

ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 535.411.854

УСТРАНЕНИЕ ОШИБОК ФАЗОВОГО СДВИГА В ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ*

В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Д. С. Хайдуков, А. Р. Вагизов

*Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Новосибирский государственный технический университет»,
630092, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: vig@nstu.ru*

Предложен помехоустойчивый алгоритм анализа интерферограмм, полученных методом пошагового фазового сдвига.

Ключевые слова: оптика, интерферометрия, метод фазовых шагов.

Введение. При построении интерференционных систем в последние годы широко применяются алгоритмы получения и расшифровки интерферограмм на основе пошагового сдвига (пошаговая или фазосдвигающая интерферометрия) [1–4]. Это обусловлено простотой задания фазового сдвига, несложными алгоритмами и высокой точностью расшифровки, и при этом существующие схемы интерферометров достаточно легко адаптируются.

Метод пошагового фазового сдвига основан на регистрации нескольких интерферограмм при изменении фазы опорной волны на известные значения. Точность измерения фазы зависит от установки величины вносимых фазовых сдвигов, однако на практике её точное значение определить достаточно сложно из-за ошибок фазосдвигающих устройств [5]. Поэтому требуются калибровочные операции перед каждой серией измерений.

Целью данной работы является повышение точности расшифровки интерферограмм.

Описание метода и его практическая реализация. Сущность предлагаемого метода заключается в определении действительной величины вносимых фазовых сдвигов путём анализа траектории годографа интерференционных сигналов (далее траектории интерференционных сигналов) в двух произвольных точках (A и B) на интерферограмме.

Интенсивность интерферограмм с фазовым сдвигом δ_i можно представить в виде

$$I_i(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y) \cos(\phi(x, y) + \delta_i)], \quad (1)$$

где $i = 0, 2, \dots, m - 1$ (m — число фазовых сдвигов), $\delta_0 = 0$.

Основной задачей расшифровки является определение разности фаз интерферирующих волновых фронтов $\phi(x, y)$ по значениям зарегистрированных интенсивностей $I_i(x, y)$.

Можно сделать допущение, что в соседних точках фазовые сдвиги одинаковы. Это предположение выполняется в большинстве случаев исходя из физических условий проведения эксперимента. Тогда получим добавочные уравнения, рассматривая решения не в одной, а в нескольких пространственных точках (x_k, y_k):

$$I_{i,k}(x_k, y_k) = I_{0,k}(x_k, y_k)[1 + V_k(x_k, y_k) \cos(\phi(x_k, y_k) + \delta_i)],$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 09-07-00133-а).

или

$$I_{i,k} = I_{0,k}[1 + V_k \cos(\phi_k + \delta_i)]. \tag{2}$$

В общем случае число точек $k = 1, \dots, n$; число неизвестных $n3 + m - 1$; число уравнений $n(m - 1)$. Задача решается, если число уравнений больше или равно числу неизвестных, т. е.

$$nm \geq 3n + (m - 1). \tag{3}$$

Аналитическое решение находится при регистрации пяти интерферограмм с фазовыми сдвигами $\delta_0 = 0, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$. Получается 10 трансцендентных уравнений с 10 неизвестными $(I_{0,1}, I_{0,2}, V_1, V_2, \phi_1, \phi_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$.

В данной работе представлен численный метод определения фазовых сдвигов по значениям интерференционных картин в двух точках:

$$I_{i,1} = I_{0,1}[1 + V_1 \cos(\phi_k + \delta_i)]; \quad I_{i,2} = I_{0,2}[1 + V_2 \cos(\phi_k + \delta_i)], \tag{4}$$

где $i = 0, 2, \dots, m - 1, m \geq 5$.

Будем искать решение в комплексной плоскости с осями I_1, I_2 , на которых откладываются значения интенсивностей первой и второй точек, соответствующие различным фазовым сдвигам. При изменении углов сдвига от 0 до 2π точка на комплексной плоскости описывает некоторую траекторию (рис. 1). Траектория интерференционных сигналов в пространстве интенсивностей представляет собой центральную кривую второго порядка — эллипс.

Для определения характеристик траектории необходимо найти коэффициенты уравнения аппроксимирующей кривой [6]

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0, \tag{5}$$

где $x = d_1 \cos(\phi_1); y = d_2 \cos(\phi_2)$ ($d_1 = I_{0,1}V_1$ и $d_2 = I_{0,1}V_2$ — главные оси эллипса).

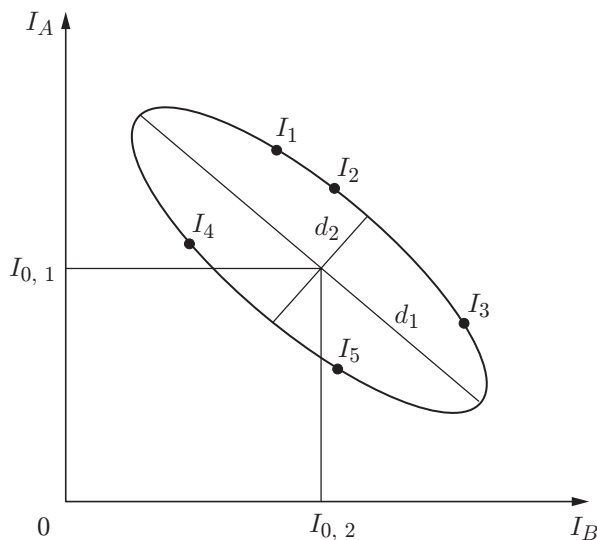


Рис. 1

Для вычисления коэффициентов выражения (5), учитывая избыточность исходных данных, целесообразно использовать метод наименьших квадратов:

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum_i x_i & \sum_i y_i & \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i^2 & \sum_i y_i^2 \\ \sum_i x_i & \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i x_i^3 & \sum_i x_i y_i^2 \\ \sum_i y_i & \sum_i x_i y_i & \sum_i y_i^2 & \sum_i x_i y_i^2 & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i y_i^3 \\ \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i x_i y_i^2 & \sum_i x_i^2 y_i^2 & \sum_i x_i^3 y_i & \sum_i x_i y_i^3 \\ \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i^3 & \sum_i x_i^2 y_i & \sum_i x_i^3 y_i & \sum_i x_i^4 & \sum_i x_i^2 y_i^2 \\ \sum_i y_i^2 & \sum_i x_i y_i^2 & \sum_i y_i^3 & \sum_i x_i y_i^3 & \sum_i x_i^2 y_i^2 & \sum_i y_i^4 \end{bmatrix}^{-1} e, \quad (6)$$

где e — единичный вектор размерностью, равной количеству коэффициентов уравнения.

Траектории интерференционных сигналов в пространстве интенсивностей показаны на рис. 2, точками отображена траектория, полученная при внесении фазовых сдвигов, а сплошной линией — результат её аппроксимации полиномом второго порядка (5).

Уровни средних яркостей интерференционных сигналов соответствуют координатам центра эллипса и находятся следующим образом:

$$x_0 = I_{01} = - \left| \begin{array}{cc} a_{13} & a_{12} \\ a_{14} & a_{22} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{array} \right|; \quad y_0 = I_{02} = - \left| \begin{array}{cc} a_{11} & a_{13} \\ a_{12} & a_{14} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{array} \right|. \quad (7)$$

Углы фазового сдвига можно определить непосредственно, если преобразовать траекторию к круговой. Для этого необходимо над векторами исходных данных выполнить следующие операции:

1) привести центр эллипса к началу координат:

$$x_1 = x - x_0, \quad y_1 = y - y_0; \quad (8)$$

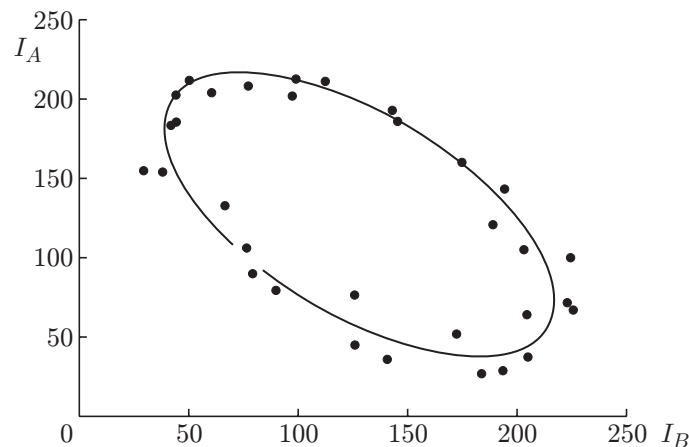


Рис. 2

2) развернуть эллипс параллельно одной из координатных осей:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega \\ -\sin \Omega & \cos \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

угол поворота определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}; \quad (10)$$

3) растянуть эллипс до круга, коэффициент растяжения γ находится из канонического уравнения эллипса, выраженного через его инварианты

$$\lambda_0 x^2 + \lambda_1 y^2 + I_3/I_2 = 0, \quad (11)$$

где λ_0 и λ_1 — корни характеристического уравнения $\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0$.

Из (11) видно, что отношение корней характеристического уравнения равно отношению диаметров эллипса:

$$\gamma = \sqrt{\lambda_0/\lambda_1}. \quad (12)$$

Растяжение эллипса по координате y выполняется по формуле $y_2 = y_1/\gamma$.

На рис. 3 показаны исходная (точки) и скорректированная (ромбы) траектории интерференционных сигналов. Фазовые углы определяются по координатам круговой траектории $\delta_i = \operatorname{arctg}(y_{2i}/x_{2i})$.

Интерференционная картина с 256 уровнями интенсивности в двух выбранных точках и траектория, построенная по 32 фазовым сдвигам, показаны на рис. 4. Фазовые сдвиги произвольные. Совмещённые графики заданных и полученных фазовых сдвигов (32 сдвига) приведены на рис. 5. Среднеквадратичное отклонение составило 0,00412 рад, что вызвано дискретностью задания интенсивности. Дискретность определяет погрешность, с которой могут быть найдены фазовые углы сдвига.

Интерференционная картина при 10-процентной ошибке задания интенсивности и траектория, построенная по 32 фазовым сдвигам, представлены на рис. 6. На рис. 7 показаны

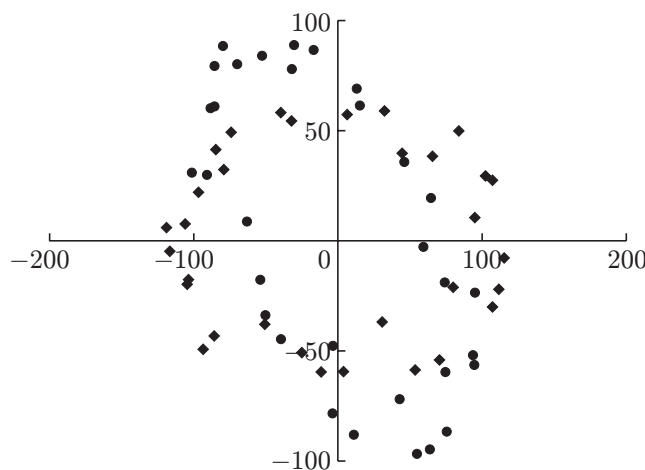


Рис. 3

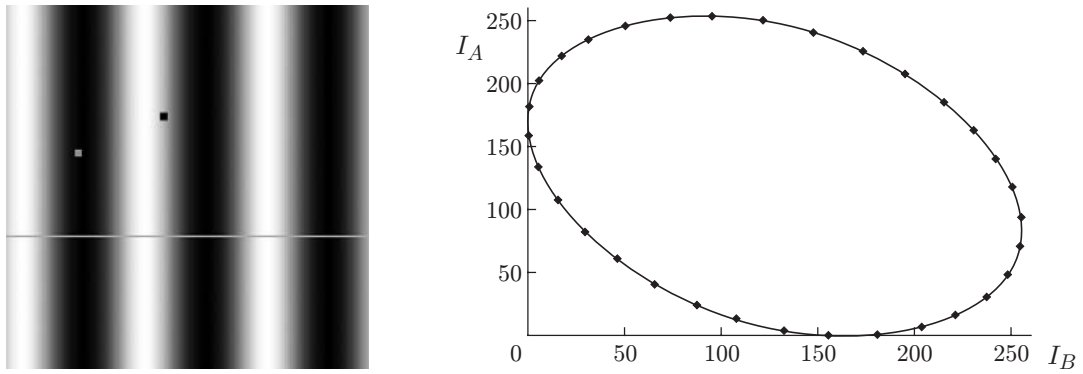


Рис. 4

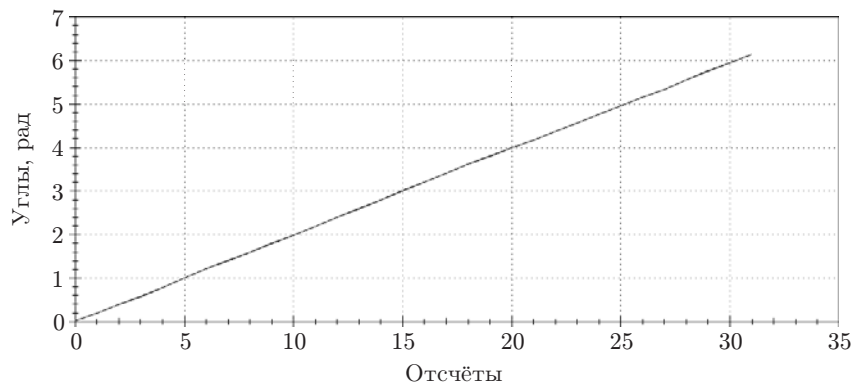


Рис. 5

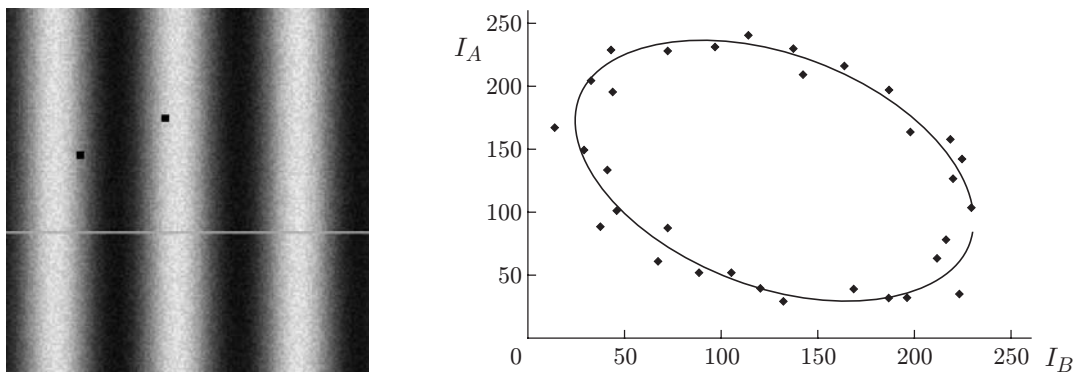


Рис. 6

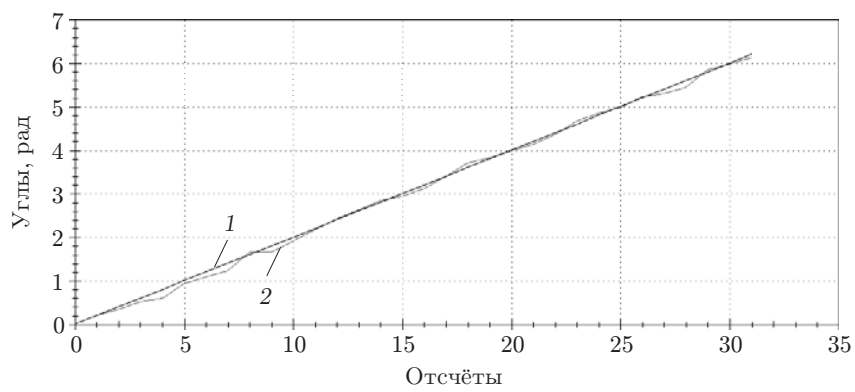


Рис. 7

графики действительных (кривая 1) и полученных (кривая 2) фазовых сдвигов при 10-процентной ошибке интенсивности. В этом случае среднеквадратичное отклонение полученных сдвигов от заданных составило уже 0,0665 рад.

Таким образом, для повышения точности нахождения сдвигов, а следовательно, и результирующих фазовых разностей необходимо снизить погрешность при определении интенсивности поля сдвигов яркости интерферограмм.

Заключение. В данной работе реализован эффективный алгоритм расшифровки интерференционных картин, полученных методом пошагового фазового сдвига. В отличие от существующих способов измерения фазы в интерферометрии предлагаемый алгоритм не требует априорного знания вносимых фазовых сдвигов, что позволяет применять его, когда сдвиги имеют случайную или неконтролируемую величину. Достигнутая точность измерения фазы сопоставима с результатами измерений, полученными методами атомно-силовой микроскопии и высокоразрешающей электронной микроскопии [7]. Так, при 5-процентной ошибке измерения интенсивности поля яркости интерферограмм среднеквадратичное отклонение измеренной фазы не превышает 0,01 рад, что соответствует разрешающей способности 0,01 нм при использовании He—Ne-лазера с длиной волны 633 нм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Creath K.** Phase-shifting speckle interferometry // *Appl. Opt.* 1985. **24**, N 18. P. 3053–3058.
2. **Millerd J., Brock N., Hayes J. et al.** Modern approaches in phase measuring metrology // *Proc. SPIE.* 2004. **5856**. P. 14–22.
3. **Gao P., Yao B., Lindlein N. et al.** Phase-shift extraction for generalized phase-shifting interferometry // *Opt. Lett.* 2009. **34**, N 22. P. 3553–3555.
4. **Greivenkamp J. E., Bruning J. H.** Phase shifting interferometry // *Optical Shop Testing* /Ed. D. Malacara. N. Y.: Wiley, 1992. Ch. 14. P. 501–598.
5. **Van Wingerden J., Frankena H. J., Smorenburg C.** Linear approximation for measurement errors in phase shifting interferometry // *Appl. Opt.* 1991. **30**, N 19. P. 2718–2729.
6. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
7. **Федина Л. И., Щеглов Д. В., Гутаковский А. К. и др.** Прецизионные измерения параметров наноструктур // *Автометрия.* 2010. **46**, № 4. С. 5–18.

Поступила в редакцию 17 ноября 2010 г.