УДК 536.46

ОСОБЕННОСТИ ЗАЖИГАНИЯ И НЕУСТОЙЧИВЫЕ РЕЖИМЫ БЕЗГАЗОВОГО ГОРЕНИЯ ОБРАЗЦА В ФОРМЕ ДИСКА

В. Г. Прокофьев¹, В. К. Смоляков^{1,2}

¹Томский государственный университет, 630050 Томск

²Отдел структурной макрокинетики ТНЦ СО РАН, 634021 Томск, pvg@ftf.tsu.ru

В рамках модели твердопламенного горения диска выполнено численное исследование влияния условий зажигания и параметров фазового перехода — плавление инертного компонента — на неустойчивые режимы горения. Показано, что форма нагретой области, инициирующей горение диска, определяет количество и траектории движения очагов самораспространяющейся зоны горения. Влияние фазового перехода на характер горения проявляется тем сильнее, чем ближе температура фазового перехода к температуре горения. В этом случае фронт горения приобретает форму кольца.

Ключевые слова: безгазовое горение, неустойчивый режим горения, фазовый переход.

DOI 10.15372/FGV20170106

Одним из ярких проявлений неустойчивого распространения волн твердопламенного горения являются спиновые режимы, наблюдаемые в образцах цилиндрической формы, сформированных из смеси твердых компонентов [1, 2]. В плоских образцах в форме диска реализуются неустойчивые режимы горения с различными траекториями движения очагов, в том числе спиралевидной [3, 4]. В [5] проведено численное моделирование твердопламенного горения образца в форме диска и введена классификация режимов горения в зависимости от параметра устойчивости распространения плоского фронта $\alpha_{st} = 9.1 \text{Td} - 2.5 \text{Ar} [6],$ где Td, Ar — параметры Тодеса и Аррениуса. Для выхода на очаговый режим горения в [5] предложено «асимметричное искривление поджигающей таблетки», но не указано, как именно задавалась эта асимметрия. Отметим, что в экспериментальной практике очаговые режимы горения диска наблюдались только в безгазовых системах с фазовыми превращениями и появлением расплавов [3, 4].

В настоящей работе горение диска изучалось в рамках двумерной модели твердопламенного горения с учетом плавления инертного компонента смеси. Зажигание осуществлялось горячей областью в центре диска, соответствующей поджигающей таблетке в эксперименте. Критические условия зажигания не рассматривались. В [7] решена похожая задача о переходе горения при ступенчато меняющемся диаметре цилиндрического образца и найдены критические условия распространения волны горения в зависимости от соотношения диаметров малого и большого цилиндров.

Математическая модель твердопламенного горения для исследования двумерных нестационарных волн горения с учетом плавления инертного компонента для образца в форме диска имеет следующий вид:

$$1 + \mathrm{Ph}\delta(\theta - \theta_l) \left[\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\mathrm{Td}} \frac{d\eta}{d\tau}, \quad (1)$$
$$\frac{d\eta}{d\tau} = \mathrm{Td}(1 - \eta) \exp \frac{\theta}{1 + \mathrm{Ar}\theta} \qquad (2)$$

$$(0 \leqslant \xi \leqslant R_0, \quad -\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi),$$

краевые условия:

 $\tau = 0: \ \theta(\xi, \varphi, 0) = \theta_0, \eta(\xi, \varphi, 0) = 0(M(\xi, \varphi) \notin S),$ $\eta(\xi, \varphi, 0) = 1(M(\xi, \varphi) \in S),$ $0 < \tau < \tau_{ign}: \ \theta(M, \tau) = \theta_{ign}(M(\xi, \varphi) \in S),$ $\xi = R_0: \ \frac{\partial \theta(R_0, \varphi, \tau)}{\partial \xi} = 0.$ (3)

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание № 10.1329.2014/K).

[©] Прокофьев В. Г., Смоляков В. К., 2017.

Безразмерные параметры и переменные:

$$\begin{aligned} \mathrm{Td} &= \frac{cRT_*^2}{QE}, \ \theta = \frac{(T-T_*)E}{RT_*^2}, \ \theta_l = \frac{(T_l-T_*)E}{RT_*^2}, \\ \theta_0 &= \frac{(T_0-T_*)E}{RT_*^2}, \ \mathrm{Ar} = \frac{RT_*}{E}, \\ \xi &= \frac{r}{x_*}, x_* = \sqrt{\frac{\lambda t_*}{c\rho}}, \ t_* = \frac{cRT_*^2}{QEK(T_*)}, \ \tau = \frac{t}{t_*}, \\ \tau_{ign} &= \frac{t_{ign}}{t_*}, \ R_0 = \frac{R_S}{x_*}, \ \mathrm{Ph} = \frac{Q_l}{Q\mathrm{Td}}. \end{aligned}$$

Здесь T — температура; $T_* = T_0 +$ $(Q-Q_l)/c$ — адиабатическая температура горения с учетом затрат тепла на плавление инертного компонента; T_0 — начальная температура образца; T_l — температура плавления; с — удельная теплоемкость; Q — тепловой эффект реакции; Q_l — теплота плавления в расчете на единицу массы инертного компонента; ρ — плотность; t — время; r, φ — радиальная и угловая координаты соответственно; T_{ign}, t_{ign} — температура и время действия теплового импульса; S — область действия теплового импульса; K(T) — константа скорости реакции; *E* — энергия активации; *R_S* — радиус диска; $\delta(\theta - \theta_l)$ — дельта-функция; Ph — относительная теплота плавления; θ_l — безразмерная температура плавления. Влияние фазового перехода на процесс теплопередачи учитывается введением функции эффективной теплоемкости $c(\theta) = 1 + \text{Ph}\delta(\theta - \theta_l)$. Такой метод использовался для описания влияния плавления инертного компонента на распространение плоской волны горения [8]. Для уменьшения числа второстепенных параметров будем полагать равенство теплофизических характеристик всех компонентов системы.

Задача (1)–(3) решалась конечноразностным методом по неявной схеме с постоянным шагом по координатам и времени. По радиальной координате применялась стандартная прогонка, по угловой — циклическая. Базовые значения шагов разностной сетки по осевой, радиальной координатам и времени фиксировались равными h = 0.25, $\Delta \tau = 0.5$, по углу — $\Delta \varphi = 0.001\pi$. При численном решении уравнения (1) применялось сглаживание дельта-функции:

$$\delta(\theta) \approx \Phi(\theta) = \frac{\varphi(\theta) \mathrm{erf}^{-1}(\sqrt{2})}{\Delta \theta \sqrt{2\pi}} \exp \frac{(\theta_l - \theta)^2}{2\Delta \theta^2},$$

$$\varphi(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta > \theta_l + \Delta \theta, \\ 1, & \theta_l - \Delta \theta < \theta < \theta_l + \Delta \theta, \\ 0, & \theta < \theta_l - \Delta \theta. \end{cases}$$

Для функции $\Phi(\theta)$ выполняется условие норми- $\theta + \Delta \theta$

ровки $\int\limits_{\theta-\Delta\theta} \Phi(\theta)d\theta = 1$, которое не зависит от

интервала сглаживания $\Delta \theta$.

Следует заметить, что бесконечно тонких плоских образцов не существует. С целью обоснования двумерной идеализации задачи выполнены расчеты по зажиганию и безгазовому горению диска конечной толщины в трехмерной постановке с адиабатическими граничными условиями по осевой координате $z: \frac{\partial \theta(\xi, \varphi, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \frac{\partial \theta(\xi, \varphi, h, \tau)}{\partial z} = 0.$ Толщина диска в выбранных масштабах равна h = 20, что намного меньше радиуса диска R_0 . Область S представляла собой кольцевой сектор $(50 < \xi < 150, |\varphi| < \pi/3)$ на грани z = 0. В трехмерном случае часть диска, имеющая проекцию на область S, в течение интервала времени $\tau < \tau_{iqn}$ поддерживалась при температуре θ_{ian} . На рис. 1 в трехмерном случае представлено поле температуры в момент времени, когда действие теплового импульса ($\tau_{ian} =$ 4500) уже закончилось. Границы области горения с наличием двух очагов и распределения температуры с точностью до 2 % совпадают с решением аналогичной задачи (1)–(3). Однако имеет место отставание по времени развития зоны горения в двумерном случае на $\Delta \tau = 764$,



Рис. 1. Температурное поле диска: $\tau = 4\,836, R_0 = 600, \theta_0 = -8, \text{Ar} = 0.11, \theta_{ign} = 0,$ $\tau_{ign} = 4\,500, \text{Ph} = 0$

возможно, связанное с более длительной стадией прогрева.

Условия зажигания (геометрия и температура области S и длительность теплового импульса τ_{ian}) определяют продолжительность выхода на режим и вид режима горения. Длительность теплового импульса au_{iqn} и температура θ_{ian} в области S должны обеспечивать выход на самораспространяющийся режим горения диска. При конфигурации области S в виде идеального круга с однородным распределением температуры в нем область горения представляет собой расширяющийся по времени круг. Для обеспечения несимметричного распространения фронта с образованием движущихся по определенным траекториям очагов область S брали в форме квадрата (рис. 2), полукруга (рис. 3) и неравномерно нагретого круга (рис. 4), при этом параметр устойчивости α_{st} полагался фиксированным. Выполненные расчеты показали влияние условий зажигания (геометрии и размера области S) на режимы неустойчивого горения диска.

Возмущения температуры в виде очагов горения зарождаются в окрестности угловых точек области *S*. Из каждой такой точки формируется пара очагов, движущихся в про-



Рис. 2. Многоочаговый режим горения:

поджигающая область S — квадрат 150 × 150: $\theta_{ign} = 1, \tau_{ign} = 5\,000; R_0 = 600, \theta_0 = -9, Ar = 0.08, Ph = 0; \tau = 926$ (a), 3 691 (b), 5 097 (c), 5 470 (c) тивоположные стороны до встречи с очагом, движущимся от соседней вершины квадрата (рис. 2, a). Сливаясь, очаги образуют кольцевой фронт вокруг области S (рис. 2, δ). Кольцевой фронт горения расширяется до момента образования восьми новых очагов горения (рис. $2, \epsilon$), каждый из которых образует следующую новую пару очагов, движущихся в противоположных направлениях по окружности одного радиуса. В этот момент времени действие теплового импульса заканчивается и температура в области S начинает падать. Дальнейшее слияние очагов приводит к образованию следующего кольцевого фронта с более сложной структурой (рис. 2, z). В момент времени $\tau = 5\,470$ общее количество очагов достигает 16, они располагаются на двух концентрических окружностях. На заключительной стадии горения температура во фронте выравнивается, и все точки фронта движутся преимущественно в радиальном направлении к границе диска. В течение всего времени горения диска температурное поле симметрично относительно средних линий и диагоналей квадрата (области S), а движение очагов носит упорядоченный характер.

Заметим, что в экспериментальной практике, когда инициирование осуществляется от спирали или поджигающей смеси, добиться идеальной симметрии невозможно. Тем не менее, какой бы несимметричной ни была геометрия инициирующей области (таблетки), область горения стремится к форме круга с движущимися по его границе высокотемпературными очагами. Движение очагов происходит только в области неустойчивости распространения фронта горения, в стационарной области круг с течением времени становится идеальным. Отход от симметричного движения очагов (хаотизация) начинается при значительно больших размерах диска, в несколько раз превышающих радиус диска, принятый в работе.

Развитие зоны горения в области S в виде полукруга (рис. 3) значительно отличается от вышеописанного режима на рис. 2. В окрестности угловых точек области S зарождаются одиночные очаги, которые затем движутся вдоль прямолинейного участка границы области S до слияния в один очаг с максимальной температурой $\theta_{\text{max}} = 3.7$. Далее в этой зоне образуются следующие два очага, движущиеся в разные стороны по траектории большего радиуса вдоль круглой части границы области S. В процессе движения максимальная темпера-



Рис. 3. Температурное поле диска с инициирующей горение областью S в виде полукруга радиусом $|r| < 160 \ (-\pi < \phi < 0)$: $\theta_{ign} = 1, \ \tau_{ign} = 5000; \ R_0 = 600, \ \theta_0 = -9, \ Ar = 0.08, \ Ph = 0; \ \tau = 4304 \ (a), 5580 \ (b)$

тура растет от $\theta_{\rm max} = 2.9$ в момент времени $\tau\,=\,4\,685$ до $\theta_{\rm max}\,=\,3.7$ в момент $\tau\,=\,5580$ и в несколько раз увеличивается площадь очагов, определяемая по точкам с температурой $\theta > \theta_{ian}$. Следующая пара очагов, движущихся по траектории большего радиуса, также зарождается на оси симметрии (рис. 3, 6). Тем самым происходит скругление фронта горения напротив плоской границы области S. В течение всего времени горения диска температурное поле симметрично относительно оси симметрии полукруга. Инициирование горения высокотемпературной областью S в виде неоднородно нагретого круга и режим горения диска представлены на рис. 4. Особенность этого режима проявляется в возникновении двух разнонаправленных очагов, движущихся по траекториям, отличающимся радиусом (рис. 4, б). Отметим, что все описанные режимы обладают следующим свойством: независимо от вида области S зона горения с течением времени стремится к форме круга, имеющего максимальную площадь среди всех фигур с фиксированной длиной границы. Наиболее сильные возмущения температурного поля возникают в угловых точках границы области S, что приводит к возникновению и развитию очагов в окрестности этих точек.

Влияние фазового перехода на горение проявляется через теплоту Ph и температуру θ_l плавления инертного компонента смеси, которые в дальнейшем рассматриваются только как параметры задачи. Потери тепла на плавление, определяемые параметром Ph, компенсировались соответствующим изменением теплового эффекта реакции за счет изменения параметра Togeca Td = (Ph - θ_0)⁻¹, что позволя-



Рис. 4. Температурное поле диска с инициирующей горение областью S в виде неоднородно нагретого круга радиусом |r| < 200: $\theta_{ign} = \theta_0(\pi - |\varphi|)/2\pi + 1$, $\tau_{ign} = 5\,000$, $R_0 = 600$, $\theta_0 = -9$, Ar = 0.08, Ph = 0; $\tau = 1\,468$ (a), 6537 (б)

ло считать постоянной адиабатическую температуру горения при различных значениях теплоты плавления.

Высокотемпературный фазовый переход $-1 < \theta_l < 0$, когда температура плавления близка к адиабатической температуре горения безгазовой смеси, как и для одномерного случая [8], приводит к полной стабилизации волны горения (рис. 5). Возможное развитие очагов с температурой, превышающей температуру горения, демпфируется фазовым переходом. Зона горения приобретает форму идеального круга (форма области S — полукруг) с температурой во фронте $\theta_f \approx \theta_l$. При более низких температурах плавления появляются очаги, количество которых определяется конфигурацией области S. Траектории движения очагов отличаются от аналогичного варианта с Ph = 0. Так, при инициировании процесса областью S



Рис. 5. Стабилизация волны горения: поджигающая область S — полукруг (|r| < 160, $\pi < \varphi < 0$): $\theta_{ign} = 1$, $\tau_{ign} = 4500$; $R_0 = 600$, $\theta_0 = -9$, Ar = 0.08, Ph = 0.4, $\theta_l = -0.5$, $\tau = 4157$



Рис. 6. Влияние фазового перехода на многоочаговый режим горения:

поджигающая область S — квадрат 150 × 150: $\theta_{ign} = 1, \tau_{ign} = 5000; R_0 = 600, \theta_0 = -9, Ar = 0.08, Ph = 0.3, \theta_l = -1.5, \tau = 5100$

в виде квадрата фронт горения содержит прямолинейные участки, а соответствующие траектории движения очагов параллельны сторонам квадрата (рис. 6). Влияние фазового перехода проявляется в более длительном сохранении геометрической формы области S при распространении волны горения.

Суммируя основные результаты работы, можно сделать следующие выводы.

1. Геометрия поджигающей области S, наряду с параметром устойчивости α_{st}, определяет режим горения и его характеристики конфигурацию фронта и особенности движения очагов.

2. Количество очагов на начальной стадии горения диска определяется количеством угловых точек границы поджигающей области *S*.

3. Область горения с течением времени стремится к форме круга независимо от конфигурации области S.

4. Фазовый переход влияет на характеристики горения тем сильнее, чем ближе температура фазового перехода к температуре горения и больше теплота плавления. В предельном случае, когда температура плавления близка к адиабатической температуре горения, область горения быстро принимает форму круга. 5. Влияние низкотемпературного фазового перехода проявляется в более длительном сохранении геометрической формы области *S* при распространении волны горения.

6. Выявлено, что если поджигающая область имеет симметрию, то симметрия проявляется в траекториях движения очагов горения до момента выхода зоны горения на границу диска.

ЛИТЕРАТУРА

- Максимов Ю. М., Мержанов А. Г., Пак А. Т., Кучкин М. Н. Режимы неустойчивого горения безгазовых систем // Физика горения и взрыва. — 1981. — Т. 17, № 4. — С. 51–58.
- Максимов Ю. М., Пак А. Т., Лавренчук Г. В., Найбороденко Ю. С., Мержанов А. Γ. Спиновое горение безгазовых систем // Физика горения и взрыва. — 1979. — Т. 15, № 3. — С. 156–159.
- 3. Мержанов А. Г., Дворянкин А. В., Струнина А. Г. Новая разновидность спинового горения // Докл. АН СССР. — 1982. — Т. 267, № 4. — С. 869–872.
- Максимов Ю. М., Лапшин О. В. Особенности неустойчивого горения плоских образцов системы Ti + 2B + αCu // Хим. физика. — 2015. — T. 34, № 11. — C. 50–54.
- 5. **Ивлева Т. П.** Нестационарные режимы твердопламенного горения диска // Докл. АН. — 2004. — Т. 394, № 4. — С. 489–493.
- Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мержанов А. Γ. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 1. — С. 19–28.
- 7. Писклов А. В., Прокофьев В. Г., Смоляков В. К. Твердопламенное горение цилиндрических образцов со ступенчато изменяющимся диаметром // Физика горения и взрыва. — 2009. — Т. 45, № 6. — С. 26–30.
- 8. Прокофьев В. Г., Смоляков В. К. Нестационарные режимы горения безгазовых систем с легкоплавким инертным компонентом // Физика горения и взрыва. — 2002. — Т. 38, № 2. — С. 21–25.

Поступила в редакцию 6/II 2016 г.