

23. Пэжина П. Основные вопросы вязкопластичности. — М.: Мир, 1968.
 24. Бойко В. М., Гулидов А. И., Папырин А. И. и др. Экспериментально-теоретическое исследование отскока коротких стержней от твердой преграды // ПМТФ. — 1982. — № 5.
 25. Киселев С. П., Фомин В. М., Шитов Ю. А. Численное моделирование отскока пористого цилиндра от жесткой преграды // ПМТФ. — 1990. — № 3.

г. Москва

Поступила 25/XI 1991 г.

УДК 624.139

А. А. Коновалов

ЗАКОНОМЕРНОСТИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

В работах [1, 2], посвященных реологии мерзлых грунтов, показана кинетическая природа прочности мерзлых грунтов, дано физическое истолкование параметрам уравнения длительной прочности с позиций атомно-кинетической концепции. Однако в математическом аппарате реологии мерзлых грунтов эти воззрения не отражены. Не проявлены и не нашли применения количественные соотношения и параметры, выражающие температурно-временную зависимость прочности, общие для всех твердых тел, согласно [3]. В основу количественных методов определения прочностных характеристик мерзлого грунта фактически легли обычные интерполяционные формулы, включающие эмпирические коэффициенты, в частности [1]:

$$(1) \quad \tau = (g/\sigma)^{1/\Gamma}.$$

Здесь τ — время до разрушения (долговечность); σ — давление; g и Γ — эмпирические коэффициенты, зависящие от температуры, состава грунта, типа нагрузки и т. д.

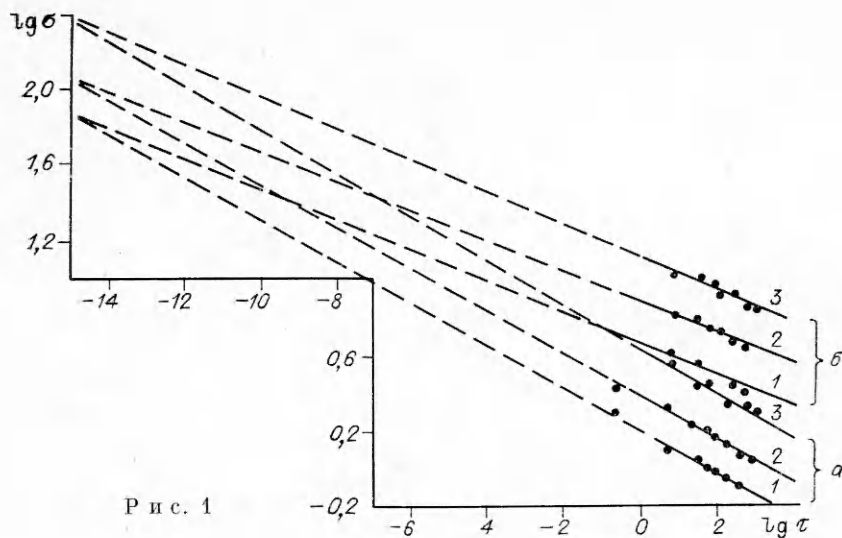
Попробуем найти температурную зависимость прочности мерзлого грунта в явном виде. Формулу (1) удобно представить как

$$(2) \quad \tau = \tau_0(\sigma_m/\sigma)^{1/\Gamma},$$

где σ_m — мгновенная (максимальная) прочность, соответствующая минимальной долговечности («мгновению») τ_0 . По представлениям атомно-кинетической концепции физическое «мгновение» равно периоду тепловых колебаний атомов $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с.

Анализ фактических данных по испытаниям мерзлых грунтов при разных составе, температуре, напряженном состоянии, материале и форме фундамента и т. п. показывает следующее [4].

Во-первых, графики зависимости $\lg \sigma$ от $\lg \tau$ для мерзлых грунтов, испытанных при одной температуре, но прочих разных условиях, сходятся в одну точку — полюс с координатами $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с ($10^{-14,8}$ мин) и $\sigma = \sigma_m$. Во-вторых, графики временных зависимостей прочности мерзлых грунтов, испытанных при разных температурах, но при прочих равных условиях, не сходятся в одной точке, как у твердых тел, а идут примерно параллельно друг другу. Это видно, например, из рис. 1, на котором приведены экспериментальные данные о прочности мерзлой супеси на сжатие (а) и мерзлой глины на сцепление (б) при разных температурах, заимствованные из [1], обработанные автором настоящей работы с использованием формулы (2) (линии 1—3 для $t = -5, -10, -20$ °С). Аналогичные результаты получаются при обработке с помощью (2) фактических данных из [4]. Это говорит о том, что угловой коэффициент не зависит от температуры, а является функцией всех прочих условий. От температуры зависят второй параметр уравнения длительной прочности g и входящая в его выражение вторая координата полюса σ_m .



Р и с. 1

Таким образом, количественные проявления кинетической природы прочности мерзлых грунтов имеют определенную специфику, которая, очевидно, связана с тем, что мерзлый грунт — не твердое тело, а сложная система, состоящая из органоминерального скелета, воды в трех фазах, водных растворов и газов, и, это главное, что температуры мерзлого грунта очень близки к температуре плавления.

Основной тип связи частиц в мерзлом грунте — льдоцементационный. Поэтому можно принять, что элементарный объем мерзлого грунта, т. е. объем, размерами которого допустимо пренебречь, мгновенно теряет свою прочность при температуре таяния льда. При этом мгновенная прочность равна давлению, при котором плавится лед. Температура таяния льда зависит от внешнего давления согласно закону Клапейрона — Клаузиуса, тогда

$$(3) \quad \sigma_m = 0,1 + t/K \approx t/K$$

(t — температура, °С, $K \approx 0,073$ °С/МПа).

Как известно, при промерзании (оттаивании) грунта в условиях миграции влаги в открытой системе зависимость между внешним давлением и температурой фазовых переходов грунтовой влаги описывается так называемым обобщенным законом Клапейрона — Клаузиуса, в выражении которого K больше примерно в 10 раз.

По экспериментальным данным, K в среднем составляет около 0,079 °С/МПа [4], что близко к величине коэффициента в классическом уравнении Клапейрона — Клаузиуса. Так, в приведенном примере (см. рис. 1) $K = t/\sigma_m$ для разных условий колеблется в пределах 0,073—0,083 °С/МПа. Несомненно, что учет миграции влаги при определении σ_m уточняет это значение. Однако при логарифмической точности формулы (2) данный фактор не всегда проявляется.

Конечно, все вышеизложенные соображения основываются на весьма далекой временной экстраполяции экспериментальных данных, хотя общепринятая экстраполяция результатов, например, 8-часовых испытаний мерзлого грунта на 50-летний срок вызывает аналогичные сомнения. Наверное, можно говорить и о недостаточной представительности этих данных. И все же, по крайней мере, стремление функции $\sigma(\tau)$ при уменьшении τ к общему полюсу с координатами $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с и $\sigma_m = t/K$ (в логарифмическом масштабе) очевидно. Нужно учитывать также строгий физический смысл τ_0 и σ_m , удобство для экспериментальной работы и расчетов (экспериментально требуется найти только один независимый от температуры параметр Γ), а также сравнительно малое влияние τ_0 на σ (при $\Gamma = 0,1$ уменьшение τ_0 в 1000 раз вызывает увеличение предельно

длительной прочности только в 2 раза). Все это позволяет рекомендовать формулы (2), (3) для практического использования.

Следует отметить, что при обработке фактического материала описанные закономерности оказываются справедливыми в большинстве случаев. В частности, в опытах с шариковым штампом полюс функции σ от τ часто не совпадает с координатами $\tau_0 = 10^{-13}$ с и $\sigma_m = t/K$. При обработке результатов опытов на продавливание моделей свай в мерзлый грунт с температурой $-2,2^\circ\text{C}$ в [5] установлено, что графики функции $\lg \sigma$ от $\lg \tau$ состоят из двух линейных участков, пересекающихся при $\sigma = 0,1$ МПа. Причем интересно, что при $\sigma > 0,1$ зависимость σ от τ также удовлетворяет (2), (3). Действительно, параметры интерполяционной формулы (1) в [5] имеют вид $g = 0,33$, $\Gamma = 0,145$. Подставив данные эксперимента в формулу для $g = \tau_0^\Gamma t/K$, получим $g = 10^{-13 \cdot 0,145} \times 2,2/0,079 = 0,36$. Вычисленное по формуле, вытекающей из (2), и найденное экспериментально значения g отличаются всего на 9 %.

В [6] для мерзлых грунтов показано, что если относить нагрузку не ко всей площади образца, а только к ее части, занятой частицами грунта и льдом, за минусом площади, занятой незамерзшей водой (обозначим такую нагрузку через $\bar{\sigma}$), то полюс кривых функций $\lg \bar{\sigma}$ от $\lg \tau$ не зависит от t . Это не противоречит нашему утверждению о зависимости σ_m от t .

Дело в том, что $\bar{\sigma}_m = \sigma_m/K_n$ (K_n — коэффициент, меньший 1 и прямо пропорциональный температуре [6]). В то же время σ_m также прямо пропорциональна t . В результате оказывается, что $\bar{\sigma}_m$ практически не зависит от температуры, поскольку она входит в числитель и в знаменатель выражения этой величины.

Для систематического анализа отклонений временной зависимости прочности от формулы (2), выявления их закономерностей фактического материала пока недостаточно. Это задача дальнейших исследований.

В соответствии с кинетической концепцией прочности твердых тел предельная деформация ε_n (при ней происходит разрушение тела — нарушение его сплошности), равная произведению скорости ползучести $\dot{\varepsilon}$ на долговечность, есть величина постоянная:

$$(4) \quad \varepsilon_n = \dot{\varepsilon} \tau = \text{const.}$$

Поскольку энергия разрушения твердого тела приблизительно равна энергии сублимации, при которой тело испаряется, исчезает, то $\varepsilon_n = 1$ [3]. Из (4) следует, что зависимость скорости ползучести от нагрузки является «зеркальным» отражением зависимости долговечности от нагрузки.

Экспериментально установлено [1], что формула (4) в общем справедлива и для мерзлых грунтов. Предельная деформация мерзлого грунта очень слабо зависит от температуры и нагрузки и несколько больше — от вида напряженного состояния и типа грунта. Причем средняя величина этой деформации близка к относительной осадке при переходе льда в воду ($\varepsilon_n \approx 0,09$).

Выражение относительной скорости ползучести найдем из совместного решения (2) и (4):

$$(5) \quad \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_n} = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{s} = \tau_0^{-1} (\sigma/\sigma_m)^{1/\Gamma}$$

(s и v — размерные осадка и скорость ползучести).

Справедливость решения (5), представляющего собой, как и в случае с твердыми телами, «зеркальное» отражение зависимости долговечности от нагрузки, подтверждается и экспериментальным материалом. Например, на рис. 2 приведены графики зависимости логарифмов долговечности и скорости ползучести от логарифмов нагрузки мерзлой супеси с влажностью 26 %, фактические [1] и вычисленные по формулам (2) и (5) при

$g = 0,16$ и $\Gamma = 0,1$ (линии 1—3 для $t = -5, -10, -20$ °C). Взаимобратимость формул (2) и (5) хорошо видна также на графиках в [5]. Из (5) можно найти выражение связи прочности со скоростью стационарной ползучести безразмерной и размерной:

$$(6) \quad \sigma = (\tau_0 \dot{\epsilon} / \epsilon_n)^\Gamma t / K, \quad \sigma = (\tau_0 v / s)^\Gamma t / K.$$

В сложных случаях, когда применимость количественного аппарата кинетической концепции прочности сомнительна, целесообразно выразить (6) в общей форме, аналогичной (1):

$$(7) \quad \sigma = g_\epsilon \dot{\epsilon}^\Gamma, \quad \sigma = g_v v^\Gamma$$

(g_ϵ, g_v — параметры, определяемые из опыта). Формулы (6) и (7) удобны тем, что позволяют вести расчеты оснований как по прочности, так и по деформациям.

Количественные закономерности, обнаруженные из опытов с постоянной нагрузкой, проявляются и в опытах с переменной нагрузкой, в частности, изменяющейся с постоянной скоростью $\dot{\sigma}$.

Аналитические уравнения скоростной зависимости прочности и долговечности найдем из решения системы уравнений, описывающих долговечность при постоянной нагрузке (2), известный [1, 3] принцип сложения нарушений

$$(8) \quad \int_{\tau_0}^{\tau} \{\tau [\sigma(\tau)]\}^{-1} d\tau = 1$$

и нагрузку, изменяющуюся с постоянной скоростью:

$$(9) \quad \sigma = \dot{\sigma} \tau.$$

После несложных преобразований имеем

$$(10) \quad \tau = (g/\dot{\sigma})^\alpha \alpha^{-\alpha};$$

$$(11) \quad \sigma = g^{\alpha/\Gamma} \dot{\sigma}^\alpha \alpha^{-\alpha},$$

где, как и раньше, $g = \tau_0^\Gamma \sigma_m$; $\alpha = \Gamma/(1 + \Gamma)$.

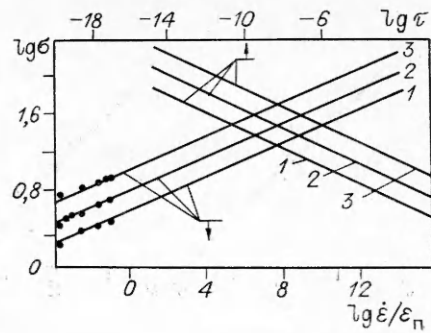
Формулы (10), (11) справедливы для случая, когда суммарная нагрузка, приводящая к разрушению, больше предельно длительной. Их применение дает существенную экономию времени при производстве испытаний.

В опытах, выполненных автором совместно с С. М. Пахомовым, одному сжатию подвергались две партии образцов суглинка с влажностью 20 % и температурой $-3,3$ °C (1-я партия) и влажностью 24 % и температурой $-3,9$ °C (2-я партия). Кроме того, испытывались две партии образцов льда в форме кубика высотой 10 см, армированного прослоем дорнита на глубине 7 и 3 см (3-я и 4-я партии). Температура этих образцов составляет $-3,4$ °C. Результаты опытов обработаны в форме зависимости $\ln \tau$ от $\ln \sigma$ (рис. 3, где $a - g$ отвечают партиям 1—4), и затем по изложенной выше методике определены параметры g и Γ :

$$g_1 \dots g_4 = 4,2; 5,7; 2,8; 2,7 \text{ МПа/мин}^{-\Gamma},$$

$$\Gamma_1 \dots \Gamma_4 = 0,07; 0,07; 0,074; 0,076.$$

В выражение для g входят пять величин. Все они известны или как постоянные (τ_0 и K), или из опыта. Если любые четыре из них взять из



Р и с. 2

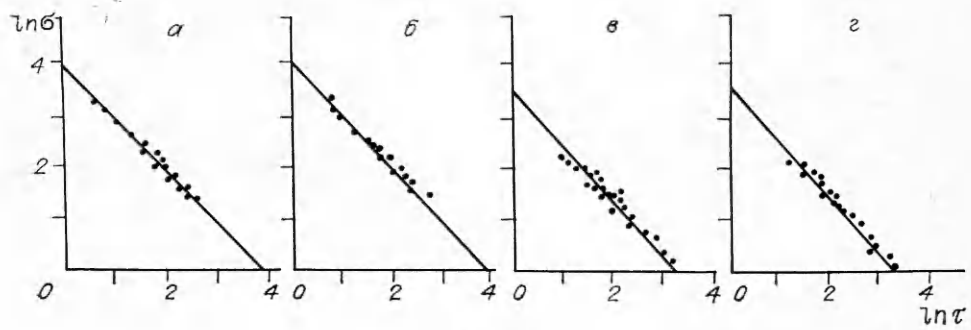


Рис. 3

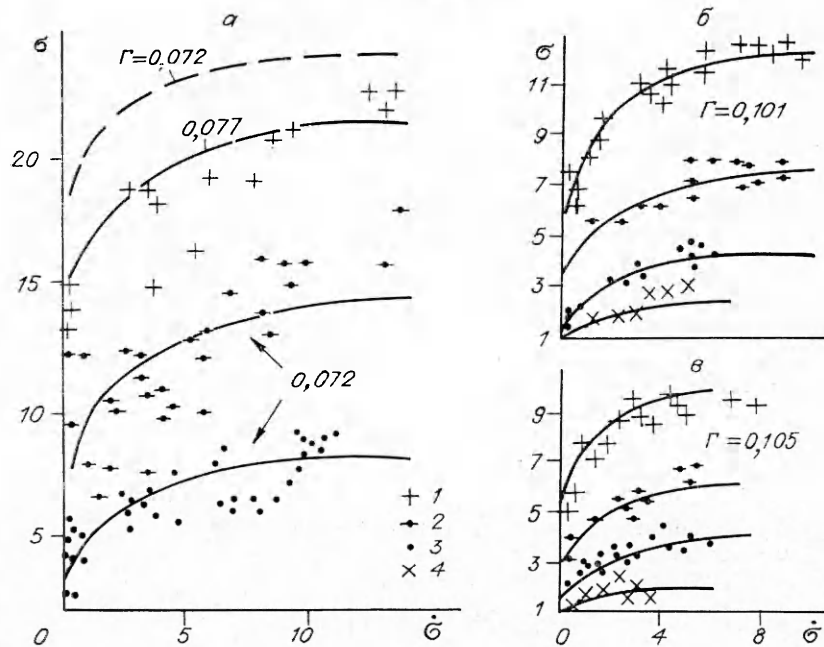


Рис. 4

опыта, а пятую, например температуру, вычислить и сравнить с температурой в опыте, то очевидно, что результаты опытов соответствуют кинетической концепции прочности, если совпадают указанные два значения температуры.

Из выражений (7), (11) найдена температура во всех четырех опытах: $t_1 \dots t_4 = -4,1; -4,6; -2,7; -2,8$ °C.

Учитывая то, что τ_0 и K приняты по теоретическим соображениям, полученную разницу (18–25 %) между вычисленными и экспериментальными значениями температуры (–3,9 и –3,4 °C) следует признать вполне удовлетворительной.

Результаты опытов [7] на одноосное сжатие грунтов разного вида при различных температурах и скоростях загрузки, построенные в форме скоростной зависимости прочности, приведены на рис. 4 (а–в — песок, супесь и суглинок). Линии на графиках проведены по результатам расчета по формуле (11), в которой предварительно вышеизложенным способом найдены значения g и Γ (точки 1–4 отвечают $t = -15, -8, -4, -2$ °C). Видно хорошее совпадение фактических данных с вычисленными, что свидетельствует о соответствии скоростной зависимости прочности кинетической концепции. Как и в случае с постоянной нагрузкой, можно считать, что Γ не зависит от t — для каждой разновидности грунта при всех температурах Γ имеет одно и то же значение (за исключением песка

с $t = -15^\circ\text{C}$, что, по-видимому, связано с нарушением зависимости температуры кристаллизации воды от давления, описываемой формулой (3)).

Вид температурно-временной (или скоростной) зависимости прочности в дальнейшем будет уточняться, однако то, что с температурой связан только один из двух параметров реологической кривой, видимо, можно считать установленным фактом. Это позволяет значительно сократить и упростить опыты и расчеты по определению прочности мерзлого грунта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов.— М.: Высш. шк., 1978.
2. Зарецкий Ю. К., Чумичев Б. Д. Кратковременная ползучесть льда.— Новосибирск: Наука, 1982.
3. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. В. Кинетическая природа прочности твердых тел.— М.: Наука, 1974.
4. Коновалов А. А. Количественная аппроксимация температурной и временной зависимости прочности мерзлых грунтов // Инж. геология.— 1986.— № 2.
5. Герасимов А. С. К оценке предельно длительного сопротивления мерзлого грунта по материалу // Проблемы механики грунтов и инженерного мерзлотоведения.— М.: Стройиздат, 1990.
6. Роман Л. Т. Прогноз длительной прочности мерзлых торфяных грунтов // Там же.
7. Дерюгин А. Г. Исследование скоростной зависимости мерзлых грунтов // Инженерные исследования мерзлых грунтов.— Новосибирск: Наука, 1979.

г. Тюмень

Поступила 24/VI 1991 г.,
в окончательном варианте — 11/XI 1991 г.

УДК 539.3

А. Г. Колпаков

К ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ БАЛОК С НАЧАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

Асимптотические методы усреднения, получившие широкое распространение применительно к монолитным композитам (см. [1—3] и библиографию к ним), в последнее время используются для исследования тел периодического строения, занимающих тонкие области — пластинки и балки [4—6]. В данной работе производится переход от трехмерной задачи теории упругости с начальными напряжениями в области малого диаметра ε (что формализуется в виде $\varepsilon \rightarrow 0$) к задаче теории балок. Возникающая задача теории балок (асимптотически точная) в общем случае отлична от классической. Для однородных балок она совпадает с классической, т. е. различие между асимптотической и классической теориями имеет место для балок сложной структуры. Использование таких балок в современных конструкциях делает вносимые асимптотической теорией поправки практически значимыми. Отличие этой задачи от [6] — несимметрия коэффициентов, что приводит к появлению новых элементов в применении асимптотических методов и ряда новых ячеечных задач. Как видно из дальнейшего, существенную роль в задаче играет порядок начальных напряжений σ_{ij}^* по сравнению с диаметром области ε . Чтобы учесть эту роль, начальные напряжения берутся в форме $\sigma_{ij}^* = \varepsilon^{-2} \sigma_{ij}^{*(-2)} + \varepsilon^{-1} \sigma_{ij}^{*(-1)} + \dots$, соответствующей изгибу балки или ее осевому растяжению при фиксированных усилиях. Осевое растяжение балки фиксированными деформациями, когда σ_{ij}^* имеет порядок ε^{-4} , приводит к результатам, аналогичным [7—9] для монолитных тел. Здесь этот случай не изучается.