

ЛИТЕРАТУРА

1. Burgoyne J. H., Steel A. J. Fire Research Abstracts and Reviews, 1962, 4, 1, 2.
2. Цап В. П., Шароварников А. Ф и др. Коллоидный журнал, 1982, 2.
3. Бабкин В. С., Вьюн А. В. ФГВ, 1971, 7, 7.
4. Zabetakis M. G. Dept. of the Interior, Bureau of Mines, Bulletin 627.— Washington, US, 1965.
5. Ловачев Л. А., Баратов А. М. и др.— В кн.: Горючесть веществ и химические средства пожаротушения.— М.: ВНИИПО, 1973.

Поступила в редакцию 25/VI 1987

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧЕГО МАТЕРИАЛА ПРИ ГЕТЕРОГЕННОЙ РЕАКЦИИ

С. С. Рыбанин, С. Л. Соболев
(Черноголовка)

Волна горения при гетерогенной химической реакции может распространяться по поверхности таких материалов, как металл, полимер, уголь, находящихся в окислительной среде. С физической точки зрения этот процесс представляет собой распространение источника тепла вдоль границы раздела фаз. При этом тепловыделение происходит за счет гетерогенной реакции на поверхности горючего материала, окислитель к которой подводится диффузией и конвекцией. Выделяющееся вследствие реакции тепло идет на нагревание горючего материала и набегающего на него потока окислителя, что обеспечивает распространение волны горения. Рассматриваемый процесс по своей природе существенно неоднородный, поэтому его описание вызывает большие математические трудности, в связи с чем приходится прибегать к значительным упрощениям.

Обзор простейших моделей распространения волны горения по поверхности материала содержится в [1]. Анализ двумерных моделей посвящены работы [2—5]. В [2—4] рассмотрен случай распространения волны горения по термически тонкому слою материала, в [5] — по термически толстому для диффузионного режима химической реакции.

Постановка задачи

В настоящей работе изучается распространение стационарной волны горения навстречу потоку окислителя, имеющего скорость U и направленного вдоль поверхности термически толстого слоя горючего материала. Система пространственных координат связывается с волной горения со скоростью V_f таким образом, что ось X направлена вдоль поверхности горючего материала, а ось Y — перпендикулярно к ней (рис. 1). В этой системе координат горючий материал и окислитель движутся со скоростями V_f и $V = V_f + U$.

Вводятся стандартные упрощения [2—6]: теплофизические свойства веществ считаются постоянными; используется простейшая химическая кинетика; пренебрегается зависимостью скорости потока окислителя от пространственных координат и эта скорость считается постоянной (приближение

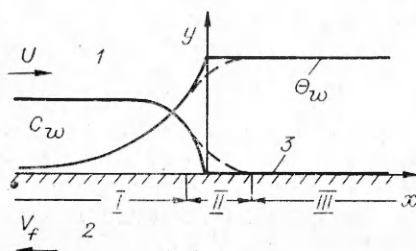


Рис. 1. Модель волны горения, поля температуры Θ_w и концентрации окислителя C_w на поверхности горючего материала.

1 — окислительная среда; 2 — горючий материал; 3 — зона химической реакции.

Озеена); пренебрегается также влиянием выгорания материала на тепло- и массоперенос. Несмотря на такие значительные упрощения, все же удается сохранить основное физическое содержание рассматриваемого процесса.

Уравнения и граничные условия

Для большей общности описания вводятся следующие величины: $x = XV/a$ и $y = YV/a$ — безразмерные пространственные координаты, где $a = \lambda/\rho c$ — коэффициент температуропроводности; λ — коэффициент теплопроводности; ρ — плотность; c — теплоемкость окислительной среды (перечисленные теплофизические параметры с индексом f относятся к горючему материалу); C — концентрация окислителя; C_∞ — концентрация окислителя на бесконечности ($x \rightarrow -\infty, y \rightarrow \infty$); $Le = D/a$ — число Льюиса; D — коэффициент диффузии в окислительной среде; $\Theta = (T - T_\infty)/T_\infty$ — безразмерная температура; T_∞ — температура на бесконечности; $\tau = V_f a / Va_f$ — безразмерная скорость волны горения; κ — стехиометрический коэффициент; $m = M/\rho V$ — безразмерная скорость химической реакции (скорость выгорания материала); M — скорость окисления поверхности горючего материала; $q = Q/cT_\infty$ — тепловой эффект химической реакции; Q — удельная теплотворная способность горючего материала; $\Lambda = \hat{\lambda}_f/\hat{\lambda}$ — безразмерный коэффициент теплопроводности.

Знаком плюс и минус отмечаются пределы функций при $y \rightarrow 0$ со стороны окислительной среды и горючего материала соответственно. В таких обозначениях уравнения диффузии окислителя, теплопроводности в окислительной среде и горючем материале имеют вид

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \frac{\partial C}{Le \partial x} = 0, \quad y \geq 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} - \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0, \quad y \geq 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} - \tau \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0, \quad y < 0. \quad (3)$$

Граничные условия:

$$y = 0: \quad \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\kappa m}{Le}, \quad (4)$$

$$\Theta_+ = \Theta_-, \quad \Lambda \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y} \right)_- - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y} \right)_+ = m q, \quad (5)$$

$$y \rightarrow \infty, \quad x \rightarrow -\infty: \quad \Theta \rightarrow 0, \quad C \rightarrow C_\infty, \quad (6)$$

$$y \rightarrow -\infty: \quad \Theta \rightarrow 0. \quad (7)$$

Решение уравнений

Рассмотрим уравнение (1) с граничными условиями (4), (6). Путем замены переменных оно сводится к уравнению типа Клейна — Гордона [7], функция Грина которого для полуплоскости известна [8]. Используя ее, решение (1) для концентрации окислителя можно записать в интегральной форме

$$C = C_\infty - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} m(z) \exp\left(\frac{x-z}{2Le}\right) K_0\left[\left(\frac{(x-z)^2 + y^2}{2Le}\right)^{1/2}\right] dz, \quad (8)$$

где $K_0(s)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка от аргумента s [7].

Уравнения теплопроводности (2), (3) с граничными условиями (5) — (7) также сводятся к уравнениям типа Клейна — Гордона [7], функция Грина которых известна для верхней и нижней полуплоско-

стей [8]. Записывая решения через функцию Грина и применяя преобразование Фурье, можно получить зависимость температуры от координат x и y в виде интегралов:

$$\Theta(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} qm(z) \exp(iuz) dz \right] \exp[-iux - (u^2 - iu)^{1/2} y] du}{(u^2 - iu)^{1/2} + \Lambda (u^2 - iu\tau)^{1/2}}, \quad y \geq 0, \quad (9)$$

$$\Theta(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} qm(z) \exp(iuz) dz \right] \exp[-iux + (u^2 - iu)^{1/2} y] du}{(u^2 - iu)^{1/2} + \Lambda (u^2 - iu\tau)^{1/2}}, \quad y < 0. \quad (10)$$

Соотношения (8)–(10) описывают поля концентрации окислителя и температуры в окислительной среде и горючем материале для произвольной зависимости скорости химической реакции от координаты x . В качестве примера рассмотрим два простейших вида функции $m(x)$, когда во всей зоне химической реакции имеет место диффузионный режим и когда скорость химической реакции подчиняется закону Аррениуса.

Распространение волны горения при диффузионном режиме химической реакции

В случае диффузионного режима у поверхности горючего материала в зоне реакции величина $C = 0$. Для определенности положим, что эта зона расположена в области $x \geq 0$, т. е. при $x < 0$ скорость химической реакции пренебрежимо мала. Тогда граничные условия для (1) примут следующий вид [5]:

$$y = 0: \frac{\partial C}{\partial y} = 0, \quad x < 0; \quad C = 0, \quad x \geq 0. \quad (11)$$

Условие (11) неоднородно: на одной части границы ($x \geq 0$) задана функция, а на другой ($x < 0$) — ее производная. Поэтому для решения (1) применим метод Винера — Хопфа [8], с помощью которого можно получить аналитическую зависимость концентрации окислителя от координат [5]:

$$C = C_{\infty} \operatorname{erf} \left(\left[\frac{(x^2 + y^2)^{1/2} - x}{2 \operatorname{Le}} \right]^{1/2} \right), \quad (12)$$

$$\operatorname{erf}(s) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^s \exp(-z^2) dz.$$

Продифференцировав (12) по y и положив $y = 0$, найдем диффузионный поток окислителя в зону химической реакции, который связан со скоростью выгорания материала m соотношением

$$m(x) = \frac{\operatorname{Le}}{\kappa} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = \begin{cases} \frac{C_{\infty} \operatorname{Le}^{1/2}}{\kappa (\pi x)^{1/2}}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Подстановка (13) в (9) и (10) при $y = 0$ дает зависимость температуры поверхности горючего материала $\Theta_w = \Theta(x, 0)$ от координаты x :

$$\Theta_w = \frac{qC_{\infty} \operatorname{Le}^{1/2}}{\kappa (1 - \Lambda^2 \tau)} \left\{ \operatorname{erfc}([-x]^{1/2}) - \Lambda \tau^{1/2} \operatorname{erfc}([-\tau x]^{1/2}) + \right. \\ \left. + \Lambda (\tau + \xi)^{1/2} \exp(-\xi x) [\operatorname{erfc}([-(\tau + \xi)x]^{1/2}) - \operatorname{erfc}(\Lambda [-(\tau + \xi)x]^{1/2})] \right\}, \\ x < 0, \quad (14)$$

$$\Theta_w = \frac{QC_\infty Le^{1/2}}{\kappa (1 + \Lambda \tau^{1/2})}, \quad x \geq 0, \quad (15)$$

$$\xi = \frac{1 - \Lambda^2 \tau}{\Lambda^2 - 1}, \quad \operatorname{erfc}(s) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^s \exp(-z^2) dz.$$

Из (15) видно, что в зоне химической реакции ($x \geq 0$) Θ_w не зависит от координаты x . Это очень важный результат, который является следствием диффузионного режима химической реакции. Температура в зоне химической реакции (обозначим ее Θ_{wd}) зависит от механизма окисления и определяется такими процессами, которые могут обеспечить существование диффузионного режима. Она может быть равной, например, температуре плавления материала или его окисла.

На рис. 1 сплошными линиями изображены зависимости температуры и концентрации окислителя на поверхности горючего материала от координаты x , построенные по соотношениям (14), (15) и (12) при $y = 0$. Эти зависимости по форме похожи на профили температуры и концентрации в волне горения газов [6]. Однако если в одномерной волне постоянное значение температуры отвечает продуктам горения, то в рассматриваемом случае оно соответствует диффузионному режиму химической реакции.

Если температура в зоне химической реакции при диффузионном режиме T_{wd} известна, то из (15) можно получить выражение для скорости волны горения

$$V_f = \frac{\lambda \rho c_f B^2 U}{\lambda_f \rho_f c (1 - \lambda \rho c_f B^2 / \lambda_f \rho_f c)}, \quad (16)$$

где $B = \frac{QC_\infty Le^{1/2} / \kappa - c(T_{wd} - T_\infty)}{c_f (T_{wd} - T_\infty)}$ — параметр тепло- и массопереноса. Из (16) видно, что V_f увеличивается по мере роста U и безразмерного комплекса $\lambda \rho c_f B^2 / \lambda_f \rho_f c$, который пропорционален отношению тепловых активностей окислительной среды и горючего материала, а также квадрату параметра B .

В заключение обсуждения процесса распространения волны горения при диффузионном режиме химической реакции отметим два обстоятельства.

1. Температура в зоне реакции ($x \geq 0$) при диффузионном режиме ограничена по величине, как это вытекает из (15) и (16):

$$\frac{QC_\infty Le^{1/2}}{\kappa c} + T_\infty > T_{wd} > \frac{QC_\infty Le^{1/2}}{\kappa c \left\{ 1 + \left[\frac{(\lambda \rho c)_f}{\lambda \rho c} \right]^{1/2} \right\}} + T_\infty. \quad (17)$$

Верхний предел T_{wd} определяется запасом энергии системы и отвечает нулевому значению V_f . Нижний предел T_{wd} связан с вырождением волны горения, когда значение T_{wd} достаточно мало [6, 9] и формально отвечает бесконечно большой скорости волны горения. В последнем случае в реакции участвует вся поверхность горючего материала и стационарная волна горения существовать не может.

2. Выражение для V_f при диффузионном режиме газофазной реакции, полученное в [10], можно записать через параметр B в таком же виде, что и для гетерогенной реакции (16). Отсюда вытекает, что при диффузионном режиме химической реакции скорость волны горения не зависит от типа реакции и определяется параметром тепло- и массопереноса, скоростью потока и теплофизическими свойствами окислителя и горючего материала.

**Распространение волны горения в случае
аррениусовской зависимости
для скорости химической реакции**

Рассмотрим случай, когда скорость химической реакции на поверхности горючего материала задается соотношением

$$M = KC_w^{\nu} \exp\left(-\frac{\theta_E}{\Theta_w}\right),$$

которое в безразмерной форме записывается следующим образом:

$$m = \frac{M}{\rho V} = \frac{KC_w^{\nu}}{\rho V} \exp\left(-\frac{\theta_E}{\Theta_w}\right), \quad (18)$$

где K — предэкспоненциальный множитель; ν — показатель степени; $\theta_E = E/RT_{\infty}$; E — энергия активации; R — газовая постоянная; $C_w = C(x, 0)$ — концентрация окислителя на поверхности горючего материала.

Задача о расчете структуры и скорости волны горения сводится к совместному решению интегральных уравнений (8)–(10), в которых скорость выгорания $m(x)$ определяется выражением (18). Анализ этих соотношений показывает, что когда энергия активации химической реакции достаточно велика ($\theta_E \gg \Theta_w$), в волне горения вдоль оси x можно выделить три зоны, отличающиеся между собой ролью, которую в них играет химическая кинетика.

В зоне *I* (см. рис. 1) происходит прогрев компонентов за счет теплопроводности в направлении распространения волны горения, в результате чего температура поверхности горючего материала повышается от нуля до величины, близкой к температуре диффузионного режима химической реакции, соответствующей выражению (15). В этой зоне влиянием химической кинетики можно пренебречь, как это обычно делается в одномерной волне горения [6]. В сравнительно узкой зоне *II* химическая кинетика определяет скорость выгорания материала.

В зоне *III*, которая простирается в область $x \rightarrow \infty$, скорость выгорания вещества контролирует диффузия окислителя к поверхности горючего материала, а химическая реакция подстраивается под диффузию. При этом зависимость $m(x)$ описывается выражением (13), согласно которому скорость выгорания падает с ростом x , стремясь к нулю при $x \rightarrow \infty$.

В силу того, что скорость химической реакции в зоне подогрева (*I*) пренебрежимо мала, а в зоне диффузионного режима падает, можно утверждать, что функция $m(x)$ имеет максимум в зоне *II*. Все эти свойства волны горения будут положены в основу дальнейшего рассмотрения.

Для расчета скорости волны горения воспользуемся связью между количествами прореагировавшего горючего и окислителя, подводимого в зону реакции диффузией и конвекцией:

$$\int_{-\infty}^{x_0} m dx = \int_{-\infty}^{x_0} \frac{Le}{\kappa} \left. \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right) \right|_{y=0} dx. \quad (19)$$

В (19) в качестве x_0 фигурирует, вообще говоря, любая координата x (конкретное значение x_0 будет указано ниже). Величина V_f содержится в (19) в неявном виде, и весь последующий анализ направлен на определение ее зависимости от параметров рассматриваемой макронеоднородной системы и скорости потока. Интегралы в (19) можно вычислить приближенно, используя аппроксимацию реальных профилей концентрации и температуры (см. штриховые линии на рис. 1), распределением этих величин для диффузионного режима реакции, согласно соотношениям (12), (14), (15). Точность предлагаемого приближения практи-

чески такая же, что и метода, упомянутого в [6, с. 220], когда поля концентрации и температуры в зоне химической реакции экстраполируются распределением этих величин в «михельсоновском слое». Эта точность обеспечивается тем обстоятельством, что асимптотическое поведение полей концентрации окислителя и температуры для диффузионного режима такое же, как и в случае, когда скорость химической реакции задается выражением (18) (см. рис. 1).

Распределение концентрации окислителя на поверхности горючего материала при $y = 0$, согласно (12), имеет вид

$$C_w = \begin{cases} C_\infty \operatorname{erf} \left(\left[-\frac{x}{Le} \right]^{1/2} \right), & x < 0, \\ 0, & x \geq 0. \end{cases} \quad (20)$$

Для описания зависимости $\Theta_w(x)$ вместо громоздкого соотношения (14) используем приближенное, которое при $x \rightarrow -0$ совпадает с (14) с точностью до малых второго порядка, при $x \rightarrow -\infty$ имеет ту же асимптотику, что и (14), правильно описывает предельные случаи, соответствующие $\Lambda \rightarrow 0$ и $\Lambda \rightarrow \infty$, и, кроме того, имеет смысл при любых значениях параметра τ :

$$\Theta_w \approx \frac{qC_\infty Le^{1/2}}{\kappa(1 + \Lambda\tau^{1/2})} \operatorname{erfc} \left(\frac{(1 + \Lambda\tau^{1/2})(-x)^{1/2}}{1 + \Lambda} \right). \quad (21)$$

Для отыскания максимума скорости химической реакции вычислим производную dm/dx , используя для этой цели выражение (18):

$$\frac{dm}{dx} = \frac{KC_w^v}{\rho V} \exp \left(-\frac{\theta_E}{\Theta_w} \right) \left(\frac{v}{C_w} \frac{dC_w}{d\Theta_w} + \frac{\theta_E}{\Theta_w^2} \right) \frac{d\Theta_w}{dx}. \quad (22)$$

$dm/dx = 0$ в точках, где $d\Theta_w/dx = 0$, что имеет место при $|x| \rightarrow \infty$, а также в точке $x = x_*$, где выполнено равенство

$$\frac{v}{C_w} \frac{dC_w}{d\Theta_w} + \frac{\theta_E}{\Theta_w^2} = 0, \quad (23)$$

соответствующее максимуму функции $m(x)$. Величины, относящиеся к этой точке, пометим звездочкой.

Из анализа соотношений (20)–(23) при $qC_w Le^{1/2}/\kappa\theta_E \ll 1$ вытекает, что в точке $x = x_*$

$$\Theta_{w*} \approx \frac{qC_\infty Le^{1/2}}{\kappa(1 + \Lambda\tau^{1/2})} \left(1 - \frac{vqC_\infty Le^{1/2}}{\theta_E\kappa(1 + \Lambda\tau^{1/2})} \right). \quad (24)$$

Значение координаты максимума скорости химической реакции x_* можно приближенно рассчитать из (21) и (24). При условии $qC_\infty Le^{1/2}/\kappa\theta_E \ll 1$ имеем

$$x_* \approx -\frac{\pi Le}{4} \left[\frac{vqC_\infty(1 + \Lambda)}{\theta_E\kappa(1 + \Lambda\tau^{1/2})} \right]^2. \quad (25)$$

Концентрация окислителя на поверхности горючего материала в точке $x = x_*$ определяется из (20) и (25):

$$C_* \approx C_\infty \operatorname{erf} \left(\frac{\pi^{1/2} vqC_\infty(1 + \Lambda)}{2\theta_E\kappa(1 + \Lambda\tau^{1/2})} \right). \quad (26)$$

Величина m_* находится из выражения (18) при подстановке значений Θ_{w*} из (24) и C_* из (26).

Построим приближенную зависимость $m(x)$, которая потребуется для вычисления интеграла в левой части (19). В области $x < 0$ для этой цели служат соотношения (18), (20) и (24), а в области $x > 0$ — (13). Но эти соотношения, строго говоря, верны асимптотически и не точны

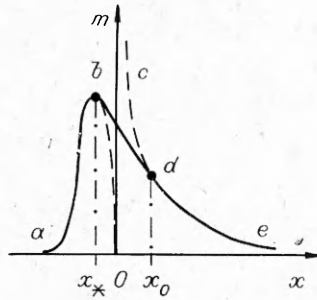


Рис. 2. Аппроксимация зависимости скорости химической реакции от координаты x (кривая $abde$). abo — расчет по (18), (20) и (21); cde — по (13).

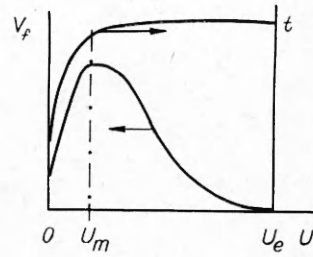


Рис. 3. Зависимость V_f и t от U .

при $x \rightarrow 0$, поэтому необходима их сшивка. Чтобы устранить особенность в точке $x = 0$, аппроксимируем зависимость $m(x)$ в окрестности $x = 0$ отрезком касательной bd к графикам функций (13) и (18) (рис. 2). Так как зависимость, задаваемая (18), (20), (21), имеет резкий максимум, то точка касания b практически совпадает с максимумом зависимости $m(x)$ и ее координата приближенно определяется из (25). Координата другой точки касания d (см. рис. 2) находится из уравнения касательной к кривой (13), проведенной из точки с координатами (x_*, m_*) :

$$m_* = \frac{C_\infty (3x_0 + x_*)}{2\kappa} \left(\frac{Le}{\pi x_0^3} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Аппроксимация скорости выгорания $m(x)$, полученная таким способом, изображена на рис. 2 (кривая $abde$). Она удовлетворяет асимптотике уравнений (1)–(3) и проходит через максимум функции $m(x)$. Очевидно, это достаточно хорошая аппроксимация, позволяющая вычислить интеграл в левой части (19) с удовлетворительной для качественного анализа точностью. Для этого в интервале $(-\infty, x_*)$ используем метод Лапласа [11], а в интервале (x_*, x_0) — упомянутую выше линейную аппроксимацию. Интеграл в правой части (19) вычислим в «диффузионном» приближении, используя зависимость (13). Вследствие того, что (19) при $x > x_0$ превращается в тождество, в качестве верхнего предела интегрирования в (19) выбираем точку x_0 , определяемую из (27). В результате таких вычислений получаем из (19) приближенную формулу

$$m_* \approx \frac{3\theta_E \kappa (1 + \Lambda \tau^{1/2})^2}{\pi (2 + \nu \sqrt{2}) (1 + \Lambda) q}. \quad (28)$$

Но, с другой стороны, как указывалось выше,

$$m_* = \frac{\kappa C_*^\nu}{\rho V} \exp\left(-\frac{\theta_E}{\Theta_{w*}}\right), \quad (29)$$

где величина C_* находится из (26), а Θ_{w*} — из (24).

Таким образом, получена система уравнений (24)–(26) и (28), (29), служащая для приближенного расчета скорости волны горения V_f , концентрации окислителя C_* и температуры Θ_{w*} в точке максимума скорости химической реакции, а также координаты этого максимума x_* .

После несложных преобразований упомянутая система уравнений приобретает вид

$$\frac{V_f}{U} = \delta \gamma t^2 \operatorname{erf}^{\nu} \left(\frac{\gamma^{1/2} \nu \bar{V} (1 + \Lambda) t^2}{2 Le^{1/2}} \right) \exp\left(-\frac{1}{\gamma t}\right) - 1, \quad (30)$$

$$\frac{V_f}{U} = \frac{\varepsilon^2 (1 - t)^2}{t^2 - \varepsilon^2 (1 - t)^2}, \quad (31)$$

$$C_* = C_\infty \operatorname{erf} \left(\frac{\pi^{1/2} \nu \gamma (1 + \Lambda) t^2}{2 \operatorname{Le}^{1/2}} \right), \quad (32)$$

$$\Theta_{w*} = \frac{q C_\infty \operatorname{Le}^{1/2} t (1 - \nu \gamma t)}{\kappa}, \quad (33)$$

$$x_* = -\frac{\pi}{4} [\nu \gamma (1 + \Lambda)]^2 t^4. \quad (34)$$

Здесь

$$t = (1 + \Lambda \tau^{1/2})^{-1}; \quad \varepsilon = \left[\frac{\lambda \rho c}{(\lambda \rho c)_f} \right]^{1/2}; \quad (35)$$

$$\delta = \frac{(2 + \nu \sqrt{2}) (1 + \Lambda) K C_\infty^{\nu-1}}{\rho U \operatorname{Le}^{1/2} \nu}; \quad \gamma = q C_\infty \operatorname{Le}^{1/2} / \kappa \theta_E.$$

Величина t , содержащаяся в (30), (31) как искомый параметр, представляет собой нормированную температуру диффузионного режима химической реакции в волне горения, распространяющейся с безразмерной скоростью t . Для расчета t служат уравнения (30), (31), из которых находится также и V_f . Остальные величины (C_* , Θ_{w*} , x_*) рассчитываются по (32)–(34).

Вследствие того, что зависимости (30) и (31) монотонные в интервале $0 \leq t \leq 1$, причем (30) — возрастающая, а (31) — убывающая и всегда положительная, система (30), (31) имеет решение (и оно единственное) в том случае, когда правая часть (30) при $t = 1$ положительная, что выполняется при условии

$$\delta \gamma \operatorname{erf}^\nu \left(\frac{\pi^{1/2} \nu \gamma (1 + \Lambda)}{2 \operatorname{Le}^{1/2}} \right) \exp \left(-\frac{1}{\gamma} \right) \geq 1, \quad (36)$$

которое можно записать в другом виде:

$$U \leq U_e, \quad (37)$$

$$U_e = \frac{(2 + \nu \sqrt{2}) (\lambda + \lambda_f) R Q K C_\infty^\nu}{\kappa E \lambda \rho c \varepsilon^\nu} \operatorname{erf}^\nu (\pi^{1/2} (\lambda + \lambda_f) R Q C_\infty) \exp \left(-\frac{E \kappa}{C_\infty Q R \operatorname{Le}^{1/2}} \right). \quad (38)$$

Неравенство (37) означает, что волна горения может распространяться, если скорость встречного потока окислителя U меньше предельного значения U_e (38).

Зависимости нормированной температуры t и скорости волны горения V_f от скорости потока окислителя U , которые получаются в результате решения системы уравнений (30), (31), изображены на рис. 3. Характер этих зависимостей становится понятным, если рассмотреть отношение потоков тепла в горючий материал и окислительную среду из зоны химической реакции Ω . Как вытекает из (9), (10) и (13),

$$\Omega \approx -\frac{\Lambda \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y} \right)_-}{\left(\frac{\partial \Theta}{\partial y} \right)_+} = \Lambda \tau^{1/2}. \quad (39)$$

Величину $\Lambda \tau^{1/2}$ выразим из (15)

$$\Lambda \tau^{1/2} = (1 - t)/t. \quad (40)$$

Когда скорость потока мала ($U \ll U_e$), интенсивность подвода окислителя в зону химической реакции сравнительно невелика, вследствие чего выделяющегося в этой реакции тепла не хватает для поддержания в волне горения высокой температуры, поэтому $t \ll 1$ и, как следует из (39), (40), $\Lambda \tau^{1/2} \gg 1$ и $\Omega \gg 1$. Иными словами, в этом случае горючий материал забирает из зоны химической реакции почти все тепло. Тем

не менее недостаточный подвод окислителя дает о себе знать, и при $U \ll U_e$ скорость волны горения мала.

Увеличение U интенсифицирует тепловыделение в зоне химической реакции, что приводит к росту t (см. рис. 3). Скорость волны горения тоже сначала растет по мере увеличения U , достигает максимального значения при $U = U_m$, затем начинает падать и при $U = U_e$ $V_f = 0$. Причина такого падения V_f связана с тем обстоятельством, что с ростом U увеличивается теплосъем с поверхности горючего материала. В результате этого окислительная среда отбирает все большую долю тепла химической реакции, «обделяя» им горючий материал, что приводит к уменьшению V_f и, в конце концов, к прекращению распространения волны. Это означает, что в интервале скоростей потока (U_m, U_e) должно выполняться условие $\Omega \ll 1$. Для доказательства такого утверждения достаточно показать, что $\Omega \ll 1$ справедливо при распространении волны горения с максимальной скоростью V_{jm} . Из соотношений (30), (31) находим

$$U_m \approx e^{-2} U_e, \quad (41)$$

$$V_{jm} \approx \left(\frac{2\varepsilon\gamma}{\varepsilon}\right)^2 U_e \approx \left(\frac{2QC_\infty R}{\lambda c E c}\right)^2 \frac{Le \lambda \rho c U_e}{(\lambda \rho c)_f}, \quad (42)$$

где U_e определяется из (28).

Вычислив τ_m при $V_f = V_{jm}$ и $U = U_m$, получим

$$\Lambda \tau_m^{1/2} \approx 2\gamma. \quad (43)$$

В силу сделанных предположений $\gamma \ll 1$, поэтому $\Lambda \tau_m^{1/2} \ll 1$ и $\Omega \ll 1$, как это следует из (39).

Если окислительная среда газообразная (именно этим случаем ограничивается дальнейшее рассмотрение), то $\Lambda \gg 1$ и $\varepsilon \ll 1$, в силу чего $V_{jm} \ll U_m$, что видно из (41), (42). При этом $\tau < 1$, а при таком условии, как показано в [12], в зоне I (см. рис. 1) горючий материал нагревает окислительную среду.

Интересно отметить, что в интервале U_m, U_e нормированная температура t изменяется в узком диапазоне $\left(\frac{1}{1+2\gamma}, 1\right)$, при этом абсолютная температура в зоне химической реакции, согласно (33), приблизительно равна своему наибольшему значению $T_{wd} \approx \frac{QC_\infty Le^{1/2}}{\lambda c} + T_\infty$.

В другом предельном случае, когда $U \rightarrow 0$, $t \rightarrow \varepsilon/(1+\varepsilon) \ll 1$. Поэтому при $U \ll U_e$ температура в зоне химической реакции, как это следует из (33), незначительно отличается от температуры окружающей среды T_∞ , что по аналогии с одномерной волной [9] может приводить к ее вырождению. Чтобы проанализировать зависимость V_f от остальных параметров задачи, достаточно сделать это для величин V_{jm} и U_e , так как они однозначно определяют кривую $V_f(U)$ (см. рис. 3).

Таким образом, в работе при ряде упрощающих предположений решена система уравнений, описывающая распространение стационарной волны горения по поверхности термически толстого слоя горючего материала при гетерогенной реакции. Получены аналитические зависимости скорости волны горения, распространяющейся навстречу потоку окислителя, от скорости потока и других параметров задачи. Эти зависимости находятся в качественном соответствии с имеющимися экспериментальными данными [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов Б. А. Безопасность применения материалов в контакте с кислородом. — М.: Химия, 1984.
2. Feng C. C., Sirignano W. A. Comb. Flame, 1977, 29, 247.
3. Рыбанин С. С., Соболев С. Л. Распространение волны горения при гетерогенной реакции. — Препринт. — Черногоровка: ИХФ АН СССР, 1981.
4. Рыбанин С. С., Соболев С. Л. Хим. физика, 1986, 5, 5, 680.

5. Рыбанин С. С., Соболев С. Л. Докл. АН СССР, 1985, 285, 6, 1409.
6. Зельдович Я. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва.— М.: Наука, 1980.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1974.
8. Нобл Б. Метод Винера — Хопфа.— М.: ИЛ, 1962.
9. Алдушин А. П. и др. Докл. АН СССР, 1978, 243, 6, 1434.
10. De Ris J. N. 12-th Symp. (Intern.) Combustion, Pittsburgh, Combust. Inst., 1969.
11. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного.— М.: Физматгиз, 1958.
12. Wichman S., Williams F. A. Combust. Sci. Technol., 1983, 32, 91.

*Поступила в редакцию 1/VIII 1986,
после доработки — 22/IX 1987*

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГОРЕНИЕ БЕЗМЕТАЛЛЬНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СОСТАВОВ

*Л. К. Гусаченко
(Новосибирск)*

1. Ввиду чрезвычайного многообразия гетерогенных конденсированных систем (ГКС) и условий их сжигания правдоподобно описать горение ГКС может лишь система моделей. Если в стационарном горении известно несколько элементов этой системы, то в нестационарном горении, где многообразие условий сжигания еще больше (и, значит, требуется более обширная система), в различных вариантах практически применяется лишь модель, предполагающая $d \ll \kappa/u$ (d — размер частиц; κ — температуропроводность κ -фазы; u — скорость горения ГКС) и учитывающая в одномерной постановке обычно только инерционность прогретого слоя. В то же время ясно, что при $d \geq \kappa/u$, когда сравнимы время d/u выгорания одной частицы и время κ/u^2 тепловой релаксации прогретого слоя ГКС, горение состава может быть локально нестационарным [1, 2]. Природа вызванных гетерогенностью возмущений может быть различной.

Если продукты газификации одного из компонентов (дисперсного наполнителя или связки), отходя со скоростью v от поверхности, обтекают возвышающиеся на $\sim d$ над ней выступы другого, более труднолетучего компонента, то при $Re = \rho v d / \mu \sim 10$ могут возникнуть пульсации за счет срыва кармановских вихрей с частотой $\sim v/d$. Если связка горит самостоятельно и быстрее наполнителя, роль последнего для широкого класса ГКС сводится к теплоотводу из зоны горения связки [3]. С уменьшением толщины h прослойки связки между зёрнами наполнителя (с ростом его объемной доли ζ в ГКС или с уменьшением d) горение связки замедляется и при достижении критической толщины h^* прекращается (за счет погасания газового пламени, как показано в опытах [4] на баллистических образцах). Согласно [5], во многих случаях гомогенные образцы баллититов с толщиной, близкой к критической, горят в пульсирующем режиме. Такого же поведения можно ожидать и от прослоек быстрогорящей связки в ГКС.

Наконец, при $h \gg h^*$, когда большая часть поверхностей связки и наполнителя горит независимо друг от друга, возмущающая роль гетерогенности сводится к изменению состава газовой смеси около наблюдаемой частицы по мере ее выгорания. В дальнейшем обсуждается только этот эффект.

2. Проще всего можно представить себе такое явление при высокой скорости изменения (монотонного или колебательного) внешних условий, например давления. Если характерное время изменения давления $t_p \ll d/u_m$ ($u_m = \max(u_n, u_c)$, u_n, u_c — соответственно линейные скорости горения наполнителя и связки), то можно пренебречь изменением структуры поверхности ГКС за время t_p . Согласно [6], при этом образец ГКС сечения S горит как два независимо горящих образца (из сплошного