среды, насыщенной сжимаемой жидкостью, в некотором интервале пористости качественно дает те же результаты при описании волновых полей, что и модель Био [1]. Однако модель Био дает некорректные значения скоростей волн при пористостях, близких к предельным значениям 0 или 1.

Отличительной особенностью волновых процессов в пористых средах является процесс поглощения сейсмической энергии при изменении пористости. Такие процессы могут происходить в геологической среде под воздействием температуры, что характерно, например, для разложения газогидратов и деградации вечной мерзлоты. Процесс затухания сейсмических волн в пористых средах — сложное явление, на которое влияют различные факторы, такие как структура среды, свойства флюида и упругого скелета, температура, давление, волновые характеристики сейсмической волны и другие. В частности, основными факторами, приводящими к затуханию сейсмической энергии в пороупругой среде, являются внутреннее межфазное трение и релаксация сдвиговых напряжений. Для описания поглощения сейсмической энергии в среде используются различные математические модели, в частности широко распространенная модель обобщен-

ного стандартного линейного твердого тела (Generalized Standard Linear Solid, GSLS) [10], которая учитывает как упругие, так и вязкие свойства среды.

Для оценки поглощения энергии сейсмических волн, распространяющихся через среду, используется коэффициент добротности или Q -фактор, который определяется как отношение энергии, накопленной в системе, к энергии, рассеянной в ней: $Q = 2\pi(E/\delta E)$, где $(E/\delta E)$ — доля потери энергии за цикл. Более высокие значения Q указывают на меньшие потери энергии. Предположение о постоянстве сейсмического Q -фактора является фундаментальным для сейсмических исследований. Это предположение подразумевает, что Q -фактор остается постоянным во всем спектре сейсмических частот. Для того чтобы убедиться, что наша модель также обеспечивает постоянство Q -фактора в сейсмическом диапазоне частот, мы провели серию численных экспериментов.

Статья организована следующим образом. В пункте 2 сформулированы общие уравнения СГТС-модели пористой среды для случая конечных деформаций и их линеаризованная форма, применимая для случая малых деформаций при распространении волн. В п. 3 приведено краткое описание используемой конечно-разностной схемы на сдвинутых сетках, а в п. 4 представлены результаты численного моделирования сейсмических волновых полей и особенности их поведения при изменении температуры/пористости газогидратов.

2. Симметричная гиперболическая термодинамически согласованная модель деформируемой флюидонасыщенной пористой среды

2.1. Общая система определяющих уравнений процессов в деформируемой насыщенной пористой среде

Рассмотрим деформируемую пористую среду, насыщенную сжимаемой жидкостью, как двухфазную смесь. Ограничиваясь приближением одной энтропии [1], которое допустимо при малых изменениях температур фаз, определяющие уравнения СГТС-модели в случае конечных деформаций имеют вид

$$\frac{\partial \rho v^i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v^i v^k + \rho^2 E_\rho \delta_{ik} + w^i E_{w^k} + \rho A_{ji} E_{A_{jk}})}{\partial x_k} = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial A_{ik}}{\partial t} + \frac{\partial A_{im} v^m}{\partial x_k} + v^j \left(\frac{\partial A_{ik}}{\partial x_j} - \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_k} \right) = -\frac{\psi_{ik}}{\theta}, \quad (1б)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v^k}{\partial x_k} = 0, \quad (1в)$$

$$\frac{\partial \rho c_1}{\partial t} + \frac{\partial (\rho c_1 v^k + \rho E_{w^k})}{\partial x_k} = 0, \quad (1г)$$

$$\frac{\partial w^k}{\partial t} + \frac{\partial (w^l v^l + E_{c_1})}{\partial x_k} + v^l \left(\frac{\partial w^k}{\partial x_l} - \frac{\partial w^l}{\partial x_k} \right) = -\frac{\lambda_k}{\theta_2}, \quad (1д)$$

$$\frac{\partial \rho \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho \alpha_1 v^k}{\partial x_k} = -\frac{\rho \varphi}{\theta_1}, \quad (1е)$$

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho s v^k}{\partial x_k} = \frac{\rho}{\theta E_s} \psi_{ik} \psi_{ik} + \frac{\rho}{\theta_1 E_s} \varphi^2 + \frac{\rho}{\theta_2 E_s} \lambda_k \lambda_k \geq 0. \quad (1ж)$$

Здесь (1а) — полный закон сохранения импульса для всей пористой среды, (1б) — уравнение эволюции дисторсии (обратной матрицы градиента упругой деформации), (1в) — полный закон сохранения массы всей среды, (1г) — закон сохранения массы насыщающей жидкости, (1д) — уравнение баланса относительной скорости w_k , (1е) — уравнение баланса объемной доли жидкости, (1ж) — закон возрастания энтропии. Используются следующие переменные состояния: α_1 — объемная доля насыщающей жидкости ($\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ — объемная доля деформируемого скелета), ρ_1, ρ_2 — массовые плотности жидкости и скелета соответственно, $\rho = \alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2$ — массовая плотность смеси, $c_1 = \alpha_1\rho_1/\rho$ — массовая доля жидкости ($c_2 = 1 - c_1 = \alpha_2\rho_2/\rho$ — массовая доля скелета), $v^k = c_1v_1^k + c_2v_2^k$ — скорость смеси, v_1^k, v_2^k — скорости жидкости и скелета соответственно, $w_k = v_1^k - v_2^k$ — относительная скорость, s — энтропия смеси.

Основным замыкающим соотношением для системы (1) является обобщенная внутренняя энергия E , которая имеет вид

$$E = E_1(c_1, |\mathbf{w}|) + E_2(\alpha_1, c_1, \rho, s) + E_3(c_1, \rho, s, A_{ik}). \quad (2)$$

Здесь кинетическая энергия относительного движения E_1 определяется как

$$E_1(c_1, |\mathbf{w}|) = \frac{1}{2}c_1(1 - c_1)\rho w^j w^j. \quad (3)$$

Далее энергия объемной деформации E_2 определяется как

$$E_2(\alpha_1, c_1, \rho, s) = c_1 e_1(\rho_1, s) + c_2 e_2(\rho_2, s) = c_1 e_1\left(\frac{\rho c_1}{\alpha_1}, s\right) + c_2 e_2\left(\frac{\rho c_2}{\alpha_2}, s\right). \quad (4)$$

И, наконец, энергия сдвига E_3 зависит от искажения всего элемента смеси материала скелета и насыщающей жидкости и определяется как

$$E_3 = \frac{1}{8}c_2 c_s^2 (\text{tr}(\mathbf{g}^2) - 3), \quad (5)$$

где c_s — скорость звука сдвига твердого скелета, а \mathbf{g} — нормированный тензор деформации Фингера: $\mathbf{g} = \mathbf{G}(\det \mathbf{G})^{-1/3}$, $\mathbf{G} = \mathbf{A}^\top \mathbf{A}$.

В представленной системе имеются три диссипативных источника, соответствующих релаксации напряжений сдвига (1б), релаксации относительной скорости (1д) и релаксации давления фаз к общему значению давления (1е). В уравнении энтропии имеется источниковый член производства энтропии, который описывает ее рост за счет описанных выше релаксационных процессов. Диссипативные члены пропорциональны термодинамическим силам:

$$\psi_{ik} = E_{A_{ik}}, \quad \lambda_k = E_{w_k}, \quad \varphi = E_{\alpha_1}, \quad (6)$$

а параметры $\theta, \theta_1, \theta_2$ характеризуют скорость релаксации и могут быть функциями переменных состояния.

С использованием выбранной внутренней энергии термодинамические силы вычисляются следующим образом:

$$E_{\alpha_1} = \frac{p_2 - p_1}{\rho}, \quad p = \rho^2 E_\rho = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2, \quad p_i = \rho_i^2 \frac{\partial e_i}{\partial \rho_i} \quad (i = 1, 2),$$

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{A}} = c_2 \frac{c_s^2}{2} \mathbf{A}^{-\top} \left(\mathbf{g}^2 - \frac{\text{tr}(\mathbf{g}^2)}{3} \mathbf{I} \right), \quad \sigma_{ij} = -\rho A_{ki} E_{A_{kj}} = -c_2 \frac{\rho c_s^2}{2} \left(g_{ik} g_{kj} - \frac{1}{3} g_{lk} g_{kl} \delta_{ij} \right),$$

$$E_{c_1} = e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} - e_2 - \frac{p_2}{\rho_2} + (1 - 2c_1) \frac{w^i w^i}{2} - \frac{1}{8} c_s^2 (\text{tr}(\mathbf{g}^2) - 3), \quad (7)$$

$$E_{w^i} = c_1 c_2 w^i, \quad E_s = T = c_1 \frac{\partial e_1}{\partial s} + c_2 \frac{\partial e_2}{\partial s}.$$

Уравнения (1) могут быть преобразованы к симметричной форме и удовлетворяют законам сохранения энергии и роста энтропии [1]. Они могут быть использованы для моделирования сложных процессов в пористой среде (в том числе течений жидкости в деформируемой среде), сопровождающихся изменением температуры.

В следующем пункте для вывода уравнений волн малой амплитуды будем использовать эквивалентную (1) систему уравнений в терминах переменных состояния фаз, подобно тому как это было сделано в [1]:

$$\frac{\partial(\alpha_1 \rho_1 v_1^i + \alpha_2 \rho_2 v_2^i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_1 \rho_1 v_1^i v_1^k + \alpha_2 \rho_2 v_2^i v_2^k + p \delta_{ik} - \sigma_{ik})}{\partial x_k} = 0, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial A_{ik}}{\partial t} + \frac{\partial A_{ij} v^j}{\partial x_k} + v^j \left(\frac{\partial A_{ik}}{\partial x_j} - \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_k} \right) = -\frac{\psi_{ik}}{\theta}, \quad (8б)$$

$$\frac{\partial \alpha_1 \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_1 \rho_1 v_1^k}{\partial x_k} = 0, \quad (8в)$$

$$\frac{\partial \alpha_2 \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_2 \rho_2 v_2^k}{\partial x_k} = 0, \quad (8г)$$

$$\frac{\partial w^k}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{v_1^j v_1^j - v_2^j v_2^j}{2} + e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} - e_2 - \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{E_3}{c_2} \right)}{\partial x_k} + v^l \left(\frac{\partial w^k}{\partial x_l} - \frac{\partial w^l}{\partial x_k} \right) = -\frac{\lambda_k}{\theta_2}, \quad (8д)$$

$$\frac{\partial \rho \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho \alpha_1 v^k}{\partial x_k} = -\frac{\rho \varphi}{\theta_1}, \quad (8е)$$

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho s v^k}{\partial x_k} = \frac{\rho}{\theta T} \psi_{ik} \psi_{ik} + \frac{\rho}{\theta_1 T} \varphi^2 + \frac{\rho}{\theta_2 T} \lambda_k \lambda_k \geq 0. \quad (8ж)$$

2.2. Линейная система дифференциальных уравнений для распространения волн малой амплитуды

Нас интересует моделирование волновых полей малой амплитуды. Для вывода соответствующих дифференциальных уравнений следует линеаризовать (8) в предположении малости деформаций и малых изменений температуры. Кроме этого, поскольку наша цель — вывести уравнения, применимые в некотором диапазоне температур, следует выбрать начальное состояние среды равновесным, но допускающим вариации температуры. Таким образом, предположим, что в стационарном начальном неподвижном состоянии среды с заданной пористостью тензор сдвиговых напряжений равен нулю, давление равно внешнему давлению (атмосферному), а температура соответствует постоянной внешней температуре (атмосферной), но которая может варьироваться. Данному состоянию среды соответствуют значения ее переменных

$$\alpha_1 = \alpha_1^0, \quad \rho_1 = \rho_1^0, \quad \rho_2 = \rho_2^0, \quad v_1^i = 0, \quad v_2^i = 0, \quad s = s_0, \quad A_{ij} = A_{ij}^0, \quad (9)$$

причем константы ρ_1^0 , ρ_2^0 , s_0 определяются из условий внешнего равновесия $p_1(\rho_1^0, s_0) = p_2(\rho_2^0, s_0) = p_0$, $T(\rho_1^0, \rho_2^0, s_0) = T_0$, где p_0 , T_0 — внешние давление и температура. Нас

интересуют вариации температуры в диапазоне нескольких градусов вблизи точки заморзания. В таком диапазоне изменения температуры вариации плотностей как твердого тела, так и жидкости пренебрежимо малы (заметим, что коэффициент объемного теплового расширения воды имеет порядок $10^{-4}K^{-1}$, а линейного расширения материала скелета — порядок $10^{-5}K^{-1}$). Поэтому с целью упрощения выводимых уравнений предположим, что изменение внешней температуры не приводит к изменению плотностей фаз, и будем считать, что ρ_1^0, ρ_2^0 — константы, не зависящие от температуры, и, соответственно, деформированное состояние среды соответствует значениям дисторсии $A_{ij}^0 = \delta_{ij}$ при ненапряженном состоянии среды. Можно также считать в силу малости изменения начальной плотности при вариациях температуры, что начальной температуре соответствует начальная энтропия $s_0 = 0$.

Приступим к выводу уравнений для малых возмущений стационарного решения (9) и будем искать решение системы (8) для возмущений переменных состояния:

$$\alpha_1 = \alpha_1^0 + \Delta\alpha_1, \quad \rho_k = \rho_k^0 + \Delta\rho_k, \quad v_k^i = \Delta v_k^i, \quad s = s_0 + \Delta s, \quad A_{ij} = \delta_{ij} + \Delta A_{ij}. \quad (10)$$

Подставим данное представление решения в (8) и отбросим члены возмущения решения порядка Δ^2 и выше. Получим следующую систему:

$$\frac{\partial(\alpha_1^0 \rho_1^0 \Delta v_1^i + \alpha_2^0 \rho_2^0 \Delta v_2^i)}{\partial t} + \frac{\partial(\Delta p \delta_{ik} - \Delta \sigma_{ik})}{\partial x_k} = 0, \quad (11a)$$

$$\frac{\partial \Delta A_{ik}}{\partial t} + \frac{\partial \Delta v^j}{\partial x_k} = -\frac{\Delta E_{A_{ik}}}{\theta}, \quad (11б)$$

$$\frac{\partial(\alpha_1^0 \Delta \rho_1 + \rho_1^0 \Delta \alpha_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_1^0 \rho_1^0 \Delta v_1^k)}{\partial x_k} = 0, \quad (11в)$$

$$\frac{\partial(\alpha_2^0 \Delta \rho_2 + \rho_2^0 \Delta \alpha_2)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_2^0 \rho_2^0 \Delta v_2^k)}{\partial x_k} = 0, \quad (11г)$$

$$\frac{\partial(\Delta v_1^k - \Delta v_2^k)}{\partial t} + \frac{\partial(\Delta p_1 / \rho_1^0 - \Delta p_2 / \rho_2^0)}{\partial x_k} = -\frac{\Delta E_{w_k}}{\theta_2}, \quad (11д)$$

$$\frac{\partial \Delta \alpha_1}{\partial t} = -\frac{\Delta E_{\alpha_1}}{\theta_1}, \quad (11е)$$

$$\frac{\partial \Delta s}{\partial t} = 0. \quad (11ж)$$

Здесь $\Delta p = \Delta(\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2)$, $\Delta \sigma_{ij} = -\Delta \left(c_2 \frac{\rho c_s^2}{2} \left(g_{ik} g_{kj} - \frac{1}{3} g_{lk} g_{kl} \delta_{ij} \right) \right)$, $\Delta E_{w_k} = \Delta(c_1 c_2 w^i)$, $\Delta E_A = \Delta \left(c_2 \frac{c_s^2}{2} \mathbf{A}^{-\top} \left(\mathbf{g}^2 - \frac{\text{tr}(\mathbf{g}^2)}{3} \mathbf{I} \right) \right)$, $\Delta E_{\alpha_1} = \Delta \left(\frac{p_2 - p_1}{\rho} \right)$.

Сделаем теперь упрощающее предположение о мгновенной релаксации давлений фаз к единому значению ($\theta_1 \rightarrow 0$). Поскольку давления выравниваются за счет распространения волн и их отражения от границ раздела фаз, а характерный масштаб порового пространства мал по сравнению с масштабами сейсмических волн, такое предположение справедливо. Мгновенная релаксация давлений означает, что $\Delta p_1 = \Delta p_2$, что дает нам следующее соотношение для возмущений плотностей фаз (здесь нужно учесть то, что $\Delta s = 0$ — следствие уравнения (11ж)):

$$\frac{K_1}{\rho_1^0} \Delta \rho_1 = \frac{K_2}{\rho_2^0} \Delta \rho_2, \quad (12)$$

где $K_1 = \frac{1}{\rho_1^0} \frac{\partial p_1}{\partial \rho_1} \Big|_{\rho_1=\rho_1^0, s=0}$, $K_2 = \frac{1}{\rho_2^0} \frac{\partial p_2}{\partial \rho_2} \Big|_{\rho_2=\rho_2^0, s=0}$ — объемные модули фаз. Подчеркнем, что алгебраическое уравнение (12) в итоговой системе уравнений следует использовать вместо дифференциального уравнения (11е). Далее, в силу мгновенной релаксации давления, обозначая $p_1 = p_2 = P$, получим $\Delta p = \Delta P$, поскольку $\Delta \alpha_1 = -\Delta \alpha_2$ в силу условия насыщения $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_1^0 + \alpha_2^0 = 1$.

Для силы межфазного трения, очевидно, получим $\Delta E_{w_k} = c_1^0 c_2^0 (\Delta v_1^k - \Delta v_2^k)$.

Теперь введем новую переменную состояния $\varepsilon = \frac{1}{2}(\Delta \mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}^\top)$ — тензор малых деформаций, с помощью которого тензор деформации Фингера записывается как $\mathbf{G} = \mathbf{I} + 2\varepsilon$. Для вычисления $\Delta E_{A_{ik}}$ в уравнении для дисторсии, используя разложение $\mathbf{g} = \mathbf{I} + \Delta \mathbf{g}$, получим $\left(\mathbf{g}^2 - \frac{\text{tr}(\mathbf{g}^2)}{3} \mathbf{I}\right) = 2\left(\Delta \mathbf{g} - \frac{1}{3} \text{tr}(\Delta \mathbf{g}) \mathbf{I}\right)$. Далее, для нормализованного тензора Фингера \mathbf{g} можно получить выражение через тензор малых деформаций $\Delta \mathbf{g} = 2\left(\varepsilon - \frac{1}{3} \text{tr}(\varepsilon) \mathbf{I}\right)$. Окончательно получим $\Delta E_{\mathbf{A}} = 2c_2^0 c_s^2 \left(\varepsilon - \frac{1}{3} \text{tr}(\varepsilon) \mathbf{I}\right)$. Аналогично можно показать, что $\Delta \sigma_{ij} = 2c_2^0 c_s^2 \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \delta_{ij}\right)$.

Заметим еще, что поскольку термодинамические величины $E_{\mathbf{A}}$ и σ_{ij} выражаются через тензор малых деформаций, вместо уравнения для ΔA_{ij} можно использовать его следствие — уравнение для тензора деформаций $\frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta v^j}{\partial x_k} + \frac{\partial \Delta v^k}{\partial x_j} \right) = -\frac{\Delta E_{A_{ik}}}{\theta}$.

Основываясь на вышеприведенных формулах, можно сформулировать окончательную форму уравнений для малых возмущений, вводя новые переменные состояния: $V^i = \left(\frac{\alpha_1^0 \rho_1^0}{\rho_0} \Delta v_1^i + \frac{\alpha_2^0 \rho_2^0}{\rho_0} \Delta v_2^i \right) = c_1^0 \Delta v_1^i + c_2^0 \Delta v_2^i$, $W^k = \Delta v_2^k - \Delta v_1^k$, $P = \Delta p_1 = K_1 \Delta \rho_1 = \Delta p_2 = K_2 \Delta \rho_2$, $\Sigma_{ik} = 2c_2^0 c_s^2 \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \delta_{ij} \right)$, где $\rho_0 = \alpha_1^0 \rho_1^0 + \alpha_2^0 \rho_2^0$.

Таким образом, мы приходим к гиперболической системе линейных дифференциальных уравнений

$$\rho_0 \frac{\partial V^i}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \Sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad (13a)$$

$$\frac{\partial W^k}{\partial t} + \left(\frac{1}{\rho_1^0} - \frac{1}{\rho_2^0} \right) \frac{\partial P}{\partial x_k} = -\chi W^k, \quad (13б)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + K \frac{\partial V^k}{\partial x_k} + \frac{\alpha_1^0 \alpha_2^0}{\rho_0} (\rho_2^0 - \rho_1^0) K \frac{\partial W^k}{\partial x_k} = F, \quad (13в)$$

$$\frac{\partial \Sigma_{ik}}{\partial t} - \mu \left(\frac{\partial V^i}{\partial x_k} + \frac{\partial V^k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial V^j}{\partial x_j} \right) = -\frac{\Sigma_{ik}}{\tau}. \quad (13г)$$

Здесь V^i , W^k , P , Σ_{ik} — соответственно малые возмущения скорости смеси, относительной скорости, давления и тензора сдвиговых напряжений в стационарном ненапряженном состоянии; $K = (\alpha_1^0 K_1^{-1} + \alpha_2^0 K_2^{-1})^{-1}$ — объемный модуль смеси; $\mu = \alpha_2^0 \rho_2^0 c_s^2$ — модуль сдвига смеси (предполагается, что модуль сдвига в жидкости равен нулю); $K_1 = \rho_1^0 \frac{\partial p_1}{\partial \rho_1} \Big|_{\rho_1=\rho_1^0}$, $K_2 = \rho_2^0 \frac{\partial p_2}{\partial \rho_2} \Big|_{\rho_2=\rho_2^0}$ — объемные модули жидкой и твердой фаз соответственно; $\chi = \frac{c_1^0 c_2^0}{\theta_2}$ — коэффициент межфазного трения; $\tau = \theta$. Индекс 0 обозначает начальные невозмущенные значения переменных состояния в стационарном состоянии.

Уравнения (13б) и (13г) содержат механизмы диссипации, соответствующие межфазному трению и релаксации сдвиговых напряжений. Представленный в (13в) источник $F = F(x, t)$ в правой части предназначен для генерации волн в среде.

Нас интересует изучение свойств волновых полей при изменении температуры. Хотя в системе (13) температура не представлена в явном виде, ее влияние выражается через температурную зависимость коэффициентов уравнений. Наибольший интерес представляет изменение волновых свойств среды для случая фазовых превращений в насыщающей жидкости при ее переходе из твердого состояния в жидкое. Примерами таких явлений могут служить оттаивание вечной мерзлоты и разложение газогидратов. В этом случае существенное влияние на свойства волновых полей может оказывать образование и изменение пористости с изменением температуры, температурная зависимость коэффициента межфазного трения и времени релаксации касательных напряжений. Ниже мы численно исследуем влияние упомянутых температурных зависимостей на свойства сейсмических волновых полей.

3. Метод конечных разностей

Метод, используемый для численного моделирования, основан на схеме конечных разностей на сдвинутых сетках [11, 12]. Для удобства в двумерном случае введем новые обозначения для координат $x_1 = x$, $x_2 = y$ и переменных состояния $V_1 = V_x$, $V_2 = V_y$, $W_1 = W_x$, $W_2 = W_y$, $\Sigma_{11} = \Sigma_{xx}$, $\Sigma_{22} = \Sigma_{yy}$, $\Sigma_{12} = \Sigma_{xy}$. В пространственно-временной области (t, x, y) введем сетку с целыми узлами $t^n = n\Delta t$, $x_i = i\Delta x$, $y_j = j\Delta y$ и полуполными узлами $t^{n+1/2} = (n+1/2)\Delta t$, $x_{i+1/2} = (i+1/2)\Delta x$, $y_{j+1/2} = (j+1/2)\Delta y$, где Δt , Δx и Δy обозначают шаги сетки по времени и по пространству.

Для дискретной функции $f_{i,j}^n = f(t^n, x_i, y_j)$ определим разностные операторы второго порядка точности по времени

$$D_t[f]_{i,j}^n = \frac{(f)_{i,j}^{n+1/2} - (f)_{i,j}^{n-1/2}}{\Delta t}, \quad A_t[f]_{i,j}^n = \frac{(f)_{i,j}^{n+1/2} + (f)_{i,j}^{n-1/2}}{2} \quad (14)$$

и разностные операторы четвертого порядка точности по пространству (шаблон Левандера)

$$D_x[f]_{i,j}^n = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{9}{8} \left((f)_{i+1/2,j}^n - (f)_{i-1/2,j}^n \right) - \frac{1}{24} \left((f)_{i+3/2,j}^n - (f)_{i-3/2,j}^n \right) \right\}, \quad (15)$$

$$D_y[f]_{i,j}^n = \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{9}{8} \left((f)_{i,j+1/2}^n - (f)_{i,j-1/2}^n \right) - \frac{1}{24} \left((f)_{i,j+3/2}^n - (f)_{i,j-3/2}^n \right) \right\}. \quad (16)$$

В основе конечно-разностной схемы на сдвинутых сетках лежит метод конечных объемов [13], примененный к системе уравнений (13). Особенность сдвинутых сеток заключается в определении параметров среды и компонент волнового поля в различных узлах пространственно-временной сетки. Предполагается, что параметры среды постоянны в пределах каждой ячейки сетки $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \times [y_{j-1/2}, y_{j+1/2}]$ и могут претерпевать разрыв только вдоль линий сетки. Скорости смеси V_x , V_y и относительные скорости W_x , W_y определяются в узлах сетки с индексами $(i+1/2, j)$, $(i, j+1/2)$ как $(V_x)_{i+1/2,j}^n$, $(V_y)_{i,j+1/2}^n$, $(W_x)_{i+1/2,j}^n$, $(W_y)_{i,j+1/2}^n$. Давление и нормальная составляющая девиатора напряжения определяются в узлах сетки (i, j) как $(P)_{i,j}^{n+1/2}$, $(\Sigma_{xx})_{i,j}^{n+1/2}$, $(\Sigma_{yy})_{i,j}^{n+1/2}$, а напряжение сдвига определяется в узлах сетки $(i+1/2, j+1/2)$ как $(\Sigma_{xy})_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}$. Геометрическое расположение соответствующих узлов и компонент можно увидеть на рисунке 1.

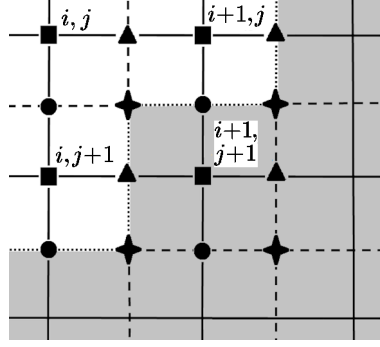


Рис. 1. Относительное положение компонент волнового поля на сдвинутой сетке вблизи границы раздела сред: квадрат (целые i и j) — Σ_{xx} , Σ_{yy} , P ; звезда (полуцелые i и j) — Σ_{xy} ; треугольник (полуцелые i , целые j) — V_x , W_x ; кружок (целые i , полуцелые j) — V_y , W_y . Мелкая пунктирная линия — граница раздела сред на сдвинутой сетке

Построенная конечно-разностная схема имеет вид

$$\begin{aligned}
 D_t[V_x]_{i+1/2,j}^{n-1/2} &= - \left\langle \frac{1}{\rho^0} \right\rangle_{i+1/2,j} D_x[P]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + \\
 &\quad \left\langle \frac{1}{\rho^0} \right\rangle_{i+1/2,j} \left(D_x[\Sigma_{xx}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + D_y[\Sigma_{xy}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} \right), \\
 D_t[V_y]_{i,j+1/2}^{n-1/2} &= - \left\langle \frac{1}{\rho^0} \right\rangle_{i,j+1/2} D_y[P]_{i,j+1/2}^{n-1/2} + \\
 &\quad \left\langle \frac{1}{\rho^0} \right\rangle_{i,j+1/2} \left(D_x[\Sigma_{xy}]_{i,j+1/2}^{n-1/2} + D_y[\Sigma_{yy}]_{i,j+1/2}^{n-1/2} \right), \\
 D_t[W_x]_{i+1/2,j}^{n-1/2} &= - \left\langle \frac{1}{\rho_1^0} - \frac{1}{\rho_2^0} \right\rangle_{i+1/2,j} D_x[P]_{i+1/2,j}^{n-1/2} - \langle c_1^0 c_2^0 / \theta_2 \rangle_{i+1/2,j} A_t[W_x]_{i+1/2,j}^{n-1/2}, \\
 D_t[W_y]_{i,j+1/2}^{n-1/2} &= - \left\langle \frac{1}{\rho_1^0} - \frac{1}{\rho_2^0} \right\rangle_{i,j+1/2} D_y[P]_{i,j+1/2}^{n-1/2} - \langle c_1^0 c_2^0 / \theta_2 \rangle_{i,j+1/2} A_t[W_y]_{i,j+1/2}^{n-1/2}, \\
 D_t[P]_{i,j}^n &= -(K)_{i,j} (D_x[V_x]_{i,j}^n + D_y[V_y]_{i,j}^n) - \\
 &\quad ((\rho_2^0 - \rho_1^0) \alpha_1^0 \alpha_2^0 K / \rho^0)_{i,j} (D_x[W_x]_{i,j}^n + D_y[W_y]_{i,j}^n), \\
 D_t[\Sigma_{xx}]_{i,j}^n &= (\mu)_{i,j} \left(\frac{4}{3} D_x[V_x]_{i,j}^n - \frac{2}{3} D_y[V_y]_{i,j}^n \right) - (1/\tau)_{i,j} A_t[\Sigma_{xx}]_{i,j}^n, \\
 D_t[\Sigma_{yy}]_{i,j}^n &= (\mu)_{i,j} \left(\frac{4}{3} D_y[V_y]_{i,j}^n - \frac{2}{3} D_x[V_x]_{i,j}^n \right) - (1/\tau)_{i,j} A_t[\Sigma_{yy}]_{i,j}^n, \\
 D_t[\Sigma_{xy}]_{i+1/2,j+1/2}^n &= \{\mu\}_{i+1/2,j+1/2} \left(D_x[\Sigma_y]_{i+1/2,j+1/2}^n + D_y[V_x]_{i+1/2,j+1/2}^n \right) - \\
 &\quad \{1/\tau\}_{i+1/2,j+1/2} A_t[\Sigma_{xy}]_{i+1/2,j+1/2}^n,
 \end{aligned} \tag{17}$$

где параметры среды на сдвинутой сетке определяются как среднее арифметическое усреднение

$$\langle f \rangle_{i+1/2,j} = (f_{i,j} + f_{i+1,j})/2, \quad \langle f \rangle_{i,j+1/2} = (f_{i,j} + f_{i,j+1})/2, \tag{18}$$

или среднее гармоническое усреднение [14]

$$f_{i+1/2,j+1/2} = \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{f_{i,j}} + \frac{1}{f_{i+1,j}} + \frac{1}{f_{i,j+1}} + \frac{1}{f_{i+1,j+1}} \right) \right]^{-1}. \quad (19)$$

4. Численные эксперименты

Изучим особенности поведения сейсмических волновых полей при изменении температуры газогидратов. Математическое описание данного процесса должно учитывать фазовые превращения, происходящие в насыщающей жидкости при переходе газогидратов из твердого состояния в жидкое. В этом случае существенное влияние на свойства волновых полей могут оказывать образование пористости и ее изменение с изменением температуры, влияющей на коэффициент межфазного трения и время релаксации касательных напряжений. Ниже мы численно исследуем влияние упомянутых температурных зависимостей на свойства волновых полей.

Прежде всего необходимо убедиться в корректном описании волновых процессов в газогидратах с помощью математической модели (13). Для этого рассмотрим однородную пороупругую среду с параметрами газогидрата, приведенными в таблице. Мы предполагаем, что газогидраты можно рассматривать как пороупругие среды с различной пористостью. В зависимости от температуры и давления внутри оттаивающего газогидрата среда может быть либо заморожена (твердое состояние), либо находиться в процессе перехода в жидкое или газообразное состояние при повышении температуры. В замороженном состоянии газогидрат можно рассматривать как предельный случай пороупругой среды — упругодеформируемую среду с нулевой пористостью, задав в системе (13) пористость $\phi = \alpha_1^0 = 0$. В процессе растепления пористость среды увеличивается до предельного значения $\phi = 1$, соответствующего переходу среды в жидкое/газообразное состояние.

Таблица. Параметры среды

Среда	Параметр	Обозн.	Значение	Един. измер.
Вмещающая среда	Скорость продольной волны	V_p	2400	м/с
	Скорость поперечной волны	V_s	1800	м/с
	Плотность	ρ_2	2500	кг/м ³
Газогидрат <i>Твердое состояние, $\phi = 0$</i>	Скорость продольной волны	V_p	3800	м/с
	Скорость поперечной волны	V_s	2400	м/с
	Плотность	ρ_2	2500	кг/м ³
Газогидрат <i>Жидкое состояние, $\phi = 1$</i>	Скорость продольной волны	V_p	1500	м/с
	Скорость поперечной волны	V_s	0	м/с
	Плотность	ρ_1	1040	кг/м ³
Диссипат. параметры	Межфазное трение	χ	$3.36 \cdot 10^{-7}$	с ⁻¹
	Время релаксации	τ	10^{-4}	с

Расчеты проводились для области, представляющей собой квадрат со стороной 800 м. Волновое поле возбуждалось источником вертикального типа с $F_x(x, y, t) = 0$ и $F_y(x, y, t) = \delta(x_0, y_0)f(t)$, где δ — дельта-функция Дирака, определяющая положение источника в центре области $(x_0, y_0) = (400, 400)$ м. Функция времени $f(t)$ задавалась вейвлетом Рикера $f(t) = (1 - \omega^2(t - t_0)^2/2) \exp[-\omega^2(t - t_0)^2/4]$ с доминирующей частотой $f_0 = 150$ Гц, угловой частотой $\omega = 2\pi f_0$ и задержкой импульса $t_0 = 2/f_0$.

На рис. 2 представлены снимки волнового поля для однородной пороупругой среды, рассчитанные в момент времени $t = 0.1$ с для различных пористостей: $\phi = 0$, $\phi = 0.5$ и $\phi = 1$. Как видно из графиков, волновое поле существенно изменяется в зависимости

от пористости среды. В случае пористости $\phi = 1$ у нас имеется чисто жидкая среда, где существует только волна давления, распространяющаяся со скоростью жидкой фазы 1500 м/с. В случае пористости $\phi = 0$ имеется чисто упругая среда с продольными и поперечными волнами, распространяющимися со скоростями 3800 м/с и 2400 м/с соответственно. А в случае пористости $\phi = 0.5$ вместе с продольными и поперечными волнами мы наблюдаем появление медленной волны Био в пороупругой среде. Скорость этих волн зависит от частоты сигнала в источнике и может быть оценена с помощью дисперсионных кривых [3].

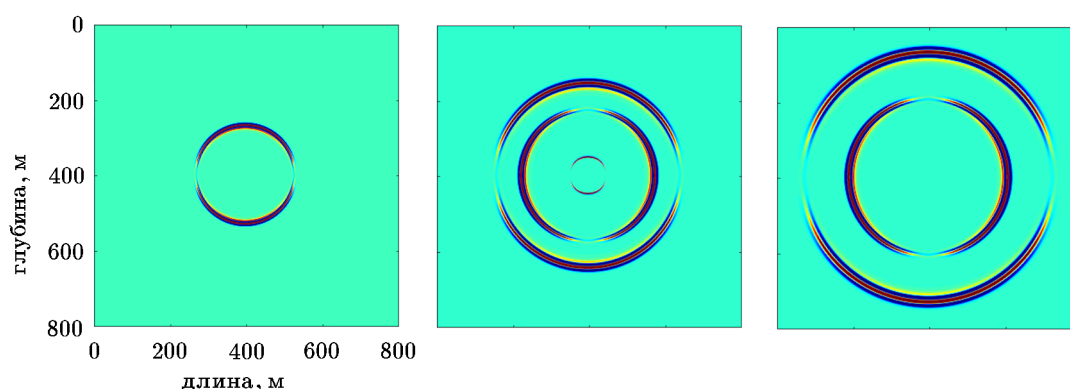


Рис. 2. Снимки волнового поля для компоненты скорости смеси V_y , записанные для времени релаксации $\tau = \infty$ и пористости $\phi = 1$ (слева), $\phi = 0.5$ (посередине), $\phi = 0$ (справа) в момент времени 0.1 секунды

Следующим этапом в верификации использованной математической модели является изучение механизмов затухания сейсмических волн, включенных в систему уравнений (13). Следует отметить, что основными причинами поглощения сейсмической энергии в пороупругой среде являются внутреннее межфазное трение и релаксация напряжений. Под межфазным трением в пористых средах понимается сила трения между различными фазами, например между жидкой и твердой фазами. Процессы релаксации напряжений представляют собой процессы, в которых напряжения уменьшаются после приложения внешней силы. При таянии газогидратов релаксация напряжений становится более интенсивной, потому что кристаллическая структура газогидрата переходит из твердого состояния в жидкое, что приводит к уменьшению сопротивляемости материала при сдвиговых напряжениях. Этот процесс зависит от изменения температуры и давления и в совокупности способствует релаксации напряжений в пористых средах.

Для того чтобы убедиться, что наша модель обеспечивает постоянство Q -фактора в сейсмическом диапазоне частот, мы провели серию численных экспериментов. Для оценки поглощения энергии сейсмических волн мы оценивали коэффициент добротности Q .

Полученные результаты показали, что межфазное трение в основном влияет на затухание медленной Р-волны Био, а член, отвечающий за релаксацию сдвигового напряжения, влияет на ослабление амплитуд быстрых Р- и S-волн. В сейсмическом диапазоне частот медленная Р-волна очень быстро затухает и не учитывается при интерпретации сейсмических данных. Поэтому мы сосредоточились на механизме релаксации сдвиговых напряжений и его влиянии на затухание волн, полагая в расчетах $\chi = 0$.

Как было отмечено выше, механизмы затухания сейсмических волн в модели (13) учитываются путем введения двух членов:

1) в правой части уравнения (13б) для относительных скоростей w_i — соответствующий силе межфазного трения с коэффициентом трения $\chi = c_1 c_2 / \theta$;

2) в правой части уравнения (13г) для девиатора напряжений σ_{ik} — соответствующий релаксации напряжения сдвига со временем релаксации τ .

Корректное введение затухания должно обеспечить постоянство коэффициента добротности Q в диапазоне сейсмических частот.

Расчеты проводились для различных значений пористости и времен релаксаций. На рис. 3 приведены оценки Q -фактора для среды с различной пористостью $\phi = 0.2$, $\phi = 0.5$, $\phi = 0.8$ и $\phi = 1$. Поскольку мы пока не располагаем данными о зависимости времени релаксации от пористости, была проведена серия расчетов для каждой пористости и для диапазона времен релаксаций $\tau = \infty$, $\tau = 0.1$, $\tau = 0.05$, $\tau = 0.01$, $\tau = 0.005$.

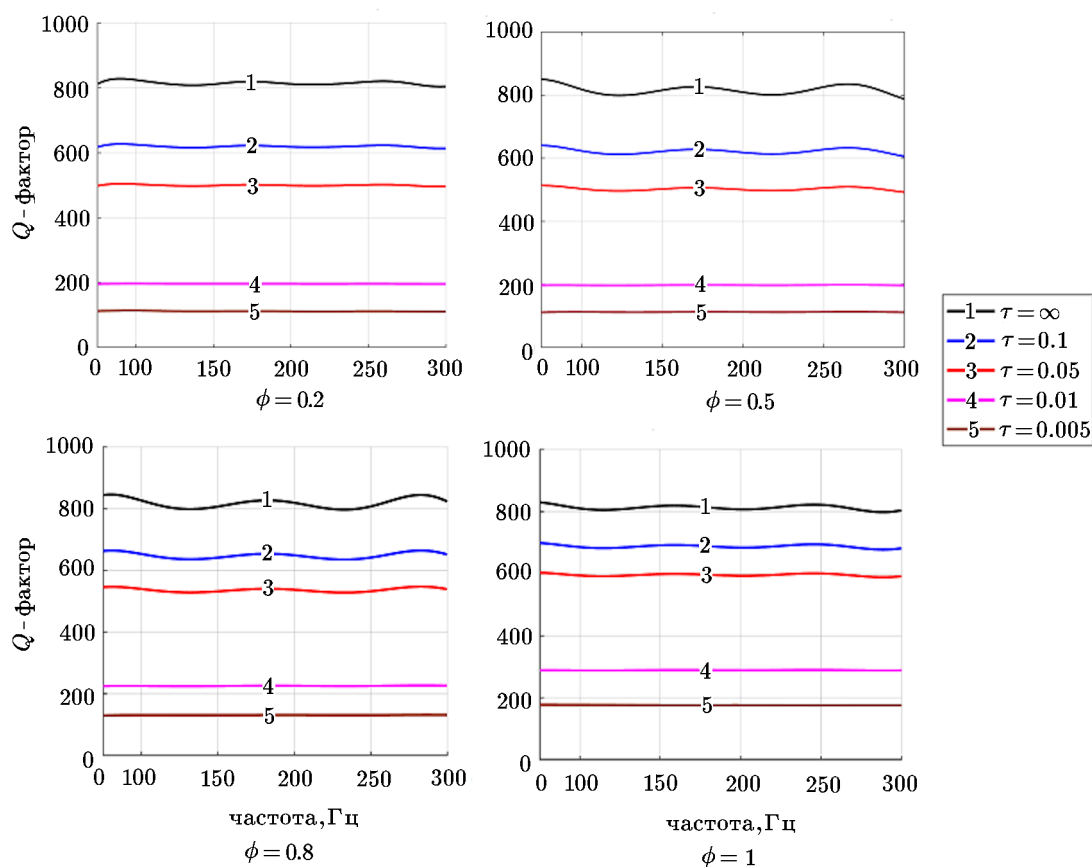


Рис. 3. Сравнение Q -фактора для пористостей $\phi = 0.2$, 0.5 , 0.8 , 1 и различных времен релаксации в сейсмическом диапазоне частот 70–300 ГГц

Анализ численных результатов подтверждает, что система (13) обеспечивает постоянство добротности в сейсмическом диапазоне частот для всех значений пористости и времен релаксаций. При сравнении графиков на рис. 3 можно заметить, что значение времени релаксации τ сильно влияет на степень затухания сейсмических волн.

Отметим, что τ в системе (13) играет ту же роль, что и параметр τ в τ -методе, используемом для моделирования поведения вязкоупругих материалов в таких вязкоупругих моделях, как модель стандартного линейного тела (Standard Linear Solid, SLS) и модель обобщенного стандартного линейного тела (GSLs) [16, 17]. В τ -методе этот параметр характеризует зависящий от времени отклик вязкоупругих материалов на приложенное напряжение и вводится для экономии памяти, заменяя необходимость введения времен релаксаций напряжений и деформаций отдельно для каждой из P- и S-волн в моделях SLS и GSLs.

Далее рассмотрим модель среды, содержащей слой газогидрата внутри однородной упругой среды. Выбор такой упрощенной модели обусловлен целью выявить основные особенности поведения отраженных волн от гидратов природных газов. Скорости сейсмических волн в однородной среде (вмещающая среда) и газогидратном слое подобраны на основе зависимостей от температуры скоростей, характерных для газовых гидратов [15], и приведены в табл. В эксперименте слой газогидрата описывается пороупругой средой, состоящей из смеси твердой и жидкой фаз. Вмещающая среда рассматривается как чисто упругая.

В зависимости от глубины залегания, температуры и давления внутри пласта газовые гидраты могут находиться либо в замороженном состоянии (твердое гидратное кристаллическое состояние), либо в процессе дегградации (разложение, плавление), если они выходят за пределы зоны устойчивого состояния, например, при повышении температуры. Как мы упоминали выше, в случае замерзших газовых гидратов их можно рассматривать как упругую среду, задав в уравнениях (13) объемную долю жидкости α_1^0 , равной 0. При плавлении газогидрата пористость слоя $\phi = \alpha_1^0 = 1 - \alpha_2^0$ увеличивается до значения чисто жидкого (газообразного) состояния $\phi = 1$.

Ниже приведены результаты численного моделирования для следующих параметров пористости внутри газогидратного слоя: $\phi = 0$, $\phi = 0.2$, $\phi = 0.5$, $\phi = 0.8$. Расчеты проводились для области (500×500) метров с горизонтальным слоем на глубине от 150 до 250 метров. Волновое поле возбуждалось источником типа объемного расширения $F_x(x, y, t) = F_y(x, y, t) = \delta(x_0, y_0)f(t)$ в точке $(x_0 = 0 \text{ м}, y_0 = 30 \text{ м})$. Временная функция задается импульсом Рикера с доминирующей частотой $f_0 = 1 \text{ КГц}$. Сейсмограмма записывалась вдоль вертикальной линии наблюдения, проходящей через источник. Расстояние между приемниками составляло 1 м.

Результаты численных расчетов представлены на рис. 4–8. Сейсмограммы для величины вектора скорости смеси, записанные в интервале времени от 0 до 0.25 с вдоль вертикальной линии наблюдения, проходящей через источник с интервалом 1 метр между приемниками, представлены на рис. 4–7 для разных пористостей. На рис. 8 показаны наложенные трассы волнового поля для величины вектора скорости смеси, зарегистрированного приемником на глубине 30 м в интервале времени от 0.06 до 0.25 с, для разных значений пористости: $\phi = 0$, $\phi = 0.2$, $\phi = 0.5$, $\phi = 0.8$.

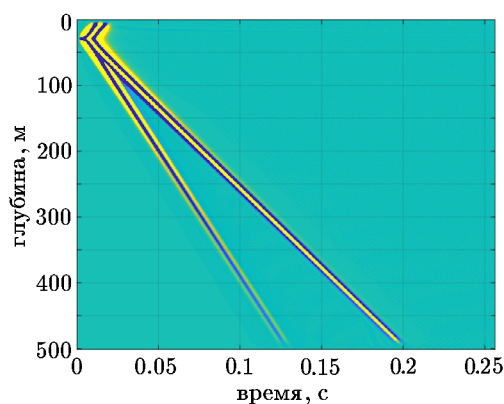


Рис. 4. Сейсмограммы для пористости $\phi = 0.0$

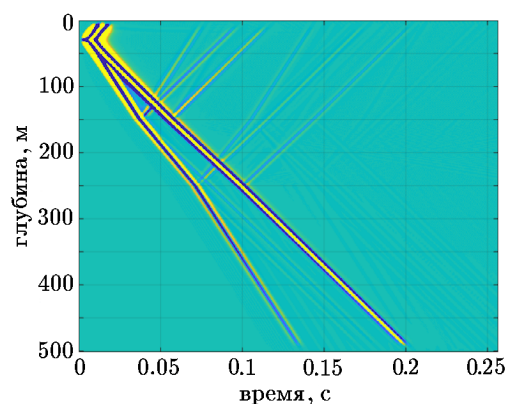


Рис. 5. Сейсмограммы для пористости $\phi = 0.2$

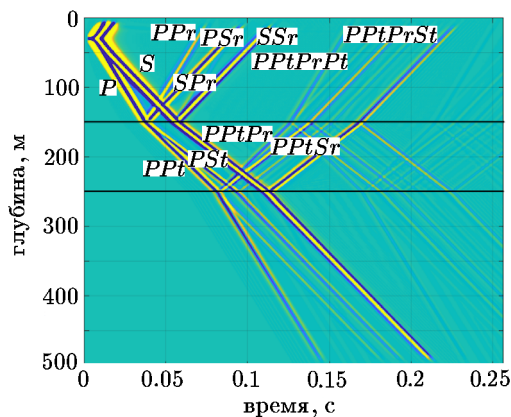


Рис. 6. Сейсмограммы для пористости $\phi = 0.5$

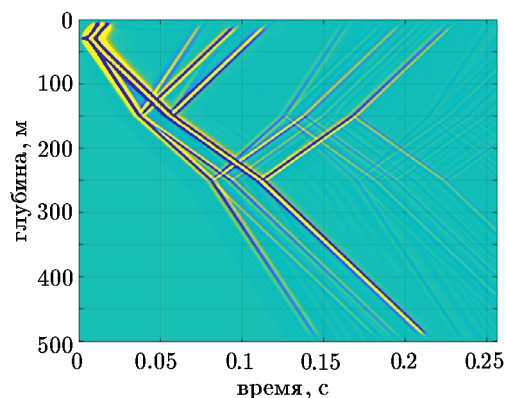


Рис. 7. Сейсмограммы для пористости $\phi = 0.8$

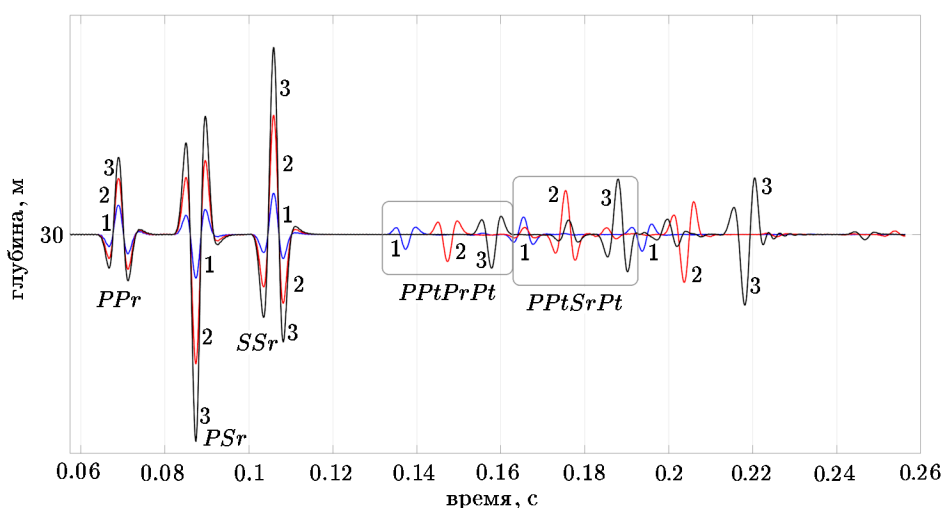


Рис. 8. Трассы, записанные для вектора скорости смеси, регистрируемого приемником на глубине 30 м в интервале времени 0.06–0.25 с: кривая 1 — $\phi = 0.2$, кривая 2 — $\phi = 0.5$, кривая 3 — $\phi = 0.7$

Для удобства классификации типов волн на графиках мы используем следующие обозначения: буквой “P” обозначим P-волны, буквой “S” — S-волны, отраженные волны обозначаем “r”, а преломленные — “t”.

Из сравнения трасс для различных значений пористости в газогидратном слое видно, что чем больше пористость, тем выше амплитуда отраженной волны от верхней границы газогидратного слоя (PPr , PSr , SSr). Время прихода этих волн, очевидно, одинаково. Совершенно иную картину мы наблюдаем для волн, отраженных от нижней границы газогидратного слоя ($PPtPrPt$, $PPtSrPt$). Для этих волн наблюдается сильная дисперсия, обусловленная прохождением волны через пористый слой. С увеличением пористости скорость пропорционально возрастает, а амплитуда волн существенно не изменяется для P-волны, отраженной от нижнего слоя. Для S-волны, отраженной от нижнего слоя, с увеличением пористости наблюдается заметное увеличение амплитуды.

5. Заключение

В работе представлена симметрическая гиперболическая термодинамически согласованная модель насыщенной пористой среды для случая конечных деформаций и ее линеаризация для описания сейсмических волновых полей малой амплитуды в пористых средах, насыщенных жидкостью. Модель позволяет описывать волновые процессы для разных фазовых состояний насыщающей жидкости при ее переходе из твердого состояния в жидкое, например при оттаивании вечной мерзлоты и разложении газогидратов под действием температуры.

Разработан численный метод решения системы уравнений СГТС, основанный на конечных разностях на сдвинутых сетках. Проведены вычислительные эксперименты по верификации представленной модели, подтверждающие корректное описание волновых процессов в пороупругих средах. Как и в модели Био, наблюдается появление медленной продольной волны Био в пороупругой среде. Отличительной особенностью СГТС-модели является то, что она корректно работает и для предельных значений пористости, когда пористость равна нулю или единице.

Численно было показано, что механизмы затухания сейсмических волн, включенные в систему уравнений СГТС, такие как внутреннее межфазное трение и релаксация напряжений, корректно описывают поглощение сейсмической энергии в пороупругой среде. Для этого была проведена серия экспериментов по оценке коэффициента добротности Q и было показано постоянство Q -фактора в сейсмическом диапазоне частот для всех значений пористости и времен релаксации.

Особенности поведения отраженных волн от гидратов природных газов были рассмотрены для упрощенной модели среды, содержащей слой газогидрата внутри однородной упругой среды. Численно показано, что для волн, отраженных от верхней границы пористого слоя, с изменением пористости наблюдается изменение амплитуды, а для волн, отраженных от нижней границы слоя, наблюдается сильная дисперсия в зависимости от пористости. Эти особенности волновых полей могут быть использованы для разработки методов мониторинга эволюции природных скоплений газовых гидратов или оттаивания вечной мерзлоты.

Литература

1. **Romenski E., Reshetova G., Peshkov I., Dumbser M.** Modeling wavefields in saturated elastic porous media based on thermodynamically compatible system theory for two-phase solid-fluid mixtures // *Computers and Fluids*. — 2020. — Vol. 206. — Article № 104587. — DOI: 10.1016/j.compfluid.2020.104587.
2. **Reshetova G., Romenski E.** Diffuse interface approach to modeling wavefields in a saturated porous medium // *Applied Mathematics and Computation*. — 2021. — Vol. 398. — Article № 125978. — <https://doi.org/10.1016/j.amcs.2021.125978>.
3. **Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.** Computational model for compressible two-phase flow in deformed porous medium // *Computational Science and Its Applications — ICCSA 2021, Part 1*. — Cham: Springer, 2021. — P. 224–236. — (LNCS; 12949).
4. **Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.** Two-phase hyperbolic model for porous media saturated with a viscous fluid and its application to wavefield simulation // *Applied Mathematical Modelling*. — 2022. — Vol. 106. — P. 567–600.
5. **Biot M.A.** Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // *J. Acoustical Society America*. — 1956. — Vol. 28, iss. 2. — P. 168–178. — <https://doi.org/10.1121/1.1908239>.

6. **Biot M.A.** Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // J. Acoustical Society America. — 1956. — Vol. 28, iss. 2. — P. 179–191. — <https://dx.doi.org/10.1121/1.1908241>.
7. **Godunov S.K., Romenskii E.I.** Elements of Continuum Mechanics and Conservation Laws. — NY: Springer, 2003.
8. **Romenski E.** Hyperbolic systems of thermodynamically compatible conservation laws in continuum mechanics // Mathematical and Computer Modelling. — 1998. — Vol. 28. — P. 115–130.
9. **Peshkov I., Pavelka M., Romenski E., Grmela M.** Continuum mechanics and thermodynamics in the Hamilton and the Godunov-type formulations // Continuum Mechanics and Thermodynamics. — 2018. — Vol. 30. — P. 1343–1378.
10. **Carcione J.M., Morency C., Santos V.** Computational poroelasticity — A review // Geophysics. — 2010. — Vol. 75, iss. 5. — P. 75A229–75A243.
11. **Virieux J.** P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // Geophysics. — 1986. — Vol. 51, iss. 1. — P. 889–901.
12. **Graves R.W.** Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1996. — Vol. 86, iss. 4. — P. 1091–1106.
13. **Samarskii A.A.** The Theory of Difference Schemes. — Boca Raton: CRC Press, 2001.
14. **Moczo P., Kristek J., Vavrycuk V., Archuleta R.J., Halada L.** 3d heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities // Bulletin of the Seismological Society of America. — 2002. — Vol. 92, iss. 8. — P. 3042–3066.
15. **Фокин М.И., Дугаров Г.А., Дучков А.А.** Экспериментальные акустические измерения на песчаных неконсолидированных образцах, содержащих гидрат метана // Ученые записки физического факультета Московского университета. — 2019. — Выпуск 4. — С. 1940501-1–1940501-5.
16. **Blanch J., Robertsson O., Symes W.** Modeling of a constant Q: Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique // Geophysics. — 1995. — Vol. 60. — P. 176–184.
17. **Hestholm S., Ketcham S., Greenfield R., Moran M., McMechan G.** Quick and accurate Q parameterization in viscoelastic wave modeling // Geophysics. — 2006. — Vol. 71, iss. 5. — P. T147–T150. — <https://doi.org/10.1190/1.2329864>.

Поступила в редакцию 3 июня 2024 г.

После исправления 13 августа 2024 г.

Принята к печати 26 августа 2024 г.

Литература в транслитерации

1. **Romenski E., Reshetova G., Peshkov I., Dumbser M.** Modeling wavefields in saturated elastic porous media based on thermodynamically compatible system theory for two-phase solid-fluid mixtures // Computers and Fluids. — 2020. — Vol. 206. — Article № 104587. — DOI: 10.1016/j.compfluid.2020.104587.
2. **Reshetova G., Romenski E.** Diffuse interface approach to modeling wavefields in a saturated porous medium // Applied Mathematics and Computation. — 2021. — Vol. 398. — Article № 125978. — <https://doi.org/10.1016/j.amcs.2021.125978>.
3. **Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.** Computational model for compressible two-phase flow in deformed porous medium // Computational Science and Its Applications — ICCSA 2021, Part 1. — Cham: Springer, 2021. — P. 224–236. — (LNCS; 12949).

4. **Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.** Two-phase hyperbolic model for porous media saturated with a viscous fluid and its application to wavefield simulation // *Applied Mathematical Modelling*. — 2022. — Vol. 106. — P. 567–600.
5. **Biot M.A.** Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // *J. Acoustical Society America*. — 1956. — Vol. 28, iss. 2. — P. 168–178. — <https://doi.org/10.1121/1.1908239>.
6. **Biot M.A.** Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // *J. Acoustical Society America*. — 1956. — Vol. 28, iss. 2. — P. 179–191. — <https://dx.doi.org/10.1121/1.1908241>.
7. **Godunov S.K., Romenskii E.I.** *Elements of Continuum Mechanics and Conservation Laws*. — NY: Springer, 2003.
8. **Romenski E.** Hyperbolic systems of thermodynamically compatible conservation laws in continuum mechanics // *Mathematical and Computer Modelling*. — 1998. — Vol. 28. — P. 115–130.
9. **Peshkov I., Pavelka M., Romenski E., Grmela M.** Continuum mechanics and thermodynamics in the Hamilton and the Godunov-type formulations // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. — 2018. — Vol. 30. — P. 1343–1378.
10. **Carcione J.M., Morency C., Santos V.** Computational poroelasticity — A review // *Geophysics*. — 2010. — Vol. 75, iss. 5. — P. 75A229–75A243.
11. **Virieux J.** P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // *Geophysics*. — 1986. — Vol. 51, iss. 1. — P. 889–901.
12. **Graves R.W.** Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences // *Bulletin of the Seismological Society of America*. — 1996. — Vol. 86, iss. 4. — P. 1091–1106.
13. **Samarskii A.A.** *The Theory of Difference Schemes*. — Boca Raton: CRC Press, 2001.
14. **Moczo P., Kristek J., Vavrycuk V., Archuleta R.J., Halada L.** 3d heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities // *Bulletin of the Seismological Society of America*. — 2002. — Vol. 92, iss. 8. — P. 3042–3066.
15. **Fokin M.I., Dugarov G.A., Duchkov A.A.** Eksperimental'nye akusticheskie izmereniya na peschanykh nekonsolidirovannykh obraztsakh, soderzhaschikh gidrat metana // *Uchenye zapiski fizicheskogo fakul'teta Moskovskogo universiteta*. — 2019. — Vypusk 4. — S. 1940501-1–1940501-5.
16. **Blanch J., Robertsson O., Symes W.** Modeling of a constant Q: Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique // *Geophysics*. — 1995. — Vol. 60. — P. 176–184.
17. **Hestholm S., Ketcham S., Greenfield R., Moran M., McMechan G.** Quick and accurate Q parameterization in viscoelastic wave modeling // *Geophysics*. — 2006. — Vol. 71, iss. 5. — P. T147–T150. — <https://doi.org/10.1190/1.2329864>.

