

ТЕПЛОВАЯ САМОФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗИРОВАННОЙ ПЛАЗМЕА. Ф. Мاستрюков, В. С. Сынак
(Новосибирск)

Эффекты самофокусировки могут быть существенными при распространении электромагнитных волн в плазме. Один из возможных механизмов самофокусировки (тепловой) проявляется в широком диапазоне параметров плазмы, охватывающем как лабораторную, так и ионосферную или космическую плазму. При этом возникновение тепловой самофокусировки, как показывают эксперименты, возможно при мощностях излучения уже около 100 Вт. Рассмотрению тепловой самофокусировки посвящено большое число работ (см., например, [1—5]).

В данной работе рассматривается тепловая самофокусировка электромагнитных волн миллиметрового диапазона в полностью ионизированной плазме. Если ограничиться импульсами микросекундной длительности τ с характерными поперечными размерами r_0 в интервале 1—10 см, то можно использовать усредненное описание для взаимодействия электромагнитного поля с плазмой. Предполагается, что условие квазинейтральности плазмы выполнено и что поглощение энергии поля плазмой обусловлено простым движением электронов в поле волны без учета турбулентности, распадных процессов и т. п., а обмен энергией между компонентами плазмы происходит за счет кулоновских столкновений. Эти предположения справедливы в упомянутых выше экспериментальных ситуациях.

В силу этого будем использовать гидродинамическое описание движения плазмы. Очевидно, при этом можно пренебречь движением плазмы вдоль оси импульса.

В большей части теоретических работ по тепловой самофокусировке отклонения параметров плазмы от их равновесных значений предполагаются малыми. Тогда можно применять линеаризованные уравнения гидродинамики. Однако часто такой подход не является адекватным, и, следовательно, необходимо рассмотрение полной системы уравнений гидродинамики. Примером могут служить задачи, связанные с СВЧ-нагревом плазмы, где параметры плазмы могут существенно отклоняться от равновесных.

При типичных экспериментальных условиях, т. е. плотности плазмы n порядка 10^{14} — 10^{15} см⁻³ и ее температуре T в интервале 0,1—1 эВ, частота электрон-ионных столкновений ν_{ei} есть величина порядка 10^{10} с⁻¹. Следовательно, характерное время выравнивания температур компонентов плазмы, равное $(M/m)/\nu_{ei}$, где M — масса иона, m — масса электрона, составляет 10^{-7} — 10^{-8} с, что существенно меньше длительности импульса. Отсюда следует, что температуры компонентов плазмы можно считать одинаковыми. По аналогичной причине можно пренебречь ионной теплопроводностью, поскольку в указанных условиях для нее характерное время составляет 10^{-2} — 10^{-3} с.

Полная система уравнений, описывающая тепловую самофокусировку в этих условиях, для аксиально-симметричных пучков имеет вид

$$(1) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r n v = 0, \quad \frac{\partial n v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r n v^2 = - \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (W + p) = \frac{e^2 n}{m} \frac{\tau_c |E|^2}{1 + \omega^2 \tau_c^2} + \frac{5}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\frac{n T}{m v_{ei}} \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{4\pi e^2}{m c^2} \omega \tau_c \frac{i - \omega \tau_c}{1 + \omega^2 \tau_c^2} n E = 0.$$

Здесь ось z направлена по оси импульса; $W = 3nT + (1/2)(M + m)v^2n$; v — радиальная скорость плазмы; e — заряд электрона; ω и E — частота и амплитуда поля волны, так что напряженность электрического поля $\mathcal{E} = (1/\sqrt{2})(Ee^{i\omega t} + E^*e^{-i\omega t})$; $k = \omega/c$; $p = nT$ — давление плазмы; τ_c — среднее время свободного пробега электронов плазмы.

Отметим, что в этих уравнениях не учтено электрострикционное давление

$$p_{ст} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 |E|^2,$$

где ω_p — плазменная частота.

Отношение силы высокочастотного давления $\nabla p_{ст} \sim p_{ст}/r_0$ к силе теплового давления $\nabla p_T \sim p_T/r_T$ равно

$$\frac{\nabla p_{ст}}{\nabla p_T} \sim \frac{\frac{1}{8\pi} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 |E|^2 / r_0}{\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 v_{ei} \tau |E|^2 / r_T} \sim \frac{r_T}{r_0 v_{ei} \tau} \sim \frac{1 + \frac{v r}{r_0}}{v_{ei} \tau},$$

где $p_T \sim \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 v_{ei} \tau |E|^2$; $r_T \sim r_0 + v\tau$ — характерный масштаб неоднородности температуры. Отсюда следует, что учет стрикции важен при $v_{ei} \tau \leq 1$, т. е. в случае бесстолкновительной плазмы и в случае $v/r_0 v_{ei} \geq 1$.

При рассматриваемых здесь параметрах плазмы и поля ($n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T \sim 0,1 - 1 \text{ эВ}$, $\tau \sim 10^{-6} \text{ с}$, $r_0 \sim 1 \text{ см}$) величины v_{ei} , v имеют следующий порядок: $v_{ei} \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $v \leq 10^5 - 10^6 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, когда $v_{ei} \tau \gg 1$, $v/r_0 v_{ei} \ll 1$ и, следовательно, учет стрикции несуществен. Однако с ростом температуры вклад стрикции будет быстро расти и уже при $T \sim 5 - 10 \text{ эВ}$ стрикционное давление станет преобладающим, так как отношение v/v_{ei} растет как $T^{3/2}$.

На начальной стадии самофокусировки отклонения n' и T' от своих равновесных значений n_0 и T_0 малы. Тогда из (1) получаем в первом приближении систему уравнений

$$(2) \quad \frac{\partial^2 n'}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial n'}{\partial r} = \frac{n_0}{M} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T'}{\partial r},$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \frac{\kappa}{3n_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T'}{\partial r} = \frac{e^2}{3m} \frac{\tau_c |E|^2}{1 + \omega^2 \tau_c^2},$$

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{4\pi e^2}{m c^2} \left(\frac{i\omega \tau_c n_0}{1 + \omega^2 \tau_c^2} - \frac{\omega^2 \tau_c^2}{1 + \omega^2 \tau_c^2} n' \right) E = 0,$$

где $c_s = (T/M)^{1/2}$ — скорость звука; κ — коэффициент теплопроводности плазмы.

Поведение решений системы (2) зависит от величин c_s , κ . При малых c_s , κ , т. е. $c_s \ll r_0/\tau$, $\kappa \ll r_0^2 n_0/r$, как показано в [6], самофокусировка сопровождается сильной самомодуляцией импульса. При этом максимально достижимая амплитуда импульса растет по мере приближения длитель-

ности начального импульса к некоторому критическому значению τ_0 как $(\tau_0 - \tau)^{-3/2}$.

Рассмотрим теперь систему (2), не предполагая малости n' , T' . Воспользовавшись параболическим приближением, т. е. положив

$$E = \psi(t) \exp(-r^2/r_0^2 F^2)/F, \\ n' = N(z)g \exp(-r^2g/r_0^2),$$

получим уравнения для функций $F(z, t)$ и $g(z, t)$

$$(3) \quad \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} + 4c_s^2 g^2 = \beta \int_0^t \psi^2(t') \frac{dt'}{F^2}, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - 2 \left(\frac{4}{r_0^2 F^2} - \gamma N g^2 \right) F = 0,$$

где β , γ — некоторые константы.

При больших амплитудах $1/F$ и g , если считать эти величины медленно растущими функциями своих аргументов, можем пренебречь в (3) производными. Тогда получим оценку

$$g^2 = \frac{\gamma \beta N r_0^4}{16c_s^2} \int_0^t \psi^2(t') g^2(t') dt \quad \text{при } \psi = \text{const}, \\ g^2 \sim a_1 + \exp(a_2 t/c_s^2),$$

где a_1 , a_2 — константы.

Таким образом, следует ожидать на начальной стадии самофокусировки экспоненциального роста максимума поля и возмущения плотности со временем. Инкремент нарастания при этом растет с уменьшением скорости звука. В целом картина близка к той, что имеет место при самофокусировке импульсов в средах с керровской нелинейностью (см. [6]).

Для исследования нелинейной стадии самофокусировки нужно провести численное решение системы (1). Однако некоторые заключения можно сделать, отходя от линейного приближения. В линейном приближении коэффициент поглощения считается постоянным, но на самом деле его величина пропорциональна плотности и падает с температурой как $T^{3/2}$. Поскольку в процессе самофокусировки плотность падает, а температура растет, то должен уменьшаться коэффициент поглощения. Это, в свою очередь, замедляет самофокусировку и должно приводить к ее насыщению.

Оценим диапазон температур, при которых может существовать тепловая самофокусировка. Очевидно, этот диапазон определяет как температуру начальной плазмы, при которой возможна самофокусировка, так и максимально достижимую в процессе самофокусировки температуру.

Из уравнения для поля в системе (1) следует оценка для возмущения плотности

$$(4) \quad n' > mc^2/4\pi e^2 r_0^2.$$

Из второго уравнения той же системы получаем

$$n' \sim n_0 T' \tau^2 / M r_0^2,$$

а из третьего уравнения имеем оценку

$$(5) \quad T' \sim \frac{c^2 n}{\alpha m \omega^2} |E|^2 T^{-3/2} \tau, \quad \alpha = \frac{m^{1/2}}{4\pi e^4 \ln \Lambda}.$$

Подставляя две последние оценки в (4), получим

$$(6) \quad T^{3/2} < \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_p^2 |E|^2 \tau^3}{4\pi M c^2 \alpha}.$$

С другой стороны, на развитой стадии самофокусировки, когда $T' > T_0$ и, следовательно, $T \approx T'$, из (5) получаем

$$(7) \quad T > Mc^2/\tau^2\omega_p^2.$$

Неравенства (6) и (7) дают приблизительные границы для искомого диапазона температур.

Для удобства численного моделирования перейдем в (1) к безразмерным переменным. Если измерять t, r, z, n, v, T, E в единицах $\tau_0, r_0, kr_0^2, n_0, v_0 = c_s^2 \tau/r_0, T_0, E_0$ соответственно, то, учитывая неравенство $\omega^2\tau^2 \gg 1$, получим

$$(8) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} rnv = 0, \quad \frac{\partial nv}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} rnv^2 = -\mu \frac{\partial}{\partial r} nT,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (nT + \lambda nv^2) + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} rv \left(\frac{5}{3} nT + \lambda nv^2 \right) = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} rT^{5/2} \frac{\partial T}{\partial r} + \chi \frac{n^2 |E|^2}{\eta^2 T^{3/2}},$$

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E}{\partial r} + \sigma \left(\frac{in^2}{\eta^2 T^{3/2}} - \frac{n}{\eta} \right) E = 0,$$

где $v = \tau_0 v_0 / r_0$; $\mu = 2T_0 \tau_0 / Mv_0 r_0 = 2$; $\lambda = Mv_0^2 / 6T_0$; $\eta = \alpha \omega^2 T_0^{3/2} / n_0$; $\chi = \frac{2}{3} \tau_0 \alpha e^2 T_0^{1/2} |E|^2 / n_0$; $\sigma = 4\pi \omega r_0^2 \alpha e^2 T_0^{3/2} / mc^2$; $\kappa = \frac{5\tau_0 \alpha T_0^{5/2}}{3mn_0 r_0^2}$ — безразмерные величины.

В рамках системы (8) моделировалось распространение импульсов, имеющих начальный профиль вида

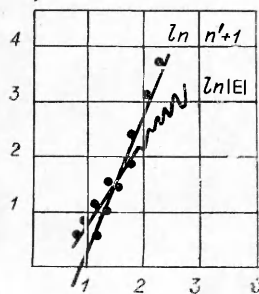
$$E = A \exp(-r^2/r_0^2 - t^2/t_0^2),$$

при следующих базисных значениях параметров: $v = 0,2$, $\mu = 2$, $\lambda = 0$, $\sigma = 300$, $\eta = 25$. Эти параметры отвечают водородной плазме с начальной температурой около 0,1 эВ и плотностью 10^{14} см^{-3} и импульсу длительностью $0,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ и шириной 0,3 см при частоте падающего излучения $4 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$.

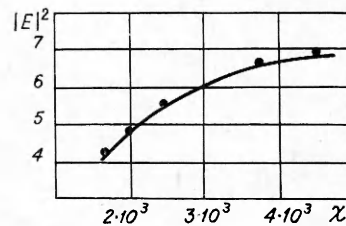
При численном моделировании варьировались начальная температура плазмы и энергия падающего импульса.

Фиг. 1 иллюстрирует экспоненциальный рост максимума поля $E_m = \max E$ и максимума возмущения плотности $n'_m = \max n'$ на оси импульса на начальной стадии самофокусировки, следующий из анализа линеаризованной системы (2). Как видно из численных экспериментов, сделанное заключение достаточно хорошо подтверждается, если $c_s \tau / r_0 > 1$. На поздних стадиях самофокусировки происходит замедление скорости нарастания E_m и n'_m и даже возникновение осцилляций.

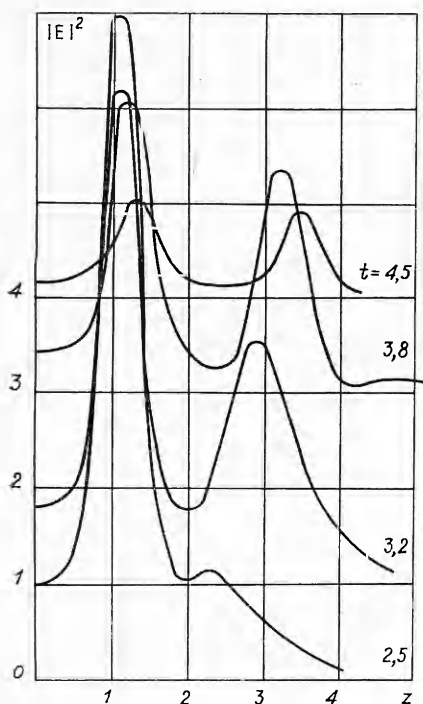
Фиг. 2 показывает зависимость максимально достижимой при самофокусировке амплитуды поля $E_{\max} = \max |E|^2$ от энергии начального



Фиг. 1



Фиг. 2

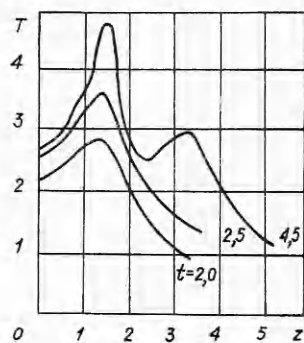


Ф и г. 3

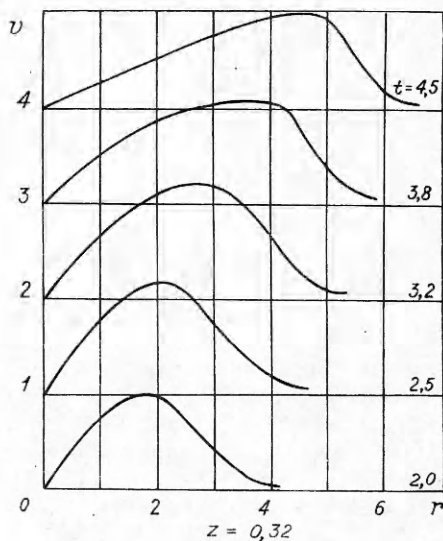
импульса. Эффекты самофокусировки сказываются, начиная с амплитуды начального импульса 0,5 СГСЕ. С ростом начальной амплитуды максимальная интенсивность довольно быстро растет до некоторого уровня, который в наших расчетах превышал начальное значение в 6—8 раз. После достижения максимума амплитуда поля стабилизировалась на уровне примерно 1,5 СГСЕ. Примерно такая картина наблюдалась экспериментально в [2].

Пока не достигнуто насыщение, профиль импульса остается гладким. Если и максимум достигнутой амплитуды не попадает в область насыщения, то после достижения максимума импульс расплывается и поглощается плазмой.

Если же мощность импульса такова, что насыщение самофокусировки достигается, то его эволюция носит более сложный характер. После достижения максимума амплитуды импульс по-прежнему расплывается, но в отличие от случая низких мощностей при этом впереди максимума поля возникает и начинает расти новый максимум. Энергия притекает в область нового пика. После достижения некоторого уровня впереди пика возникает, в свою очередь, новый пик и картина повторяется, пока хватает энергии импульса. Таким образом, при достаточно большой мощности импульса его эволюция представляет последовательность постепенно затухающих из-за поглощения пульсаций-вспышек. Заметим, что эти пики амплитуды остаются практически неподвижными в пространстве, т. е. на оси импульса образуются неподвижные «светящиеся точки» — стоячие фокусы.



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Типичная эволюция осевого профиля импульса после достижения первого максимума приведена на фиг. 3.

Эти результаты могут быть интерпретированы следующим образом: в области пика амплитуды существенно возрастает температура и падает плотность плазмы. В приведенных расчетах температура на оси возрастала в 4—6 раз, а плотность плазмы уменьшалась примерно вдвое. В совокупности это приводит к уменьшению коэффициента поглощения плазмы (примерно в 40 раз для указанных изменений параметров), т. е. к насыщению нелинейности. Через образовавшуюся область большой прозрачности плазмы энергия оставшейся части импульса протекает, слабо поглощаясь, и, если ее осталось достаточно, может образоваться где-то впереди новый пик. Эволюция температуры плазмы на оси приведена на фиг. 4.

Остановимся на роли электронной теплопроводности. При выбранных нами параметрах безразмерный коэффициент теплопроводности составляет около 0,01. Введение такого коэффициента теплопроводности в уравнениях приводит практически к аналогичным результатам, сказываясь незначительно в области максимума температуры. Однако при повышении начальной температуры в 1,5 раза влияние теплопроводности оказывалось существенным, поскольку коэффициент электронной теплопроводности растет с температурой как $T^{5/2}$. Именно увеличение коэффициента поглощения при высоких температурах приводило к насыщению самофокусировки в этом случае.

Нелокальный характер распределения температуры и плотности не оказывал существенного влияния на насыщение, которое возникает на переднем фронте импульса, поскольку в этой области масштаб неоднородности температуры $r_T \sim r_0 + vt$ и плотности $r_n \sim r_0 + (v + c_s)t$ порядка поперечного размера импульса r_0 . Однако при больших t и малых z , т. е. на хвостовой части импульса (см. фиг. 3), масштаб неоднородности r_n начинает превышать размер импульса, происходит дифракционное распыливание и прекращение самофокусировки.

Отметим, что на развитой стадии самофокусировки возникает сильное конвективное движение плазмы из приосевой области и происходит формирование профиля скорости, близкого к ударному, как показано на фиг. 5.

Результаты приведенного численного моделирования относятся и к области изменения параметров ионосферной плазмы, при которых в [7, 8] наблюдалась, по-видимому, самофокусировка волн метрового диапазона.

Поступила 19 VIII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Б. Г., Литвак А. Г. Наблюдение самофокусировки электромагнитных волн в плазме. — Письма в ЖЭТФ, 1971, т. 13, вып. 11.
2. Исаев В. А., Круглов В. Н. и др. Наблюдение нестационарной тепловой самофокусировки электромагнитных волн в плазме. — Физика плазмы, 1977, т. 3, вып. 1.
3. Гуревич А. В., Шварцбург А. В. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973.
4. Feit M. D., Fleck J. A. Self-trapping of a laser beam in cylindrical plasma column. — Appl. Phys. Lett., 1976, vol. 28, N 3.
5. Perkins F. W., Valeo E. Y. Thermal self-focusing of electromagnetic waves in plasma. — Phys. Rev. Lett., 1973, vol. 32, N 22.
6. Мастрюков А. Ф., Сынах В. С. О нестационарной тепловой самофокусировке импульсов. — ПМТФ, 1978, № 2.
7. Шлюгер И. С. Экспериментальное исследование нелинейных эффектов в E и F слоях ионосферы. — УФН, 1974, т. 113, № 4.
8. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. и др. Нелинейные эффекты в верхней ионосфере. — УФН, 1974, т. 113, № 4.