УДК 552.111

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ МИНГЛИНГА И МИКСИНГА МАГМЫ НА ПРИМЕРЕ ФОРМИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ИНТРУЗИВОВ А.Н. Семенов<sup>1,2</sup>, О.П. Полянский<sup>1</sup>

 <sup>1</sup> Институт геологии и минералогии им. В.С.Соболева СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3, Россия
 <sup>2</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, 630090, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1, Россия

Приводится описание термомеханической математической модели и представлены первые результаты численного моделирования процессов магматического минглинга и миксинга при формировании сложных интрузий. Разработанная модель рассматривает одноактное внедрение расплавов базитового или среднего состава в интрузивную камеру, изначально заполненную гранитоидной магмой. Модель разработана на основе литературных данных о составе и строении двух полихронных интрузивов: Бургасского кварцево-сиенитового массива и Магаданского гранитоидного батолита.

Выполненное моделирование показывает, что основным параметром, контролирующим режим конвекции, является разность плотностей. Сделаны оценки контраста плотности и вязкости взаимодействующих магм в процессе минглинга и миксинга. В зависимости от разности плотностей преобладает один из возможных процессов: при малых величинах разности (не более 30—40 кг/м<sup>3</sup>) происходит смешение магм и гибридизация в небольшой зоне контакта, при больших величинах разности (100 кг/м<sup>3</sup> и более) преобладает минглинг. В свою очередь, контрастность вязкости определяет, происходит ли взаимопроникновение расплавов или фрагментация расплавов в виде капель, шаров и т. п. Существует предельное значение вязкости салической магмы (10<sup>8</sup> Па·с), когда течения в камере «замораживаются» и дальнейшее охлаждение происходит при малоподвижной жидкости. В зависимости от параметров вязкости исходного расплава оценена длительность развития минглинг-структур, которая составляет от нескольких дней до сотен лет.

Магматический минглинг, смешение, конвекция, расплав, вязкость, кристаллизация, численное моделирование, интрузия, дайка.

## NUMERICAL MODELING OF THE MECHANISMS OF MAGMA MINGLING AND MIXING: A CASE STUDY OF THE FORMATION OF COMPLEX INTRUSIONS

## A.N. Semenov and O.P. Polyansky

This paper describes a thermomechanical mathematical model of magma mingling and mixing during the formation of complex intrusions and presents the first results of numerical modeling. The model considers one-pulse intrusion of mafic or intermediate melts into a granitoid magma chamber. The model is based on literature data on the composition and structure of two polychronous intrusions: the Burgas quartz syenite massif and the Magadan granitoid batholith. The modeling shows that the main parameter controlling the convection regime is the density difference. The density and viscosity contrasts of interacting magmas during mingling and mixing are estimated. Depending on the density difference, one of the possible processes dominates: In the case of a small difference (less than 30–40 kg/m<sup>3</sup>), magma mixing and hybridization in a small contact zone takes place; in the case of a large difference (100 kg/m<sup>3</sup> or more), magma mingling predominates. The viscosity contrast, in turn, determines whether interpenetration of melts or fragmentation of melts in the form of drops, spheres, etc. occurs. There is a limiting viscosity of salic magma (10<sup>8</sup> Pa·s) at which the flows freeze in the chamber and further cooling occurs with a slowly moving fluid. The time of formation of mingling structures is estimated to be several days to several hundred years, depending on the initial melt viscosity.

Magma mingling, mixing, convection, melt, viscosity, crystallization, numerical modeling, intrusion, dike

## введение

Среди полихронных массивов Центральной Азии известны многочисленные примеры интрузивов сложного состава. Общей характерной особенностью этих интрузивов является наличие сетчато-жильных структур, содержащих салические, базитовые и гибридные (средние по составу) магматические фазы. Природными примерами интрузивов сложного состава являются кварцево-сиенитовый Бургас-

© А.Н.Семенов<sup>⊠</sup>, О.П. Полянский, 2017

<sup>™</sup>e-mail: semenov@itam.nsc.ru

ский и Усть-Хилокский массивы, Западное Забайкалье [Литвиновский и др., 1993, 1995; Бурмакина, Цыганков, 2013], тастауский интрузивный комплекс, Восточный Казахстан [Докукина и др., 2010], Эрзинский габбро-монцодиоритовый массив, Сангилен [Владимиров и др., 2005; Karmysheva et al., 2015; Кармышева и др., 2017; Полянский и др., 2017], Магаданский габбро-гранитный батолит [Пономарева и др., 1994].

Мафические включения в гранитоидах широко развиты во многих габбро-гранитных сериях. Их рассматривают как ксенолиты вмещающих пород или более ранних фаз внедрения [Изох и др., 1957], сегрегации ранних фаз кристаллизации [Ферштатер, Бородина, 1975], тугоплавкие реститы [Wiebe, 1973] или как продукты мафических магм, внедрившихся в более кислые расплавы [Wager, Bailey, 1953; Ермолов и др., 1977]. Свидетельства в пользу последней точки зрения устанавливаются, в частности, для Магаданского плутона [Пономарева и др., 1994; Андреева и др., 1999], Бургасского плутона [Бурмакина, Цыганков, 2013]. Для вышеназванных массивов имеется детальная петрологическая, структурная и геохронологическая информация, однако физико-химические и механические процессы взаимодействия магм при формировании сложных интрузий часто описываются лишь на качественном уровне. Для количественных оценок параметров формирования интрузий сложного состава требуется построение согласованных термоконвективных моделей, учитывающих контрастные физико-химические свойства базитовой, гранитной магмы и продуктов гибридизации [Bohrson et al., 2014; Spera et al., 2016]. С этой целью нами разработана численная модель конвективного течения многофазной среды, компонентами которой являются салические и базитовые расплавы.

На основе геологических наблюдений [Frost, Mahood, 1987] и экспериментальных данных [Veksler, Charlier, 2015] показано, что субликвидусные силикатные расплавы могут оказаться несмесимыми в силу значительных различий в термодинамических и физических свойствах крайних членов. Как следует из представлений [Spera et al., 2016], взаимодействие контрастных по составу и реологическим свойствам расплавов происходит путем двух механизмов: вследствие магматического минглинга или смешения (миксинга). Их различие заключается в следующем. В процессе магматического минглинга образуется гетерогенная смесь, содержащая отдельные порции исходных расплавов; производная магма содержит дискретные фрагменты расплавов разного состава. Смешением (миксингом), в отличие от минглинга, называют термодинамическое уравновешивание двух и более различных по составу исходных расплавов с образованием гомогенной, химически и физически однородной смеси в условиях, когда вязкости исходных компонентов сходные и низкие [Frost, Mahood, 1987].

Эффективность магматического миксинга/минглинга зависит от нескольких факторов, включая химический состав, плотность, вязкость, температуру, температурный интервал кристаллизации каждого компонента и степень кристаллизации. Вязкость каждой из фаз и их разность (контраст) являются важными параметрами, однако вопрос об их соотношении остается до сих пор нерешенным [Perugini, Poli, 2005]. По одним представлениям считается, что реологические характеристики взаимодействующих магм определяются резким различием вязкости гранитного флюидонасыщенного и сухого базальтового расплава [Скляров, Федоровский, 2006]. С другой стороны, по представлениям [Weidendorfer et al., 2014] смешение двух магм возможно в том случае, если значения эффективной вязкости смеси флюидонасыщенный расплав + кристаллы оказываются очень близкими.

Пионерской работой, в которой рассматривается генерация гранитных магм вследствие интрузий базитов в континентальную кору, пожалуй, является статья [Huppert, Sparks, 1988]. В ней авторы описали процесс взаимодействия магм путем одновременного плавления кровли, фракционной кристаллизации и осаждения кристаллов в камере. В этой публикации, а также в работе [Martin, Nokes, 1989] впервые аналитически описывалось взаимодействие двух фаз, одной из которых является конвектирующая магма, а второй — твердые осаждающиеся кристаллы. В этих работах было показано, что динамика жидкости в магматических камерах определяется изменением плотности магмы вследствие вариации температуры, вещественного состава и степени кристаллизации. Показано, что на плавучесть магмы влияют (в порядке значимости): изменение температуры, изменение состава магм при дегазации и кристаллизации, а также фазовый переход при плавлении/кристаллизации. Влияние температуры на плотность расплава осуществляется за счет передачи тепла в окружающие породы, а также при выделении скрытой теплоты кристаллизации. Эффект изменения состава при кристаллизации увеличивает плавучесть остаточного расплава ввиду выноса из системы тяжелых компонентов и, наоборот, понижает плавучесть расплавов при потере летучих компонентов при декомпрессии.

Начиная с этих работ, модели взаимодействия расплавной и кристаллизующейся фаз постепенно усложнялись от кондуктивных, использующих аналитические методы описания, к моделям термохимической многофазной конвекции, основанных на численных методах. Модели, описывающие вещественную зональность магматических резервуаров, разработаны в ряде работ, в которых фазы определяются минеральным или химическим составом. В работе [Gutierrez, Parada, 2010] в результате 2-мерного термогидродинамического и масс-балансового моделирования выполнена реконструкция эволюции вещественного состава при охлаждении магматической камеры в форме штока и силла. Модельные результаты показывают, как перераспределяются минеральные фазы в 2-мерном сечении камеры на разных стадиях эволюции многофазной среды. Показано, что конвективная динамика характеризуется тремя разными типами течений в процессе охлаждения камеры: 1) потоками в конвективных ячейках, 2) массопереносом в форме плюмов и 3) потоками в пограничных слоях вдоль стенок камеры. Распределение содержания кремнезема и магнезиальность состава магмы, как показывает моделирование, имеет непрерывный зональный вид без каких-либо неоднородностей, характерных для процессов магматического минглинга.

В работе [Simakin, Bindeman, 2012] проведено моделирование эвтектического плавления кровли вулканической кальдеры (фаза 1) при повторном внедрении перегретого риолитового расплава (фаза 2). Плавление рассматривается с учетом диаграммы плавкости системы Ab—Qz—Qr в псевдобинарном сечении «полевой шпат—кварц». В этом подходе дифференциация и контаминация внедрившегося расплава определяются по изменению содержания SiO<sub>2</sub>. Результаты моделирования позволяют сделать следующие основные выводы: 1) конвекция приводит к перемешиванию вещества и аномалиям температуры; 2) опускающиеся плюмы инициируют конвективные течения в пределах пограничного с кровлей слоя; плавление сопровождается «эрозией» кровли, т. е. отрывом кусков вещества кровли и вовлечением их в процесс ассимиляции; 3) на конвективный режим слабо влияет вариация состава магм (по содержанию SiO<sub>2</sub>), но более значимым оказывается степень кристаллизации в разных частях камеры. Максимум кристалличности наблюдается в верхних частях погружающихся плюмов и снижается ввиду полного растворения в центральной части магматической камеры.

В перечисленных работах, а также в обзорах современных подходов к моделированию эволюции магматических камер [Bohrson et al., 2014; Spera et al., 2016] отсутствуют модели, описывающие процессы магматического минглинга и миксинга. Чтобы перейти от качественных характеристик магм к количественным, необходимо использовать численные модели, учитывающие экспериментальные зависимости свойств от температуры, давления, состава и содержания летучих компонентов.

Целью настоящей работы является разработка модели взаимодействия двух или более типов расплавов, при этом постулируется наличие двух или более жидкостей в магматическом источнике. В работе решались следующие задачи: 1) смоделировать механизм взаимодействия расплавов контрастного состава, приводящий к формированию пород со структурой магматического минглинга; 2) определить границы реологических параметров расплавов, таких как контраст вязкости, плотности и объемные соотношения, при которых процессы минглинга и миксинга реализуются в природе; 3) предложить механизм подъема в интрузивной камере базитовых включений в окружении менее плотной салической магмы.

## ПЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как известно, различаются три основных типа проявления процессов минглинга: в лавовых потоках, в комбинированных дайках и в магматических камерах [Скляров, Федоровский, 2006].

В статье рассматриваются термомеханические и реологические аспекты механизма взаимодействия расплавов контрастного состава, приводящего к формированию минглинг-структур в магматической камере разной геометрии и с разным составом расплавов. Модель разработана на основе литературных данных о составе и строении двух полихронных интрузивов: 1) Бургасского кварцево-сиенитового массива [Бурмакина, Цыганков, 2013] и 2) Магаданского гранитоидного батолита [Пономарева и др., 1994; Андреева и др.,1999]. Рассматривалась камера квадратного сечения и в форме удлиненного вертикального канала. Кроме геометрии модели различаются по составу и числу взаимодействующих фаз: в первом случае — кварцево-сиенитового и базальтового расплава (2-компонентная система), во втором — основного (габбро-диоритового), среднего (гранодиоритового) и кислого (гранитного) расплавов (3-компонентная система). Данные о петрохимическом составе магматических пород, входящих в состав сложных интрузивов, используются для задания термомеханических свойств и параметров кристаллизации первичных расплавов.

Как правило, в формировании сложных полихронных плутонов выделяется несколько этапов внедрения разных по составу расплавов. Например, для Усть-Хилокского массива (Забайкалье) их насчитывается не менее шести [Литвиновский и др., 1995], в мигматитовом комплексе Чилан (Провинция Бассейнов и Хребтов, США) выделяется пять этапов базит-ультрабазитового магматизма [Hopson, Mattinson, 1994], Магаданский плутон формировался в шесть крупных этапов и более чем в 50(!) интрузивных импульсов [Андреева и др., 1999]. В разработанной модели для простоты рассматривается однократное внедрение одного или смеси двух расплавов в интрузивную камеру, заполненную ранее расплавом контрастного состава. Представленная модель может быть легко модифицирована для описания процесса многократных магматических импульсов, как это наблюдается в приведенных выше примерах. Рис. 1. Постановка задачи формирования структур магматического минглинга/миксинга в камере и дайке: геометрия, граничные и начальные условия:

 а — первая постановка для Бургасского массива, б вторая постановка для Магаданского батолита.

Первая постановка. В рамках первой постановки рассматривается задача образования мафических включений в 2-компонентной системе: кварцево-сиенитовый—базитовый расплав. Модель построена на примере становления Бургасского плутона [Биндеман, 1995; Бурмакина, Цыганков, 2013]. Следуя представлениям авторов, предполагается, что на некоторой стадии формирования массива в неостывшую область первой интрузивной



фазы произошло внедрение кварцево-сиенитового расплава, температура которого, рассчитанная по соотношению концентрации Zr и катионного отношения (Na + K + 2Ca)/(Al · Si), составляла 820—830 °C. Сразу после образования кварцево-сиенитовой интрузивной камеры произошло внедрение новой порции базальтового состава с температурой 1150—1200 °C с содержанием воды 1.5 мас. %.

В модели предполагается, что в результате инъекции базитового расплава в придонную часть камеры, изначально заполненной кварц-сиенитовым расплавом, формируется область смеси этих жидкостей (рис. 1, *a*). Рассматривались разные начальные объемные соотношения, результаты моделирования приведены для состава смеси сиенитового с 2 мас. %  $H_2O$  и базальтового расплава с 1 мас. %  $H_2O$  в объемном соотношении 50/50 %. Геометрия области соответствует интрузивной камере в форме горизонтального слоя мощностью 300 м, и рассматривается участок этого слоя шириной 300 м. Температурные и механические граничные и начальные условия задавались следующими. Верхние и нижние горизонтальные границы считаются жесткими непроницаемыми стенками. Температура вмещающих закристаллизованных неостывших пород предшествующего магматического этапа задавалась 700 °C, на боковых границах ставились условия симметрии. Граничные условия симметрии на боковых границах области означают, что рассматривается ограниченный участок камеры, у которой горизонтальная протяженность намного больше её мощности. Предполагалось, что начальная температура кварцево-сиенитового расплава была 800 °C, температура в нижней области камеры, занятой смесью базитового и кварцсиенитового расплава, принята 1200 °C. Таким образом, предполагается, что базальты, перемешиваясь с кварц-сиенитовым расплавом, «мгновенно» нагревают последние.

Вторая постановка. В рамках второй постановки рассматривается задача взаимодействия трех контрастных расплавов на примере магаданской серии Магаданского габбро-гранитного батолита. В истории формирования плутона выделяется ряд габбро-гранитных серий, среди которых многообразные проявления минглинга наблюдаются в нюклинской, магаданской и светлинской сериях [Андреева и др., 1999]. Каждая из серий разбивается, по данным авторов, на два интрузивных ритма, представленных ассоциациями пород от габбро-диоритов и диоритов до лейкогранитов. Для простоты мы рассмотрели последовательность внедрений трех контрастных расплавов, представляющих наиболее распространенные интрузивные ассоциации магаданской серии. Предполагается, что в нижнюю часть камеры, заполненную гранитным расплавом первого ритма, внедряются средний (гранодиоритовый) и базитовый расплавы, соответствующие составам магм магаданской серии Магаданского батолита. Начальное соотношение объемов среднего к базитовому расплавов принято 70/30 % на основании преобладания гранодиоритов в составе магаданской серии. Кроме того, при выборе пропорции учитывались данные геохимического моделирования, основанного на масс-балансовых расчетах при смешении магм по породообразующим и редким элементам на примере ряда изученных плутонов. Примеры природных сложных интрузивов дают следующие оценки параметров смешения: 75 % среднего и 25 % базальтового расплава по данным о составах магм Усть-Хилокского массива [Литвиновский и др., 1995], доли 22—35 % базальтового компонента при гибридизации магм комплекса Аустурхорн [Weidendorfer et al., 2014], доли 29.2 % базальта и 70.8 % гранитного компонента смешения при гибридизации пород в Бургасском массиве [Бурмакина, Цыганков, 2013].

Во второй постановке геометрия области моделирования представляет вертикальный протяженный канал высотой 300 и шириной 50 м (см. рис. 1, б). Горизонтальный размер уменьшен по сравнению с предыдущей постановкой с целью применения более детальной расчетной сетки. Температурные граничные и начальные условия задавались аналогичными первой постановке, с некоторыми изменениями. Предполагалось, что начальная температура гранитного расплава 800 °C, а начальная температура внедрившейся смеси 1200 °C. Температура вмещающих пород обрамления камеры принята равной 500 °C. Горизонтальные границы камеры считались непроницаемыми жесткими стенками с условиями прилипания, на вертикальных границах выполнялись условия симметрии при постоянной температуре.

## ТЕРМОРЕОЛОГИЧЕСКИЕ И ПЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ МАГМ

Вязкость расплавов рассчитывалась по экспериментальным зависимостям с учетом валового химического состава представленных пород, температуры, содержания воды и степени кристаллизации, согласно зависимости, полученной в работе [Персиков, Бухтияров, 2009].

$$\eta_T^P = \eta_0 \exp\left(\frac{E_X^P}{RT}\right),$$

$$_{\phi} = \eta_T^P \left(1 - V_{\kappa p.}\right)^{-3.35} \left(1 - 1.5 V_{\phi \pi.}\right)^{-0.55},$$
(1)

где  $\eta_T^P$  — вязкость расплава при данной температуре и давлении (в единицах 0.1 Па· с = 1 пуаз);  $\eta_0$  — предэкспоненциальная константа, характеризующая вязкость расплава при  $T \to \infty$ ,  $\eta_0 = 10^{-3.5} \pm 10^{0.1}$  (0.1 Па·с); T — абсолютная температура (K);  $E_X^P$  — энергия активации вязкого течения, которая является функцией давления и состава расплава, включая летучие компоненты; R — универсальная газовая постоянная,  $0 \le V_{\rm kp.} \le 0.45$ ,  $0 \le V_{\rm dyn.} \le 0.45$  — объемная доля кристаллов и пузырей флюидной фазы соответственно. В моделях использовались температурные зависимости вязкости расплавов, приведенные на рис. 2, *a*, *б* для первой и второй модели соответственно. При высокой степени кристаллизации уравнение (1) перестает выполняться (Э.С. Персиков, личное сообщение), поэтому при температуре вблизи солидуса и ниже принималось постоянное (максимальное) значение вязкости.

η

Плотность, степень кристалличности, а также температуры солидуса и ликвидуса были рассчитаны с использованием программы MELTS [Ghiorso et al., 1995; Asimow, Ghiorso, 1998] с учетом реаль-



Рис. 2. Вязкость расплавов, рассчитанная на основе экспериментальных зависимостей по данным [Персиков, Бухтияров, 2009].

а — для составов интрузивных пород Бургасского массива (табл. 1) в первой постановке задачи; б — то же, для составов интрузивных пород Магаданского батолита (табл. 2) во второй постановке задачи. Звездами отмечены начальные значения при внедрении соответствующего расплава. го кварцево-сиенитового массива (Забайкалье) (см. табл. 1 [Бурмакина, Цыганков, 2013]) и Магаданского батолита (см. табл. 2 [Андреева и др., 1999]). Плотность и вязкость для всех составов рассчитывались в зависимости от температуры и доли кристаллов. Для первой задачи свойства кварцево-сиенитового расплава первой фазы и базальтового соответствуют содержанию воды в расплаве 1 мас. %, а сиенитового расплава в смеси с базальтовым принята с учетом повышенного содержания летучих (2 мас. % H<sub>2</sub>O). Плотность базитового и сиенитовых расплавов при заданной температуре и содержании воды показана на рис. 3, а звездами. При практически любом объемном соотношении базитового и сиенитового расплавов плотность смеси при T = 1200 °C будет меньше плотности кварцево-сиенитового расплава при T = 800 °C, т. е. жидкости в интру-

ных составов магматических пород Бургасского кварцево-сиенитового массива (Забайкалье) (см. табл. 1 [Бурмакина, Цыганков, 2013]) и Магаданского батолита (см. табл. 2 [Андреева и по данным [Бурмакина, Цыганков, 2013], принятый для расчета физических свойств расплавов, используемых при моделировании

Компонент	Базальт комбинированной дайки	Кварцевый сиенит
SiO <sub>2</sub>	52.23	65.81
TiO <sub>2</sub>	1.54	0.56
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	18.18	16.78
FeO	8.56	3.60
MnO	0.14	0.09
MgO	4.20	1.19
CaO	6.64	2.96
Na <sub>2</sub> O	4.76	4.63
K <sub>2</sub> O	2.66	4.54
$P_2O_5$	0.71	0.18

зивной камере будут в момент внедрения гравитационно неустойчивы. Для второй постановки задачи принято для габбро-диоритов и гранитов содержание воды в расплаве 1 мас. %, для гранодиоритов — 2.5 мас. %. Свойства расплавов, принятые во второй модели, показаны на рис. 3, б.

Модель разработана со следующими предположениями и упрощениями:

1. Рассматривается начальная стадия взаимодействия, когда фазы находятся в жидком или частично закристаллизованном состоянии.

2. Влияние изменений химического и минерального состава на свойства расплавов при кристаллизации в работе не рассматриваются.

3. Диффузия основных компонентов между фазами в модели не учитывается, так как скорость молекулярной диффузии в 10<sup>4</sup> раз ниже скорости конвекции жидкости [Gutierrez, Parada, 2010]. Это означает, что на фоне транспорта вещества в процессе конвекции перенос компонентов между фазами за счет диффузии оказывается ничтожно малым и поэтому не учитывается.

4. Моделирование описывает процессы перемешивания и минглинга в интрузивной камере без учета процесса вскипания летучих компонентов в расплаве.

Задача решалась с помощью программного пакета ANSYS Fluent [ANSYS..., 2009], описание системы уравнений, используемых в модели, приведено в приложении 1. Результаты моделирования представляются в виде нестационарных 2-мерных полей температуры, вязкости, плотности расплавов и объемной доли каждой фазы в сечении интрузивной камеры. Применялась вычислительная сетка с размером ячейки 30×30 см (всего 10<sup>6</sup> ячеек) для первой задачи, с размером 10×10 см (1.5·10<sup>6</sup> ячеек) и более детальная сетка с размером ячейки 5х5 см (6·10<sup>6</sup> ячеек) — для второй.

припятый для расчета физических своисть расплавов, используемых при моделировании			
Габбро-диориты	Граниты	Гранодиориты	
50.87	72.35	64.54	
1.00	0.29	0.60	
18.23	14.02	15.76	
9.12	2.36	5.03	
0.19	0.04	0.10	
5.31	0.60	2.00	
8.51	2.25	4.59	
3.44	3.07	3.42	
1.11	4.42	2.83	
0.16	0.06	0.11	
1.17	0.41	0.50	
99.10	99.89	99.54	
	Габбро-диориты 50.87 1.00 18.23 9.12 0.19 5.31 8.51 3.44 1.11 0.16 1.17 99.10	Габбро-диориты         Граниты           50.87         72.35           1.00         0.29           18.23         14.02           9.12         2.36           0.19         0.04           5.31         0.60           8.51         2.25           3.44         3.07           1.11         4.42           0.16         0.06           1.17         0.41           99.10         99.89	

Таблица 2. Химический состав (мас. %) представительных пород габбро-гранитной серии первого ритма магаданской серии Магаданского батолита по данным [Андреева и др., 1999], принятый для расчета физических свойств расплавов, используемых при моделировании



Рис. 3. Плотность (*a*) и степень кристаллизации (*б*) базальтового и сиенитового расплава с разным содержанием воды, рассчитанные для составов интрузивных пород Бургасского массива (см. табл. 1) с помощью программы MELTS [Ghiorso et al., 1995]; плотность (*в*) и степень кристаллизации (*г*) габбро-диоритового, гранитного и гранодиоритового расплавов, рассчитанные для составов интрузивных пород Магаданского батолита (см. табл. 2).

Звездами отмечены начальные значения, возле наименования типа расплава указано предполагаемое содержание воды в расплаве.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

## Первая постановка (модель минглинга в Бургасском кварцево-сиенитовом массиве)

Результаты моделирования приведены на рис. 4 в форме переменного поля фазового состава смеси. На рис 4, *a*, *б* показаны картины распределения базитового компонента на начальной и конечной стадии процесса взаимодействия магм, а на рис. 4, *в*, *г* — то же, для водосодержащего сиенитового компонента (см. файлы basite\_phase.mpeg, sienite\_phase.mpeg, temperature.mpeg в приложении 2, показывающие эволюцию распределения объемной доли базитовой, сиенитовой фазы и поля температуры соответственно).

Моделирование позволяет выделить несколько этапов эволюции магматической системы:

1. Внедрившиеся базиты разогревают кварцево-сиенитовый расплав на начальном этапе взаимодействия. Формируется слой легкой, водонасыщенной сиенитовой фазы, который занимает верхнюю часть объема смеси. Основная часть более тяжелой базитовой фазы оседает и занимает придонную часть камеры. На этом этапе формируется множество диапиров промежуточного (гибридного) состава с базитовым и сиенитовым компонентом (показаны на рис. 4, *a*, *b* цифрами 1 и 2 соответственно).

2. На следующем этапе происходят множественные первичные прорывы высокотемпературного сиенитового расплава (см. рис. 4, *в*), которые захватывают с собой базиты в объемном количестве не более 5—10 % (см. рис. 4, *a*). Захваченные на данном этапе базиты будут подниматься в виде включений.



Рис. 4. Результаты моделирования минглинга в магматической камере.

*a*, *б* — показана объемная доля базитового расплава, *в*, *г* — объемная доля сиенитового расплава; *a*, *б* — представлен момент времени 10.5 сут, *в*, *г* — 92.5 сут после внедрения. Можно наблюдать как базитовый расплав (цифра 1, *a*, *б*) вовлекается в восходящий поток сиенитового (цифра 2, *в*, *г*). См. также видеофайлы, указанные в приложении 2.

3. Третий этап характеризуется подъемом гибридной массы вплоть до верхней части камеры, по мере подъема вещество остывает, скорость подъема замедляется. Часть вещества застывает в средней части камеры. Некоторая доля базитов в виде «вмороженных» включений поднимается до самого верха камеры и занимает примерно 5 % от объема, другая часть по мере подъема будет останавливаться ввиду роста плотности при кристаллизации и увеличения вязкости (см. рис. 4, *б*, *г*).

4. В итоге формируются вытянутые вертикальные «струи» или каналы, пронизывающие камеру снизу-вверх и состоящие из пород гибридного состава, в котором базиты локализованы в виде узких даек, жил или цепочек включений.

#### Вторая постановка (модель минглинга в Магаданском габбро-гранитном батолите)

В рамках этой задачи предполагалось внедрение смеси двух расплавов в камеру, изначально заполненную гранитным. Рассматривалась более узкая область камеры (ширина 50 м) в отличие от предыдущего варианта, но на вертикальных границах также задавались условия симметрии, означающие, что по горизонтали камера не ограничена. Характер конвективного перемешивания в случае взаимодействия трех типов расплавов существенно отличается от предыдущего варианта ввиду более контрастных свойств взаимодействующих жидкостей. Плотность смеси 70 % диоритового и 30 % базитового расплавов оказывается меньше плотности кислого расплава за счет различия в начальной температуре (см. рис. 3, *в*). В этом варианте модели формируется локализованный подъемный поток легкого перегретого и водонасыщенного гранодиоритового расплава, с включениями базитового (рис. 5). Поднимающийся расплав представляет собой «диапир», который соединен с областью смеси внизу камеры уз-





Рис. 5. Результаты моделирования магматического минглинга в вертикальной дайке с учетом температурной и вещественной зависимости параметров расплавов и динамики кристаллизации.

Показаны поля распределения: *а* — температуры, *б* — объемной доли расплава, *в* — объемной доли сиенитовой фазы, *г* — объемной доли базитовой фазы в моменты времени 0.3, 0.6, 1.8, 2.2 года после внедрения мафитовой в салическую магму.

ким каналом. Диапир по мере подъема теряет устойчивость и распадается на несколько тел (см. рис.  $5, \epsilon$ ). По каналу постоянно происходит подпитка из области смеси гранодиоритового и базитового расплава. Во время всплывания базитовые включения концентрируются по периферии потока, постепенно остывают, образуя тем самым обрамления канала, внутри которого продолжает подниматься жидкая фракция (см. видеофайл basite phase magadan.mpeg в приложении 2). Чем выше поднимается смесь, тем объемная доля и размеры мафитовых вкраплений уменьшаются. Базитовый компонент захватывается сиенитовой фазой и поднимается вплоть до уровней камеры, где температура окружающей салической магмы достаточно высока (вязкость не превышает 10<sup>8</sup> Па с) и магма остается мобильной. Это значение вязкости соответствует реологическому порогу, при превышении которого течение расплава практически прекращается. В области повышенной вязкости, в прикровельной части камеры, базитовые включения практически отсутствуют (см. рис. 5, г). Максимальная концентрация базитовой фазы устанавливается в нижней части камеры за счет гравитационной лифференциации. На позлних сталиях может сформироваться несколько вторичных диапиров в нижней части камеры, которые появляются вследствие подъема вещества гранодиоритового состава из истощенного нижнего слоя камеры. Ввиду небольшой доли легкого гранитоидного материала эти диапиры уже практически не способны вовлекать в движение и поднимать базитовые включения.



Рис. 6. Результат высокоразрешающего моделирования механизма минглинга в дайке (показана нижняя половина) с применением более детальной сетки (6×10<sup>6</sup> ячеек) и модифицированными условиями на боковых границах.

Показано распределение объемной доли расплава (*a*); на увеличенных фрагментах (б) и (в) приведено распределение вязкости (б) и плотности смеси (в). Цифрами обозначены: 1 — базитовые нодули в окружении салической магмы, 2 — каналы и диапиры сиенитового расплава, 3 — базитовые нодули в окружении сиенитового расплава, 4 — слой преимущественно базитового расплава. Горизонтальный и вертикальный масштабы совпадают.

С целью верификации результатов было проведено моделирование с применением более детальной расчетной сетки. Применялось разбиение области моделирования  $5 \times 5$  см относительно  $10 \times 10$  см в предыдущем варианте. Кроме того, использовались модифицированные граничные условия на вертикальных границах. На них выполнялись условия прилипания и постоянной температуры (500 °C), что соответствует интрузивной камере в форме дайки, охлаждающейся сбоку, в отличие от предыдущего варианта.

На рис. 6 приведены картины, характеризующие режим конвекции и минглинга на начальном этапе всплывания расплавов (показана нижняя половина дайки). Для лучшего представления процесса минглинга показаны картины конвективных течений в трех полях: распределения объемной доли расплава (см. рис. 6, *a*), в увеличенном масштабе — распределения вязкости (см. рис. 6,  $\delta$ ) и распределения плотности магмы (см. рис. 6, в). Результаты моделирования позволяют установить влияние жестких вертикальных стенок камеры, но принципиально картина конвекции не меняется. Вместо симметричной картины с наличием одиночного диапира в центре камеры, полученной в модели на рис. 5, формируется одновременно несколько «возмущений». Основной поток, зарождаясь вдоль стенок камеры, затем сливается в единый. В составе преобладает гранодиоритовая фаза в апикальной части диапиров (см. рис. 6, в, цифра 2), и базитовая фаза в нижней области (см. рис. 6, в, цифра 3). Базитовые включения распространены как в гранитной, так и в гранодиоритовой магме (цифры 1, 3, см. рис. 6,  $\delta$ , s). Крайние из диапиров развиваются, формируя узкие каналы гранодиоритового расплава через салическую, соединяясь выше при подъеме и формируя единый «плюм». На начальном этапе взаимодействия (см. рис. 6, *в*) отношение вязкости базитового к гранодиоритовому расплаву составляет 4 (8·10<sup>4</sup>/2·10<sup>4</sup> Па·с), а на стадии подъема базитовых включений до кровли камеры (см. рис. 6, б) контраст вязкости базитовой к окружающей салической магме увеличивается до 10 (6·10<sup>6</sup>/7·10<sup>5</sup> Па·с).

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ

Разработанная модель позволяет описать динамику жидкости и взаимодействие контрастных по составу расплавов, приводящих к формированию структур минглинга в сложных интрузивах. Численные физико-химические модели, опубликованные ранее [Petrelli et al., 2006; Gutierrez, Parada, 2010; Simakin, Bindeman, 2012; Bohrson et al., 2014; Spera et al., 2016], дают представление о сложной картине эволюции магматических систем. Петрологические, геохимические и реологические параметры такого взаимодействия учесть в рамках единого подхода достаточно трудно, поэтому мы ограничились на первом этапе термомеханической моделью, не рассматривая изменение химического и минерального состава магм при формировании сложных интрузивов. Несмотря на это ограничение, выполненное моделирование показывает возможные сценарии развития структур магматического минглинга. Необходимым условием минглинга и подъема базитовых включений является наличие легкой фазы, которая способна переносить базитовый расплав. Эта фаза в моделях представлена либо водонасыщенным сиенитовым расплавом, либо перегретым диоритовым.

В частности, в модели взаимодействия расплавов в Магаданском массиве получены реалистичные картины образования и подъема в интрузивной камере базитовых расплавов в форме цепочек и полос включений при течении среды, подобные наблюдаемым в обнажениях. Как продемонстрировано в [Пономарева и др., 1994], Магаданский массив может служить эталонным примером проявления минглинга в интрузивной камере. Для объяснения происхождения габбро-гранитных серий Магаданского плутона обсуждаются механизм кристаллизационной дифференциации первично-мантийных магм базальтового состава и гипотеза смешения первичных гранитного и базитового расплавов [Андреева и др., 1999]. И та, и другая гипотеза имеет свои преимущества и недостатки в объяснении структуры Магаданского батолита. Многофазные внедрения расплавов разного состава объясняются сосуществованием в магматической камере двух или более силикатных расплавов.

В качестве геологических примеров сосуществования двух расплавов и приконтактового взаимодействия диффузионной природы на рис. 7, *a*, *б* приведены изображения участков интрузий на контактах базитовой (темное) и салической (светлое) фаз, разделенных зоной гибридизированных пород в массивах Аустурхорн [Weidendorfer et al., 2014] и Тавыт-Даг (Сангилен, Тува) [Бурмакина и др., 2016]. Наблюдения и проведенное моделирование показывают, что контакты контрастных пород имеют пламеподобную или фестончатую форму; на контакте, как правило, имеются зоны гибридизации шириной в несколько сантиметров или десятков сантиметров более меланократового состава, чем салическая область интрузий. Эти признаки, а также диффузный или сетчато-жильный характер переходных зон контрастных пород говорят о том, что магмы взаимодействовали в существенно жидком состоянии. Повидимому, степень кристалличности не достигала реологического порога ~70 %, выше которого магма теряет способность перемещаться как целое [Rosenberg, Handy, 2005; Полянский и др., 2010]. Модельные результаты позволяют оценить размеры зон смешения на контакте контрастных расплавов. Так,







# Рис. 7. Геологические примеры контактов гранитных, базитовых и гибридных пород сложных интрузий.

а — Аустурхорн (Исландия) [Weidendorfer et al., 2014],
 б — Тавыт-Даг (Сангилен, Тува) [Бурмакина и др., 2016],
 в модели миксинга: показан участок границы раздела кислого (верхняя половина) и композитного расплава основного/среднего состава (нижняя половина).
 Цветовая шкала от 0 до 70% (максимальное содержание) соответствует доли базитового компонента в смеси.

рис. 7, *в* иллюстрирует процессы взамопроникновения контрастных по составу и по вязкости расплавов на начальной стадии. Показаны результаты моделирования взаимодействия кислого, расположенного вверху, и смеси расплавов с объемным соотношением 70 % базитового и 30 % диоритового расплавов, занимающего нижнюю область. При этом соотношении расплавов контраст вязкости высокий (>10<sup>6</sup>). На изначально плоском контакте перемешивания фаз разного состава практически не происходит (зона смешения показана стрелками на рис. 7, *в*). Ввиду неустойчивости порции легкой диоритовой магмы местами отделяются от мафической, проникая в верхний слой и формируя плюмы или апофизы среднего состава. Однако эти возмущения затухают со временем и объемных всплывающих тел не формируется. Важно отметить, что толщина слоя гибридного состава со временем взаимодействия не меняется и дальнейшего перемешивания не происходит. Этот результат подтверждает вывод, полученный в работе [Frost, Mahood, 1987], о том, что процесс миксинга возможен лишь при условии близкой вязкости расплавов, малого контраста их химических составов (когда различие в содержании SiO<sub>2</sub> не превышает 10 %), подходящих объемов смешивающихся магм, интенсивных внешних тектонических воздействий.

В качестве иллюстрации на рис. 8 приведено сравнение модельных результатов (увеличенная область модели, представленная на рис. 5,  $\delta$ ,  $\delta$ ) и примеров структур магматического минглинга в природных массивах. Цепочки базитовых нодулей наблюдаются в комбинированной синплутонической долеритовой дайке (Нестерихинский массив, Ангаро-Витимский гранитоидный батолит [Литвиновский и др., 1993]) либо в виде полосы включений основного состава. В гранодиоритах первого ритма магаданской серии Магаданского плутона [Андреева и др., 1999] полосы включений часто принимают форму даек. Размеры включений резко варьируют от 2—5 до 15—30 см, иногда до 1 м в поперечнике. Подобные размеры включений (диаметром в среднем 10—15 см) наблюдаются в Бургасском массиве, где они представляют собой «рои» площадью около 1 м<sup>2</sup> [Бурмакина, Цыганков, 2013]. Природные особенности минглинга воспроизведены в компьютерных моделях, пример такой модели показан на рис. 8, *а.* Моделирование минглинга показывает, что средний размер базитовых включений составляет 20—30 см, а минимальный размер нодулей при разрешении вычислительной сетки 10×10 либо 5×5 см ограничен размером ячейки, т. е. детальностью модели.



Рис. 8. Детальное изображение процесса подъема мафитовых включений в потоке сиенитовой магмы.

а — увеличенное изображение участка дайки, показанной в модели на рис. 5 (момент времени 0.3 года). Обособленные мелкие черные пятна соответствуют базитовым включениям, стрелками показано восходящее течение сиенитовой магмы (белые стрелки) и погружение или стагнация включений базитов на переферии канала (черные стрелки). б — пример минглинга в синплутонической долеритовой дайке (Нестерихинский массив, Ангаро-Витимский батолит, Забайкалье), по данным [Литвиновский и др., 1993]. Дайки представляют собой цепочки округлых и овальных мафитовых обособлений, нередко с признаками вязких деформаций. в — пример минглинга в форме полосы включений габбро-диоритов в гранитоидах магаданской серии Магаданского батолита [Андреева и др., 1999].

Дискуссионным вопросом является различие вязкости салической и базитовой магмы, чем объясняется слабая смесимость расплавов, фестончатая форма границ контакта и подушечная структура базитовых тел в сложных интрузивах [Скляров, Федоровский, 2006]. По результатам экспериментов [Персиков, 1984; Персиков, Бухтияров, 2009] водосодержащие гранитные расплавы представляют собой весьма текучие жидкости, вязкость которых в широком интервале температур и давлений воды соизмерима с вязкостью сухих габброидных расплавов. В связи с этим широко распространенное представление о том, что природные кислые магматические расплавы значительно более вязкие, чем основные, правомерно только для систем, потерявших летучие компоненты, в первую очередь, воду. Однако в присутствии летучих указанное соотношение будет иным — водосодержащие гранитные и базальтовые расплавы будут соизмеримы в отношении их подвижности (рис. 9).

С другой стороны, по мнению авторов [Weidendorfer et al., 2014], смешение двух магм возможно, если их эффективная вязкость оказывается очень близкой. Результаты численного моделирования с уче-



## Рис. 9. Расчет эффективной вязкости гранитного и базитового расплавов Бургасского массива, по данным [Бурмакина, Цыганков, 2013], при разном содержании H<sub>2</sub>O в расплаве, *P* = 1 кбар.

Квадратом показана область параметров, благоприятных для механизма смешения (миксинг) расплавов. Расчеты выполнены по методике [Персиков, Бухтияров, 2009].

том экспериментальных зависимостей эффективной вязкости от состава и степени кристаллизации позволяют предсказать контраст реологических параметров магматического минглинга и миксинга. Расчеты показывают (см. рис. 9), что при минглинге контраст вязкости базитовых расплавов и фельзитовой окружающей магмы оказывается не столь высоким, как считалось ранее [Скляров, Федоровский, 2006]. На этапе сосуществования двух несмешивающихся расплавов при T = 950 - 1050 °C (показано прямоугольником на рис. 9) вязкости магм примерно равны.

В результате моделирования установлено, что основным критерием типа взаимодействия (минглинг или миксинг) является разность плотностей, а не вязкости расплавов. В моделях варьировался параметр контраста плотности от 10 до 100 кг/м<sup>3</sup> в соответствии с модельными оценками параметров магм при диапиризме [Полянский и др., 2012, 2014]. Чем меньше эта величина, тем меньше эффективность подъема расплава: при  $\Delta \rho = 30$  кг/м<sup>3</sup> и ниже процесс практически останавливается и контролирующим становится эффект роста вязкости при остывании контактирующих расплавов. Когда же разность плотности достаточно велика, то происходит формирование восходящих потоков или диапиров, аналогично результатам моделирования [Полянский и др., 2016]. При этом происходит захват и подъем тяжелой фазы, в процессе остывания увеличивающийся контраст вязкости снижает эффективность подъема и замедляет скорость процесса на порядки.

Существуют представления, согласно которым течение расплавов в процессе формирования комбинированных интрузий происходит в условиях турбулентности [Докукина и др., 2010] или хаотического течения [Petrelli et al., 2006]. Переход к турбулентному режиму происходит, когда критерий Рейнольдса Re = *UL*/*v*, характеризующий скорость течения, превышает критическое значение [Шлихтинг, 1974]. Для этого мы сравнили две серии численных экспериментов при разных вязкостях салической магмы при прочих неизменных параметрах, чтобы оценить характерную скорость движения магм. Скорость подъемных течений магмы оказывается в моделях порядка 100 м/год в случае, когда гранитный расплав содержит 2 мас. % воды и его вязкость понижена (см. рис. 2). Были проведены численные эксперименты в предположении, что гранитная магма потеряла часть воды (до 1 мас. %) и ее вязкость повысилась примерно на порядок (верхняя кривая, см. рис. 9). В этом случае скорость всплывания средней по составу фазы с базитовыми включениями снижается до 10 м/год. Можно оценить значение критерия Рейноль-

дса, который составляет Re =  $UL\rho / \mu = \frac{(10-100) \text{ м} \cdot 100 \text{ м} \cdot 2500 \text{ кг} / \text{ м}^3}{3.15 \cdot 10^7 \text{ c} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{c}} = 10^{-6} - 10^{-5}$ , где U и L — харак-

терная скорость и размер. Таким образом, критерий Рейнольдса для течений салических-мафических магм в глубинных интрузивных камерах типа даек и силлов много меньше 1, поэтому режимы не являются турбулентными и характеризуются как ламинарные.

#### выводы

1. Разработана численная термомеханическая модель процессов магматического минглинга и миксинга, учитывающая многофазное взаимодействие расплавов. Модель описывает механизм подъема высокоплотных базитовых включений в камере или дайке, заполненной салической магмой.

2. Выполненное моделирование показывает, что основным параметром, контролирующим режим конвекции, является разность плотностей. В зависимости от ее величины преобладает один из возмож-

ных процессов: при малых величинах разности (не более 30—40 кг/м<sup>3</sup>) происходит смешение магм и гибридизация в небольшой зоне контакта, при больших величинах разности (100 кг/м<sup>3</sup> и более) преобладает минглинг. В свою очередь, контрастность вязкости определяет, происходит ли взаимопроникновение расплавов или фрагментация расплавов в виде капель, шаров и т. п. Существует предельное значение вязкости салической магмы (10<sup>8</sup> Па·с), когда течения в камере «замораживаются» и дальнейшее охлаждение происходит в отсутствие конвекции жидкости.

3. В зависимости от параметров вязкости исходного расплава оценена длительность развития минглинг-структур, которая составляет порядка десятков дней — сотен лет. Однако при многократном внедрении базитовых расплавов длительность процесса, соответственно, увеличивается.

4. Разработанная модель может быть модифицирована с учетом переменного состава расплавов и применена для реконструкции параметров смешения исходных расплавов, при известных геохимических и петрохимических характеристиках первичных и гибридных фаз.

Авторы выражают благодарность рецензентам статьи д.г.-м.н. А.Э. Изоху и А.А. Цыганкову за критические замечания, позволившие улучшить настоящую работу.

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант 15-17-10010), РФФИ (грант 17-05-00848), в рамках государственного задания, проект №0330-2016-004.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

**Численная модель.** Для решения задачи использовался вычислительный пакет Ansys Fluent [AN-SYS..., 2009], в котором реализованы численные методы и алгоритмы для решения задач течения жидкости. Модель учитывает влияние дополнительных факторов, таких как нагрев за счет внутренних источников тепла, диффузионный массоперенос, изменения фазового состояния (плавление, затвердевание, кипение), химические реакции.

Решается система уравнений Навье—Стокса в приближении сжимаемой жидкости: уравнение неразрывности (1.1) и уравнение движения (1.2), дополненные уравнением сохранения энергии (1.4).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \overline{\nu}) = 0, \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \overline{v} \right) + \nabla \left( \rho \overline{v} \, \overline{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left( \overline{\overline{\tau}} \right) + \rho \overline{g} + \overline{F}, \tag{1.2}$$

$$\overline{\overline{\tau}} = \mu \left[ \left( \nabla \overline{\nu} + \nabla \overline{\nu}^T \right) - \frac{2}{3} \nabla \overline{\nu I} \right], \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot \left( \overline{\nu} \left( \rho E + p \right) \right) = \nabla \cdot \left( k_{eff} \nabla T \right) + S_h, \tag{1.4}$$

где p — статическое давление,  $\rho \overline{g}$  — гравитационные силы,  $\overline{F}$  — внешние силы и  $\overline{\overline{\tau}}$  — тензор напряжений,  $\mu$  — молекулярная вязкость,  $\rho$  — плотность, E — внутренняя энергия,  $k_{eff}$  — теплопроводность,  $S_h$  — объемные источники тепла, I — единичный тензор. Второй член в правой части (1.3) отвечает за объемное расширение.

Для описания многофазной среды при решении задачи **минглинга** использовалась Эйлерова модель Volume of Fluid (VOF). Метод VOF может применяться для моделирования взаимодействия двух и более несмешивающихся фаз. Для каждой дополнительной фазы определяется переменная, отвечающая за массовую долю фазы в расчетной ячейке. В каждом контрольном объеме суммарная доля всех фаз равна единице. Если объемная доля *q*-й жидкости в ячейке обозначается как  $\alpha_q$ , то возможны следующие три условия:  $\alpha_q = 0$ : в ячейке не присутствует *q*-я фаза;  $\alpha_q = 1$ : ячейка заполнена *q*-й фазой;  $0 < \alpha_q < 1$ : ячейка является границей раздела между *q*-й и одной или более фаз. На основании локального значения  $\alpha_a$  соответствующие свойства и переменные будут присвоены каждой ячейке в пределах области.

<sup>1</sup> Отслеживание границы раздела между фазами достигается путем решения уравнения неразрывности для объемной доли одной (или более) фаз. Для *q*-й фазы это уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \alpha_q \rho_q \right) + \nabla \cdot \left( \alpha_q \rho_q \overline{v_q} \right) = 0, \tag{1.5}$$

где  $\rho_q$  — плотность фазы q,  $\alpha_q$  — весовой коэффициент (0...1) q-й фазы. Уравнение записано без учета массопереноса в случае химических реакций.

Свойства, входящие в уравнение движения, определяются наличием доли фаз в каждом контрольном объеме. В случае двухфазной модели плотность каждой ячейки рассчитывается как:

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_1) \rho_1, \qquad (1.6)$$

где  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  — плотность каждой фазы, а  $\alpha_q$  — доля вещества в единичном объеме. В общем для *n*-фазной системы плотность в каждой ячейке рассчитывается как  $\rho = \sum \alpha_q \rho_q$ . Все остальные величины (например, вязкость) вычисляются таким же образом.

Единое уравнение движения решается во всей области (односкоростная модель), и результирующее поле скоростей распределяется между фазами. Уравнение движения, как показано ниже, зависит от объемных долей всех фаз через свойства ρ и μ:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{\nu}) + \nabla (\rho \overline{\nu} \,\overline{\nu}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left( \mu \left( \nabla \overline{\nu} + \nabla \overline{\nu}^T \right) \right) + \rho \overline{g} + \overline{F}.$$
(1.7)

Уравнение энергии также является общим для всех фаз:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot \left( \overline{\nu} \left( \rho E + p \right) \right) = \nabla \cdot \left( k_{eff} \nabla T \right).$$
(1.8)

Тогда энергия в каждой ячейке рассматривается как осредненная величина по массе, т. е.

$$E = \frac{\sum_{q=1}^{n} \alpha_q \rho_q E_q}{\sum_{q=1}^{n} \alpha_q \rho_q} \quad , \tag{1.9}$$

где  $E_q$  для каждой фазы рассчитывается на основе удельной теплоемкости данной фазы и общей температуры.

Для описания многофазной среды при решении задачи **миксинга** использовалась Эйлерова модель Mixture. Последняя описывает течение многофазной среды в дисперсном (взаимопроникающем) режиме как единого целого. Численно это реализуется таким образом, что в каждой ячейке может находиться одновременно смесь фаз в пропорции, рассчитанной согласно уравнениям (1.1)—(1.4), но скорость течения определяется для каждой фазы согласно уравнению (1.7). По сравнение с VOF моделью здесь присутствуют два основных отличия: 1) фазы могут быть взаимопроникающими, поэтому объемные доли  $\alpha_q$  и  $\alpha_p$  для любого объема могут принимать значение в диапазоне от 0 до 1, в зависимости от того, какое пространство занимают фазы p и q; 2) фазы могут двигаться с разными скоростями (двухили многоскоростная модель).

В данном случае уравнение неразрывности (1.6) записывается в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \overline{\nu}_m) = 0 , \qquad (1.10)$$

где  $\overline{v}_m = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \overline{v}_k}{\rho_m}$  — осредненная по массе скорость,  $\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k$  — плотность смеси,  $\alpha_k$  — объем-

ная доля *к*-й фазы.

Из уравнения неразрывности (1.6) следует уравнение для определения массовой доли фазы р:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \alpha_p \rho_p \right) + \nabla \cdot \left( \alpha_p \rho_p \overline{v}_m \right) = -\nabla \cdot \left( \alpha_p \rho_p \overline{v}_{dr,p} \right).$$
(1.11)

Уравнение движения (1.7) для смеси может быть получено суммированием уравнений движения для каждой фазы. Тогда оно записывается:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_m \overline{v}_m \right) + \nabla \cdot \left( \rho_m \overline{v}_m \overline{v}_m \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu_m \left( \nabla \overline{v}_m + \nabla \overline{v}_m^T \right) \right] + \rho_m \overline{g} + \overline{F} + \nabla \cdot \left( \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \overline{v}_{dr,k} \overline{v}_{dr,k} \right), \quad (1.12)$$

где n — число фаз,  $\overline{v}_{dr,k} = \overline{v}_k - \overline{v}_m$  — скорость дрейфа для фазы k и  $\mu_m$  — вязкость смеси  $\mu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k$ .

Уравнение сохранение энергии (1.8) для смеси принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^{n} (\alpha_k \rho_k E_k) + \nabla \cdot \sum_{k=1}^{n} (\alpha_k \overline{\nu_k} (\rho_k E_k + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) + S_h.$$
(1.13)

**Учет плавления/кристаллизации в пакете Ansys Fluent**. При решении задач с учетом плавления/кристаллизации, происходящей при фиксированной температуре или в диапазоне температур  $T_{solidus} < T < T_{liquidus}$ , используется методика «энтальпия-пористость». В этом подходе граница расплава не отслеживается в явном виде. Вместо этого вводится величина, определяющая долю жидкой фракции в объеме ячейки. Тогда каждая ячейка рассматривается как пористая среда с пористостью, равной доли жидкой фракции.

Энтальпия материала вычисляется как сумма полной энтальпии h и скрытой теплоты кристалли-

зации  $\Delta H : H = h + \Delta H$ , где  $h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^{t} c_p dT$ ,  $h_{ref}$  — характерная энтальпия,  $T_{ref}$  — характерная темпера-

тура и с<sub>p</sub> — удельная теплоемкость. Доля расплава β определена как:

$$\beta = 0, \text{ если } T < T_{solidus},$$

$$\beta = 1, \text{ если } T > T_{liquidus},$$

$$\beta = \frac{T - T_{solidus}}{T_{liquidus} - T_{solidus}}, \text{ если } T_{solidus} < T < T_{liquidus}.$$
(1.14)

Тогда скрытая теплота кристаллизации записывается в терминах удельной теплоты кристаллизации материала (L) как  $\Delta H = \beta L$ . Для задач плавления/кристаллизации уравнение энергии записывается в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho H) + \nabla \cdot (\overline{\nu} \rho H) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T), \qquad (1.15)$$

где  $k_{eff}$  — эффективная теплопроводность, рассчитываемая подобно (1.6).

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Результаты моделирования минглинга в Бургасском кварцево-сиенитовом массиве в форме видеофайлов basite\_phase.mpeg, sienite\_phase.mpeg, temperature.mpeg, показывающие эволюцию базитового, сиенитового компонента и температуры, размещены по адресу: http://www.sciencedirect.com/science/ journal/10687971/58/11?sdc=2.

#### ЛИТЕРАТУРА

Андреева Н.В., Пономарева А.П., Крук Н.Н., Титов А.В., Трушнин А.В. Магаданский батолит: строение, состав и условия формирования. Магадан, Изд-во СВНЦ ДВО РАН, 1999, 264 с.

Биндеман И.Н. Ретроградная везикуляция базальтовой магмы в малоглубинных очагах: модель происхождения меланократовых включений в кислых и средних породах // Петрология, 1995, т. 3, № 6, с. 632—644.

Бурмакина Г.Н., Цыганков А.А. Мафические включения в позднепалеозойских гранитоидах Западного Забайкалья, Бургасский кварц-сиенитовый массив: состав, петрогенезис // Петрология, 2013, т. 21, № 3, с. 309—334.

Бурмакина Г.Н., Цыганков А.А., Хубанов В.Б., Владимиров В.Г., Кармышева И.В., Буянтуев М.Д. Комбинированные дайки Западного Сангилена, ЮВ Тува: изотопный возраст, состав, петрогенезис // Корреляция алтаид и уралид: магматизм, метаморфизм, стратиграфия, геохронология, геодинамика и металлогения. Материалы III Международной конференции. Новосибирск, ИГМ СО РАН, 2016, с. 35—37.

Владимиров В.Г., Владимиров А.Г., Гибшер А.С. Модель тектонометаморфической эволюции Сангилена (ЮВ Тува, Центральная Азия) как отражение раннекаледонского аккреционно-коллизионного тектогенеза // ДАН, 2005, т. 405, № 1, с. 82—88. Докукина К.А., Конилов А.Н., Каулина Т.В., Владимиров В.Г. Взаимодействие базитовой и гранитной магм в субвулканических условиях (на примере тастауского интрузивного комплекса Восточного Казахстана) // Геология и геофизика, 2010, т. 51(6), с. 804—826.

Ермолов П.В., Изох Э.П., Пономарева А.П., Тян В.Д. Габбро-гранитные серии западной части Зайсанской складчатой системы. Новосибирск, Наука, 1977, 245 с.

Изох Э.П., Колмак Л.М., Наговская Г.И., Русс В.В. Позднемезозойские интрузии Центрального Сихотэ-Алиня и связь с ними оруденения. М., Госгеолтехиздат, 1957, 257 с.

Кармышева И.В., Владимиров В.Г., Владимиров А.Г. Синкиматический гранитоидный магматизм Западного Сангилена (ЮВ Тува) // Петрология, 2017, т. 25, № 1, с. 92—118.

Литвиновский Б.А., Занвилевич А.Н., Алакшин А.М., Подладчиков Ю.Ю. Ангаро-Витимский батолит — крупнейший гранитоидный плутон. Новосибирск, ОИГГМ СО РАН, 1993, 141 с.

**Литвиновский Б.А., Занвилевич А.Н., Калманович М.А.** Многократное смешение сосуществующих сиенитовых и базитовых магм и его петрологическое значение, Усть-Хилокский массив, Забайкалье // Петрология, 1995, т. 3, № 2, с. 133—157.

Персиков Э.С. Вязкость магматических расплавов. М., Наука, 1984, 159 с.

**Персиков Э.С., Бухтияров П.Г.** Взаимосвязанная структурно-химическая модель прогноза и расчетов вязкости магм и диффузии H<sub>2</sub>O в них в широком диапазоне составов и *TP*-параметров земной коры и верхней мантии // Геология и геофизика, 2009, т. 50 (12), с. 1393—1408.

Пономарева А.П., Изох Э.П., Андреева Н.В. Взаимодействие мантийных и коровых расплавов при формировании магаданского батолита // Геология и геофизика, 1994, т. 35 № 2, с. 25—34.

**Полянский О.П., Бабичев А.В., Коробейников С.Н., Ревердатто В.В.** Компьютерное моделирование гранитогнейсового диапиризма в земной коре: контролирующие факторы, длительность и температурный режим // Петрология, 2010, т. 18, № 4, с. 450—466.

**Полянский О.П., Коробейников С.Н., Бабичев А.В., Ревердатто В.В.** Формирование и подъем мантийных диапиров через литосферу кратонов на основе численного термомеханического моделирования // Петрология, 2012, т. 20, № 2, с. 136—155.

**Полянский О.П., Коробейников С.Н., Бабичев А.В., Ревердатто В.В., Свердлова В.Г.** Численное моделирование мантийного диапиризма как причины внутриконтинентального рифтогенеза // Физика Земли, 2014, № 6, с. 124—137.

**Полянский О.П., Ревердатто В.В., Бабичев А.В., Свердлова В.Г.** Механизм подъема магмы через «твердую» литосферу и связь мантийного и корового диапиризма: численное моделирование и геологические примеры // Геология и геофизика, 2016, т. 57 (6), с. 1073—1091.

Полянский О.П., Семенов А.Н., Владимиров В.Г., Кармышева И.В., Владимиров А.Г., Яковлев В.А. Численная модель магматического минглинга (на примере Баянкольской габбро-гранитной серии, Сангилен, Тува) // Геодинамика и тектонофизика, 2017, т. 8, № 2, doi.org/10.5800/GT-2017-8-2-0xxx.

Скляров Е.В., Федоровский В.С. Тектонические и геодинамические аспекты механического смешения магм (магматического минглинга) // Геотектоника, 2006, № 2, с. 47—64.

**Ферштатер Г.Б., Бородина Н.С.** Петрология магматических гранитоидов. М., Наука, 1975, 287 с. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Наука, 1974, 708 с.

ANSYS Fluent Theory Guide. Release 12.1, 2009.

Asimow P.D., Ghiorso M.S., Algorithmic modifications extending MELTS to calculate subsolidus phase relations // Amer. Miner., 1998, v. 83, № 9—10, p. 1127—1132.

**Bohrson W.A., Spera F.J., Ghiorso M.S., Brown G.A., Creamer J.B., Mayfield A.**, Thermodynamic model for energy-constrained open-system evolution of crustal magma bodies undergoing simultaneous recharge, assimilation and crystallization: the magma chamber simulator // J. Petrol., 2014, v. 55 № 9, p. 1685—1717.

**Frost T.P., Mahood G.A.** Field, chemical, and physical constraints on mafic-felsic magma interaction in the Lamarck Granodiorite, Sierra Nevada, California // Geol. Soc. Amer. Bull., 1987, v. 99, p. 272–291.

**Ghiorso M.S., Sack R.O.** Chemical mass-transfer in magmatic processes IV. A revised and internally consistent thermodynamic model for the interpolation and extrapolation of liquid-solid equilibria in magmatic systems at elevated-temperatures and pressures // Contr. Miner. Petrol., 1995, v. 119 № 2—3, p. 197—212.

**Gutierrez F., Parada M.A.** Numerical modeling of time-dependent fluid dynamics and differentiation of a shallow basaltic magma chamber // J. Petrol., 2010, v. 51, № 3, p. 731—762.

**Hopson C.A., Mattinson J.M.** Chelan migmatite complex: Field evidence for mafic magmatism, crustal anatexis, mixing and protodiapiric emplacement // Geologic field trips in the Pacific Northwest / Eds. D.A. Swanson, R.A. Haugerud. GSA Ann. Meeting, 1994, p. 2001–2021.

**Huppert H.E., Sparks R.S.J.** The generation of granitic magmas by intrusion of basalt into continental crust // J. Petrol., 1988, v. 29, p. 596—624.

Karmysheva I.V., Vladimirov V.G., Vladimirov A.G., Shelepaev R.A., Yakovlev V.A., Vasyukova E.A. Tectonic position of mingling dykes in accretion-collision system of early Caledonides of West Sangilen (South-East Tuva, Russia) // Geodyn. Tectonophys., 2015, v. 6, № 3, p. 289—310, doi:10.5800/GT-2015-6-3-0183.

Martin D., Nokes R. A fluid-dynamical study of crystal settling in convecting magmas // J. Petrol., 1989, v. 30, p. 1471–1500.

**Perugini D., Poli G.** Viscous fingering during replenishment of felsic magma chambers by continuous input of mafic magmas: Field evidence and fluid-mechanics experiment // Geology, 2005, v. 33, № 1, p. 5—8.

**Petrelli M., Perugini D., Poli G.** Time-scales of hybridisation of magmatic enclaves in regular and chaotic flow fields: petrologic and volcanologic implications // Bull. Volcanol., 2006, v. 68, p. 285–293.

**Rosenberg C.L., Handy M.R.** Experimental deformation of partially melted granite revisited: implications for the continental crust // J. Metamorph. Geol., 2005, v. 23, p. 19–28.

Simakin A.G., Bindeman I.N. Remelting in caldera and rift environments and the genesis of hot, «recycled» rhyolites // Earth Planet. Sci. Lett., 2012, v. 337—338, p. 224—235.

**Spera F.J., Schmidt J.S., Bohrson W.A., Brown G.A.** Dynamics and thermodynamics of magma mixing: Insights from a simple exploratory model // Amer. Miner., 2016, v. 101, p. 627–643.

**Veksler I.V., Charlier B.** Silicate liquid immiscibility in layered intrusions // Layered intrusions / Eds. B. Charlier, O. Namur, R. Latypov, Ch. Tegner. Dordrecht, Springer, 2015, p. 229–258.

Wager L.R., Bailey E.B. Basic magma chilled against acid magma // Nature, 1953, v. 172, p. 68-69.

Wiebe R.A. Relation between coexisting basaltic and granitic magmas in a composite dike // Amer. J. Sci., 1973, v. 273, p. 130—151.

Weidendorfer D., Mattsson H.B., Ulmer P. Dynamics of magma mixing in partially crystallized magma chambers: textural and petrological constraints from the basal complex of the Austurhorn Intrusion (SE Iceland) // J. Petrol., 2014, v. 55,  $N_{0}$  9, p. 1865—1903.

Рекомендована к печати 30 марта 2017 г. А.Э. Изохом

Поступила в редакцию 28 июня 2016 г., после доработки — 27 декабря 2016 г.