

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СОСТАВА ДВУТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

А. Н. Крайко, Ю. В. Москвин

(Москва)

1. При рассмотрении плазмы возможны случаи, когда определяющие параметры системы изменяются значительно медленней, чем идут процессы ионизации и рекомбинации. При этом состав плазмы определяется не дифференциальными уравнениями химической кинетики, а конечными соотношениями. Так, в одноплазменной плазме для определения концентраций компонентов используется формула Саха, справедливая при полном термодинамическом равновесии.

Из-за различия механизмов подвода энергии к электронам и тяжелым частицам (атомам и ионам) возможна заметная разность температур поступательных степеней свободы тяжелых и легких компонентов плазмы. Этому способствует и то, что скорость выравнивания этих температур пропорциональна отношению массы электрона m к массе тяжелой частицы M , т. е. является весьма малой величиной. Естественно, что для двухтемпературной плазмы формула Саха не может применяться в своей обычной форме, а требует соответствующей модификации. Для случая, когда энергия подводится в основном к электронному газу, и, следовательно, температура электронов превосходит температуру тяжелых частиц, такая модификация была предложена в работах [1,2]. В них на основе качественных соображений, состоящих в том, что электроны, имеющие большую скорость, чем атомы и ионы, играют главную роль в процессах рекомбинации и ионизации, предложено использовать формулу Саха с заменой общей температуры плазмы на электронную. Найденные таким путем данные подтверждаются экспериментально [1,3]. В настоящее время формула Саха с электронной температурой широко используется при исследовании двухтемпературной плазмы. Тем не менее, представляет интерес вывод указанной формулы на основе термодинамического подхода, применяемого для одноплазменной плазмы, с использованием физически обоснованных дополнительных предположений. Этот вопрос и является предметом настоящей работы. Отметим, что подобный вывод интересен и тем, что позволяет по условиям, обеспечивающим выполнение сделанных предположений, более правильно судить о границах применимости указанной формулы.

2. Рассмотрим квазинейтральную плазму, состоящую из электронов, нейтральных атомов и ионов. Пусть N_j — число ионов, ионизованных j раз, в частности, N_0 — число нейтральных атомов. В силу квазинейтральности число электронов

$$N_e = 1N_1 + 2N_2 + \dots + j_{\max}N_{j_{\max}},$$

где суммирование ведется по ионам всех кратностей: $0, 1, \dots, j_{\max}$.

Предположим, что плазма может быть разбита на конечное число подсистем, внутри каждой из которых имеет место термодинамическое равновесие. Такое предположение лежит в основе любого феноменологического подхода и подтверждается как теоретически, так и экспериментально тем, что обычно равновесие внутри отдельных подсистем устанавливается быстрее, чем во всей системе. В качестве равновесных подсистем возьмем следующие три: подсистему, образованную поступательными степенями свободы электронов, подсистему, образованную поступательными степенями свободы тяжелых частиц, и подсистему, образованную электронными уровнями этих частиц. Пусть T_e , T и T_i — температуры выбранных подсистем.

Рассмотрим механизмы взаимодействия подсистем, ограничиваясь случаями, когда роль излучения в механизмах обмена энергией и изменения состава несущественна и концентрация электронов не очень мала. В исследуемых случаях энергетический обмен между поступательными степенями свободы электронов и тяжелых частиц ввиду малости отношения m/M идет много медленней, чем ионизация и рекомбинация. По той же причине, а также ввиду того, что $T_e \geq T$, неупругие столкновения тяжелых частиц с электронами играют гораздо большую роль, чем те неупругие столкновения с тяжелыми частицами, при которых имеет место изменение их общей кинетической энергии. Это позволяет пренебречь возбуждением электронных уровней и ионизацией, вызванными столкновениями тяжелых частиц, и учитывать в этих процессах лишь столкновения с электронами. Кроме того, рассматривая случаи, когда ионизация и рекомбинация идут много быстрее, чем изменяются определяющие параметры задачи, естественно предположить, что обмен энергией между электронным газом и электронными уровнями атомов и ионов также осуществляется достаточно быстро. Вследствие этого $T_i = T_e$, что эквивалентно объединению двух подсистем в одну.

При сделанных предположениях основным механизмом рекомбинации является механизм тройного столкновения, где из-за больших сечений электрон-ионных столкновений (по сравнению с ион-ионными и ион-атомными) и большей скорости электронов главную роль играют столкновения с третьей частицей — электроном. При реком-

бинации, как и при ионизации, можно пренебречь энергией, приобретаемой или отдаваемой в этих процессах поступательными степенями свободы атомов и ионов. Итак, при выполнении сделанных ограничений и допущений плазма может рассматриваться как состоящая из двух подсистем: подсистемы, образованной поступательными степенями атомов и ионов, и подсистемы, образованной их электронными уровнями и электронным газом. Внутри них имеет место термодинамическое равновесие с температурами T и T_e соответственно. Изменение состава осуществляется за счет энергии второй системы. Обмен энергией между подсистемами идет много медленней ионизации и рекомбинации.

3. На основе сделанных допущений, считая всю плазму и каждый ее компонент идеальным газом и используя общие правила статистической физики и термодинамики, получим для внутренней энергии E и энтропии S плазмы, занимающей объем V , выражения

$$E = \frac{3}{2} NkT + \frac{3}{2} N_e kT_e + \sum_{j=0}^{j_{\max}} N_j \left[E_j(T_e) + \sum_{l=0}^j \chi_l \right] \quad \left(N = \sum_{j=0}^{j_{\max}} N_j, N_e = \sum_{j=0}^{j_{\max}} jN_j \right)$$

$$S = \frac{5}{2} kN + kN \ln \left[V \left(\frac{2\pi Mk}{h^2} \right)^{3/2} T^{3/2} \right] + \frac{5}{2} kN_e - kN_e \ln N_e +$$

$$+ kN_e \ln \left[2V \left(\frac{2\pi mk}{h^2} \right)^{3/2} T_e^{3/2} \right] + \sum_{j=0}^{j_{\max}} N_j \left[k \ln u_j(T_e) + \frac{E_j(T_e)}{T_e} - k \ln N_j \right]$$

Здесь k и h — постоянные Больцмана и Планка; N — общее число тяжелых частиц; χ_j , E_j и u_j — соответственно энергия ионизации, энергия электронных уровней и статистическая сумма электронных уровней иона, ионизованного j раз. При этом $\chi_0 = 0$ и $E_j = kT_e^2 d[\ln u_j(T_e)] / dT_e$.

Рассмотрим изменения энтропии, которые могут иметь место при изменении состава квазинейтральной плазмы, содержащей постоянное число тяжелых частиц и заключенной в адиабатически изолированный сосуд постоянного объема V , т. е. найдем выражение возможной вариации энтропии δS через вариации концентраций и температур при $\delta V = \delta N = \delta E = 0$. Последние условия накладывают определенные связи на вариации $\delta N_0, \dots, \delta N_{j_{\max}}, \delta T_e$ и δT . Для учета этих связей воспользуемся методом множителей Лагранжа, что, разумеется, ведет к тем же результатам, что и непосредственное исключение зависимых вариаций. Составим функцию $\Omega = S + \lambda E + \mu N$, где λ и μ — постоянные множители. При всех отклонениях от данного состояния, при которых E и N не изменяются, вариации Ω и S совпадают. Поэтому, учитывая выражения для S , E , N и N_e , найдем

$$\delta S = \delta \Omega = \sum_{j=0}^{j_{\max}} k \left\{ j \left[\frac{3}{2} (1 + \lambda T_e) + \ln \left[2V \left(\frac{2\pi mk}{h^2} \right)^{3/2} T_e^{3/2} \right] - \right. \right.$$

$$\left. - \ln N_e \right] - 1 - \ln N_j + \ln u_j(T_e) + \frac{E_j(T_e)}{k} \left(\lambda + \frac{1}{T_e} \right) +$$

$$+ \frac{\lambda}{k} \sum_{l=0}^j \chi_l + \mu \left. \right\} \delta N_j + \left(\lambda + \frac{1}{T_e} \right) \left[\frac{3kN_e}{2} + \sum_{j=0}^{j_{\max}} N_j \frac{dE_j(T_e)}{dT_e} \right] \delta T_e + \frac{3kN}{2} \left(\lambda + \frac{1}{T} \right) \delta T$$

Выбирая λ и μ так, чтобы коэффициенты перед δN_0 и δT обратились в нули, получим

$$\delta S = \delta \Omega = \sum_{j=1}^{j_{\max}} k \left\{ j \left(\ln \left[2V \left(\frac{2\pi mk}{h^2} \right)^{3/2} T_e^{3/2} \right] - \ln N_e \right) - \right.$$

$$\left. - \ln \frac{N_j}{N_0} + \ln \frac{u_j(T_e)}{u_0(T_e)} - \frac{1}{kT_e} \sum_{l=0}^j \chi_l \right\} \delta N_j + \frac{3}{2} kN \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_e} \right) \delta T$$

В силу сделанных предположений о механизме обмена энергией при ионизации и рекомбинации вариациями T , связанными с изменением состава, следует пренебречь. Оставшиеся в выражении для δS вариации δN_j независимы и в состоянии равновесия по составу могут принимать и положительные и отрицательные значения. Так как энтропия замкнутой адиабатически изолированной системы, находящейся в сосуде постоянного объема, не может уменьшаться, то в этом состоянии коэффициенты перед

$\delta N_1, \dots, \delta N_{j_{\max}}$ должны обращаться в нули. Отсюда после преобразований и введения концентраций $n_j = N_j / V$ и $n_e = N_e / V$ получим j_{\max} уравнений

$$\frac{n_j n_e}{n_{j-1}} = \frac{2u_j(T_e)}{u_{j-1}(T_e)} \left(\frac{2\pi mk}{h^2} \right)^{3/2} T_e^{3/2} \exp\left(-\frac{\chi_j}{kT_e}\right) \quad (i) \quad (j = 1, \dots, j_{\max})$$

совпадающих с уравнениями Саха при подстановке в них электронной температуры T_e . Как следует из краткого сообщения [4], для однократно ионизованной плазмы данная задача была рассмотрена в докладе Монти и Наполитано на конгрессе в Варшаве в сентябре 1964 г. Их исходные предположения в основном совпадают с принятыми выше. Отсутствие в [4] выводов и конечного результата не позволяет провести более детального сравнения.

Вывод соотношений (1) аналогичен выводу условий равновесия в одноплазменной химически реагирующей смеси при значительном различии скоростей отдельных реакций. Существенно, однако, то, что в этом случае условия частичного равновесия можно получить не только путем, использованным выше, но и из рассмотрения изменений свободной энергии при постоянной температуре и объеме замкнутой системы. В настоящем случае использование такого пути исключается из-за наличия двух температур. Уравнения (1) вместе с выражениями

$$n = \sum_{j=0}^{j_{\max}} n_j, \quad n_e = \sum_{j=1}^{j_{\max}} j n_j$$

определяют состав плазмы в функции T , T_e и общей концентрации тяжелых частиц n или плотности $\rho = Mn$. Добавление уравнения состояния

$$p = k(nT + n_e T_e)$$

позволяет найти состав плазмы в зависимости от T , T_e и полного давления p .

В заключение остановимся на значении ряда допущений и некоторых случаях их нарушения. Ясно, что использованные при выводе адиабатичность и замкнутость системы и постоянство ее объема не входят в число допущений, а, как и в обычной термодинамике, необходимы лишь при выводе требуемых соотношений. Поэтому (1) одинаково справедливо как при выполнении, так и при нарушении этих условий. Выполнение же других условий существенно. В частности, это относится к равенству температур электронного газа и электронных уровней атомов и ионов. Его нарушение ведет к изменению полученных формул. В ряде задач, например в астрофизике, нельзя пренебрегать влиянием излучения. Здесь вместо (1) следует применять результаты Элверта [5]. Нарушение принятых выше соотношений между характерными временами различных процессов и временем каждой конкретной задачи носит общий характер. Если параметры задачи меняются так же быстро, как идут процессы изменения состава, то для определения состава следует решать дифференциальные уравнения химической кинетики. Наконец, если параметры задачи меняются быстрее, чем устанавливается равновесие внутри выбранных подсистем, то для описания их термодинамического состояния следует использовать дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения, дающие заселенности различных электронных уровней, состав и необходимые функции распределения. Ясно, что эти случаи лежат вне диапазона условий, рассмотренных в настоящей работе.

Поступила 5 IV 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Westendorp W. F., Bishop C. M., Hurwitz H., Coldman I. M., Ben Daniel D. J. Nonthermal ionization in transient helium—cesium discharges. Phys. Fluids, 1961, vol. 4, No. 6, p. 786—787.
2. Ben Daniel D. J., Tamor S. Theory of nonthermal ionization in cesium discharges. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 4, p. 500—501.
3. Ben Daniel D. J., Bishop C. M. Nonequilibrium ionization in a high—pressure cesium-helium transient discharge. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 2, p. 300—306.
4. Monti R., Napolitano L. G. Influence of excited atoms on the Saha equation for two temperature plasmas. Presented at the XV International Astronautical Congress, Warsaw, september 1964.
5. Elwert G. Über die Ionizations und Recombinationsprozesse in einem Plasma und die Ionisationsformel der Sonnenkorona. Z. Naturforsch., 1952, Bd. 7a, H. 6, S. 432—439.