

УДК 536.33

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ СЕЛЕКТИВНО-ИЗЛУЧАЮЩЕЙ И РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ

Н. А. Рубцов, В. А. Сеницын

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследуется задача сопряжения радиационно-конвективного теплообмена при турбулентном обтекании термически тонкой пластины потоком высокотемпературной газодисперсной среды. Пластина подвергается интенсивному радиационному нагреву от внешнего источника, излучающего в ограниченном спектральном диапазоне. Рассчитаны температурные поля и распределения тепловых потоков вдоль пластины в нестационарных условиях. Результаты расчета позволяют изучить влияние типа частиц и их концентрации на динамику теплового состояния среды в пограничном слое и самой пластины в условиях нагрева ее извне высокотемпературным источником излучения.

В настоящей работе предпринята попытка создать адекватную модель радиационно-конвективного теплообмена в турбулентном пограничном слое при обтекании высокотемпературной газодисперсной средой твердой поверхности. Предлагаемую модельную задачу можно использовать при расчетах теплообмена в топках паровых котлов, каналах МГД-генераторов, различного рода химико-технологических установках, системах тепловой защиты космических аппаратов и т. п.

В основу исследования положен подход, развиваемый в работах [1–3], где рассматривался радиационно-конвективный теплообмен на термически тонкой пластине в сопряженной постановке задачи. При постановке задачи учитывается дисперсная фаза в потоке среды, что приводит к необходимости рассматривать процесс рассеяния излучения на твердых частицах при расчете радиационного переноса.

Рассматривается задача сопряжения радиационно-конвективного теплообмена при турбулентном обтекании термически тонкой пластины потоком излучающе-поглощающей и рассеивающей среды. Предполагается, что частицы в потоке не влияют на теплофизические свойства среды, но определяют ее оптические свойства. Оптические свойства среды зависят от температуры и длины волны излучения. Теплоемкость считается постоянной, вязкость и теплопроводность зависят от температуры линейно, а плотность — обратно пропорционально. Перенос излучения вдоль пластины не учитывается. Предполагается, что время прогрева пограничного слоя много меньше времени прогрева пластины, это позволяет рассматривать теплообмен в пограничном слое в квазистационарном приближении. Пластина нагревается от начальной температуры T_{w0} , причем на участке пластины $0 < x < x_0$ температура поддерживается постоянной в течение всего процесса нагрева. Нижняя поверхность и задняя кромка пластины теплоизолированы. Вне пограничного слоя расположен источник излучения, представляющий собой абсолютно черную поверхность, температура которой равна T_s , испускающую излучение в ограниченном диапазоне

спектра Δ , в котором среда является непрозрачной. Излучающая поверхность источника параллельна пластине.

Тепловое состояние пластины описывается нестационарным уравнением теплопроводности, а теплообмен в пограничном слое — известной системой уравнений, включающей уравнения неразрывности, движения и энергии.

При использовании преобразования Дородницына динамическая часть задачи решается независимо от тепловой и с учетом принятых допущений сводится к решению дифференциального уравнения

$$((1 + \mu_T)f'')' + \frac{1}{2} f f'' = \xi \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (1)$$

с граничными условиями $\eta = 0: f = 0, f' = 0, \eta \rightarrow \infty: f' \rightarrow 1$, где f — безразмерная функция тока; $\eta = \left(\frac{\rho_\infty u_\infty}{\mu_\infty x} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy$, $\xi = x/L$ — поперечная и продольная безразмерные координаты; x и y — соответствующие размерные координаты; u — продольная компонента скорости; ρ — плотность; μ — вязкость; L — длина расчетного участка пластины; штрих означает дифференцирование по координате η ; индекс ∞ соответствует условиям во внешнем течении.

Тепловая часть задачи состоит из уравнений и краевых условий, описывающих теплоперенос в пограничном слое:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\left(\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{\bar{\mu}_T}{\text{Pr}_T} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{f}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \xi f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\text{Sk}}{\text{Re Pr}} \xi \Psi = 0, \quad \xi_0 < \xi < \xi_1, \quad 0 < \eta < \infty, \quad (2)$$

$$\xi = \xi_0: \theta = \theta_0, \quad \eta = 0: \theta = \theta_w, \quad \eta \rightarrow \infty: \theta \rightarrow 1$$

и в обтекаемой пластине:

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2} - \varkappa \text{Sk} Q_w, \quad \xi_0 < \xi < \xi_1, \quad \text{Fo} > 0, \quad (3)$$

$$\text{Fo} = 0: \theta_w = \theta_{w0}, \quad \xi = \xi_0: \theta_w = \theta_{w0}, \quad \xi = \xi_1: \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} = 0.$$

Здесь и далее $\bar{\mu}_T = \mu_T/\mu$; μ_T — коэффициент турбулентной вязкости; $\theta = T/T_\infty$ — безразмерная температура; $\theta_0(\eta)$ — автомодельное решение уравнения энергии (2) без учета излучения; $\varkappa = \lambda_\infty L/(\lambda_c H)$ — параметр сопряженности; H — толщина пластины; $\text{Re} = \rho_\infty u_\infty L/\mu_\infty$, $\text{Fo} = a_c t/L^2$, $\text{Pr} = \mu_\infty/(\rho_\infty a_\infty)$, $\text{Sk} = 4\sigma T_\infty^3 L/\lambda_\infty$ — числа Рейнольдса, Фурье, Прандтля, Старка соответственно; Pr_T — турбулентное число Прандтля; $\lambda_c, \lambda_\infty$ — теплопроводность материала пластины и среды во внешнем течении соответственно; a_c — коэффициент температуропроводности материала пластины; T_∞ — температура во внешнем течении; $\xi_0 = x_0/L$; $\xi_1 = x_1/L$; x_0, x_1 — границы расчетного участка пластины; σ — постоянная Стефана — Больцмана; индекс w соответствует условиям на пластине.

Безразмерная плотность суммарного теплового потока на пластине Q_w в уравнении (3) определяется выражением

$$Q_w = -\frac{1}{\text{Sk}} \left(\frac{\text{Re}}{\xi} \right)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + \Phi_w,$$

где $\Phi_w = E_w/(4\sigma T_\infty^4)$; E_w — интегральное по спектру значение плотности потока результирующего излучения на пластине.

Выражение для безразмерной дивергенции плотности лучистого потока в уравнении (2) имеет вид

$$\Psi = \int_{\Delta} \frac{\tau_{\lambda L}(E_{0\lambda} - E_{*\lambda})}{4\sigma T_{\infty}^4} d\lambda, \quad (4)$$

где $E_{0\lambda}(T) = 2\pi hc^2/[\lambda^5(\exp(hc/(k\lambda T)) - 1)]$ — плотность потока равновесного излучения; $E_{*\lambda} = 2\pi \int_{-1}^1 I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \gamma) \gamma d\gamma$ — объемная плотность потока падающего излучения; I_{λ} — интенсивность излучения; γ — косинус угла между осью ординат и направлением распространения излучения; λ — длина волны; c — скорость света в вакууме; h, k — постоянные Планка и Больцмана соответственно; $\tau_{\lambda L} = k_{\lambda} L$ — характерная оптическая толщина; k_{λ} — коэффициент ослабления среды; индексом λ обозначены спектральные величины. Интегрирование по длине волны в уравнении (4) производится в диапазоне спектра Δ , в котором среда непрозрачна. Оптическая глубина в сечении ξ пограничного слоя представляется в виде

$$\tau_{\lambda} = \left(\frac{\xi}{\text{Re}}\right)^{1/2} \int_0^{\eta} \frac{\tau_{\lambda L}}{\theta} d\eta$$

и является функцией длины волны и температуры.

Радиационный теплообмен в рассматриваемой системе, представляющей собой плоский слой излучающе-поглощающей и рассеивающей среды, заключенной между поверхностями источника и пластины, описывается уравнением переноса излучения. Для его решения в настоящей работе используется метод средних потоков [4], в рамках которого расчет радиационного поля сводится к решению системы уравнений

$$\frac{d}{d\tau_{\lambda}} (\Phi_{\lambda}^+ - \Phi_{\lambda}^-) + (1 - \omega_{\lambda})(m_{\lambda}^+ \Phi_{\lambda}^+ - m_{\lambda}^- \Phi_{\lambda}^-) = (1 - \omega_{\lambda}) \Phi_{0\lambda}(T),$$

$$\frac{d}{d\tau_{\lambda}} (m_{\lambda}^+ \delta_{\lambda}^+ \Phi_{\lambda}^+ - m_{\lambda}^- \delta_{\lambda}^- \Phi_{\lambda}^-) + (1 - \omega_{\lambda} \bar{\zeta})(\Phi_{\lambda}^+ - \Phi_{\lambda}^-) = 0$$

с граничными условиями

$$\tau_{\lambda} = 0: \quad \Phi_{\lambda}^+(0) = \varepsilon_w \Phi_{0\lambda}(T_w) + (1 - \varepsilon_w) \Phi_{\lambda}^-(0), \quad \tau_{\lambda} = \tau_{\lambda\infty}: \quad \Phi_{\lambda}^-(\tau_{\lambda\infty}) = \Phi_{0\lambda}(T_s).$$

Здесь $\Phi_{\lambda}^{\pm} = 2\pi \int_{0(-1)}^{1(0)} \frac{I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \gamma)}{4\sigma T_{\infty}^4} \gamma d\gamma$ — безразмерная плотность полусферического потока излучения; $\Phi_{0\lambda}(T) = E_{0\lambda}(T)/(4\sigma T_{\infty}^4)$ — безразмерная плотность потока равновесного излучения; $m_{\lambda}^{\pm} = \int_{0(-1)}^{1(0)} I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \gamma) d\gamma / \int_{0(-1)}^{1(0)} I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \gamma) \gamma d\gamma$, $\delta_{\lambda}^{\pm} = \int_{0(-1)}^{1(0)} I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \gamma) \gamma^2 d\gamma / \int_{0(-1)}^{1(0)} I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \gamma) d\gamma$ —

коэффициенты переноса [4]; T_s — температура источника; $\tau_{\lambda\infty} = \left(\frac{\xi}{\text{Re}}\right)^{1/2} \int_0^{\eta_{\infty}} \frac{\tau_{\lambda L}}{\theta} d\eta$ —

оптическая толщина пограничного слоя; ε_w — степень черноты пластины; $\omega_{\lambda} = \beta_{\lambda}/k_{\lambda}$ — альbedo однократного рассеяния; $k_{\lambda}, \beta_{\lambda}$ — коэффициенты ослабления и рассеяния соответственно; $\bar{\zeta}$ — коэффициент формы индикатрисы рассеяния [5].

Для расчета поля скоростей в турбулентном пограничном слое использовалась двухслойная модель Себеси — Смита [6].

Уравнение (1) интегрировалось итерационно-разностным методом. Тепловая часть задачи решалась путем последовательного уточнения температуры пластины на основе совместного решения уравнений энергии и переноса излучения с граничным условием на поверхности раздела, зависящим от искомой температуры. Подробно метод решения изложен в [7].

Исследуемая среда являлась газодисперсной и представляла собой смесь углекислого газа, водяного пара и частиц твердой фазы. В качестве твердой фазы использовались частицы угля и золы. С помощью такой смеси в определенной мере можно моделировать атмосферу топок паровых котлов.

Пренебрегая рассеянием в газовой фазе, коэффициент ослабления рассматриваемой модельной среды можно представить в виде $k_\lambda = k_{\lambda p} + \varkappa_{\lambda g}$, где $k_{\lambda p}$ — коэффициент ослабления облака частиц; $\varkappa_{\lambda g}$ — коэффициент поглощения газа.

Учет селективного поглощения излучения в газовой фазе проводился методом узкой полосы, основанным на статистической модели Гуди [8]. В модели Гуди предполагается, что линии поглощения распределены в спектре частот случайным образом, а интенсивность линий — по некоторому закону (чаще экспоненциальному). В рамках данного метода спектральный коэффициент поглощения при невысоких давлениях можно представить в виде

$$\varkappa_{\lambda g} = P(\gamma_{\lambda \text{CO}_2} C_{\text{CO}_2} + \gamma_{\lambda \text{H}_2\text{O}} C_{\text{H}_2\text{O}}),$$

где P — полное давление газа; C — молярные концентрации компонентов смеси; γ_λ — средняя интенсивность линии в полосе поглощения.

Параметр полосы γ_λ зависит от температуры. В настоящей работе использованы значения этого параметра из работ [9, 10] в диапазоне температур 300 ÷ 1500 К. В расчете переноса излучения учитывались вращательная полоса и полосы с коэффициентами поглощения 7250, 5331, 3755 см^{-1} для H_2O , 667, 3715 см^{-1} для CO_2 .

Параметры, характеризующие оптические свойства частиц, взяты из работы [11]. Рассматривая облако частиц как полидисперсную смесь с гамма-распределением по размерам, авторы работы [12] получили приближенные формулы для расчета коэффициентов ослабления и рассеяния в зависимости от параметра дифракции $x = \pi \bar{d}/\lambda$ (\bar{d} — средний диаметр частиц). Выражения для коэффициентов ослабления $k_{\lambda p}$ и рассеяния $\beta_{\lambda p}$ частиц угля имеют вид

$$k_{\lambda p} = 2\pi N \left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^2 \frac{\alpha + 2}{\alpha + 1}, \quad \beta_{\lambda p} = \pi N \left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^2 \frac{\alpha + 1}{\alpha + 2} \left(2 - \frac{f_1 + f_2}{2}\right).$$

Здесь N — счетная концентрация частиц; α — эмпирический коэффициент, характеризующий распределение частиц по размерам; $f_i = 8[q_i - \ln(1 + q_i + q_i^2/2)]/q_i^2$, $i = 1, 2$; $q_1 = (nn')^{-1/2}$, $q_2 = 2/q_1$; n, n' — соответственно вещественная и мнимая части комплексного показателя преломления $m = n - in'$.

Для частиц золы коэффициент ослабления может быть рассчитан по формуле

$$k_{\lambda p} = 2\pi N b^{\alpha+1} \left\{ \frac{(\alpha + 2)(\alpha + 1)}{b^{\alpha+3}} - \frac{2(\alpha + 1) \sin [(\alpha + 2)\chi](\alpha + 1)}{C_1(b^2 + C_1^2)^{(\alpha+2)/2}} + \frac{2}{C_1^2 b^{\alpha+1}} - \frac{2 \cos [(\alpha + 1)\chi]}{C_1^2 (b^2 + C_1^2)^{(\alpha+1)/2}} \right\}, \quad (5)$$

$$C_1 = 4\pi(n - 1)/\lambda, \quad b = (\alpha + 1)/(\bar{d}/2), \quad \chi = \arctg(C_1/b).$$

Известно, что коэффициент поглощения золы невелик, поэтому можно принять коэффициент рассеяния золы $\beta_{\lambda p} \approx k_{\lambda p}$. Формулы (4), (5) аппроксимируют оптические свойства частиц с погрешностью 10% в диапазоне $x = 25 \div 100$.

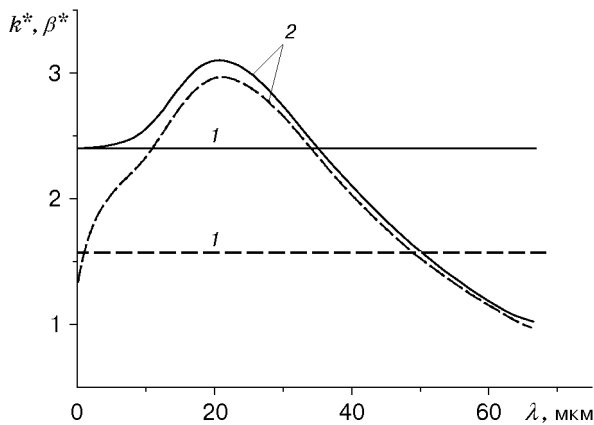


Рис. 1

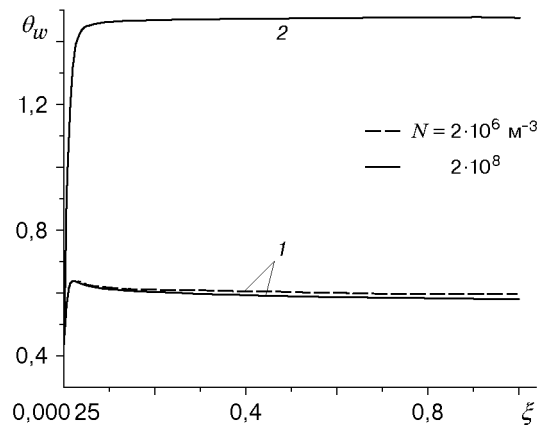


Рис. 2

Расчет теплообмена проводился при температуре набегающего потока $T_\infty = 1000$ К, температура источника внешнего излучения $T_s = 1500$ К. Определяющие параметры принимали следующие значения: $\theta_{w0} = 0,3$, $\text{Pr} = 0,7$, $\text{Pr}_T = 0,9$, $\text{Re} = 10^6$, $\text{Sk} = 5 \cdot 10^5$, $\varkappa = 1$. Степень черноты пластины $\varepsilon_w = 0,9$, что соответствует почти черной поверхности. Концентрация частиц N изменялась в диапазоне $2 \cdot 10^6 \div 2 \cdot 10^8 \text{ м}^{-3}$. Шаг по безразмерному времени (числу Фурье) $\Delta\text{Fo} = 5 \cdot 10^{-6}$.

На рис. 1 представлены результаты расчета по формулам (4), (5) безразмерных коэффициентов ослабления $k^* = k_{\lambda p}/(N\pi\bar{d}^2/4)$ (сплошные кривые) и рассеяния $\beta^* = \beta_{\lambda p}/(N\pi\bar{d}^2/4)$ (штриховые) для частиц угля (кривые 1) и золы (кривые 2). При этом для частиц угля $\bar{d} = 100$ мкм, $\alpha = 4$, $m = 2,02 - 0,8i$, для частиц золы $\bar{d} = 20$ мкм, $\alpha = 4$, $m = 1,5 - 0,01i$. Диапазон длин волн λ составлял $0,7 \div 67$ мкм.

На рис. 2 представлено распределение температуры θ_w почти черной пластины ($\varepsilon_w = 0,9$) для двух значений концентрации N частиц угля. Кривые 1 соответствуют расчетам для 10 шагов по времени, кривые 2 — стационарному режиму. При стационарном режиме кривые для различных значений N совпадают. Видно, что концентрация частиц играет заметную роль лишь на начальном этапе нагрева. Это объясняется тем, что в стационарных условиях, когда температура пластины высока, основной вклад в радиационный поток вносит собственное излучение пластины. Поток излучения от частиц значительно меньше, так как средняя температура среды в пограничном слое ниже температуры пластины. Аналогичный характер имеет температурное распределение для частиц золы.

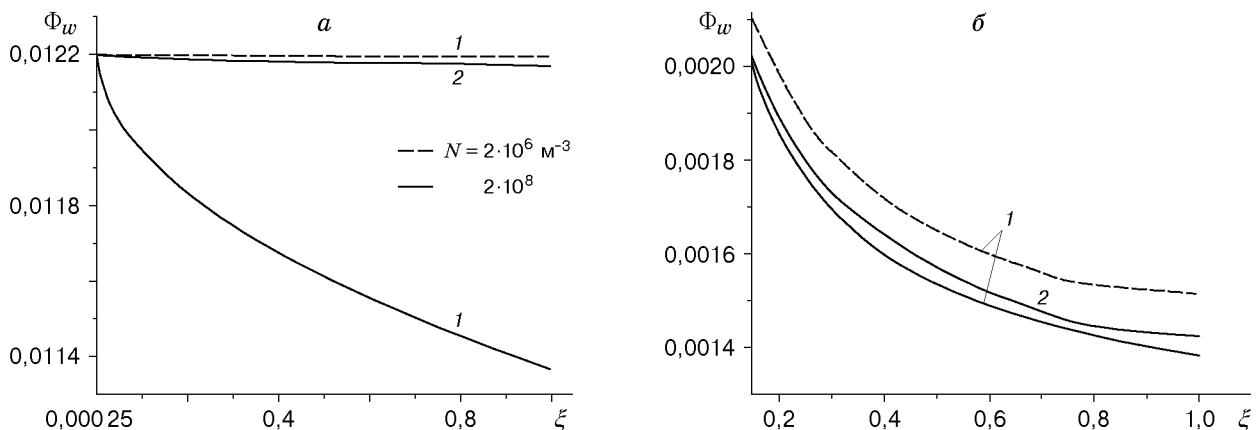


Рис. 3

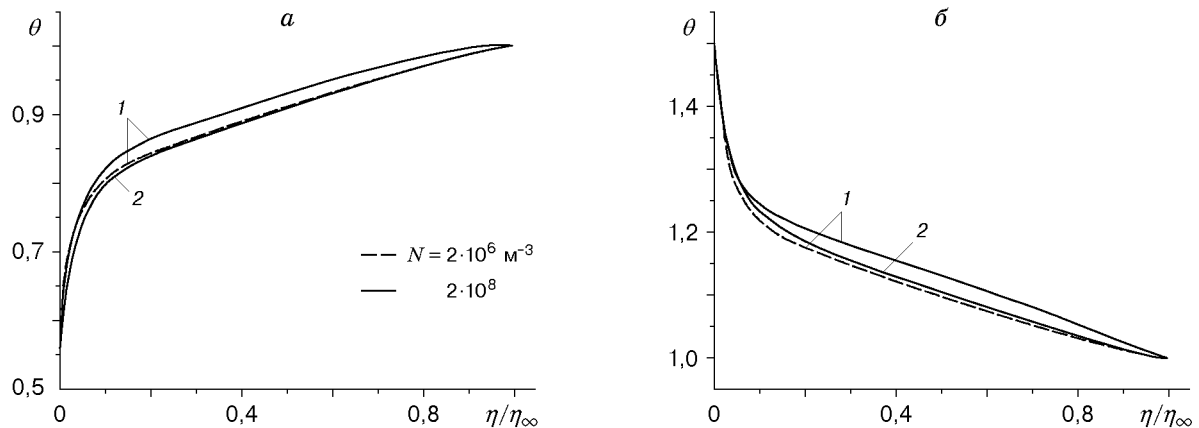


Рис. 4

На рис. 3 представлено распределение плотности потока результирующего излучения Φ_w вдоль поверхности почти черной пластины для двух значений концентрации N частиц угля и золы (a — расчет для 10 шагов по времени, b — для стационарного режима). Кривые 1 соответствуют частицам угля, 2 — частицам золы. Кривые 2 для различных значений N совпадают. Следует отметить более сильную зависимость Φ_w от концентрации частиц угля. Это объясняется тем, что при одном и том же значении N частицы угля, обладая бóльшим средним диаметром \bar{d} , чем частицы золы, имеют более высокий коэффициент ослабления $\beta_{\lambda p} = \beta^*(N\pi\bar{d}^2/4)$.

На рис. 4 представлено распределение температуры в последнем ($\xi = 1$) сечении пограничного слоя в случае почти черной пластины. Обозначения на рис. 4 те же, что на рис. 3.

Анализ динамики распределения суммарного потока тепла Q_w вдоль поверхности почти черной пластины показал, что в стационарных условиях, когда основной вклад в радиационный перенос дает собственное излучение, влияние типа частиц незначительное. Уровень суммарного потока для частиц угля снижается из-за существенного ослабления излучения, обусловленного бóльшим средним диаметром последних по сравнению с частицами золы.

Полученные результаты расчета позволяют изучить влияние типа частиц и их концентрации на динамику теплового состояния среды в пограничном слое и самой пластины в условиях нагрева ее извне высокотемпературным источником излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rubtsov N. A., Sinitsyn V. A., Timofeev A. M. Conjugate problems of unsteady radiation-convection heat exchange in scattering media on a permeable plate // Russ. J. Engng Thermophys. 1991. V. 1, N 3. P. 211–223.
2. Рубцов Н. А., Сеницын В. А., Тимофеев А. М. Нестационарная сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена на проницаемой пластине // Сиб. физ.-техн. журн. 1991. Вып. 1. С. 57–61.
3. Рубцов Н. А., Сеницын В. А., Тимофеев А. М. Сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена для сжимаемой среды // Сиб. физ.-техн. журн. 1992. Вып. 5. С. 25–31.
4. Рубцов Н. А., Тимофеев А. М., Пономарев Н. Н. О поведении коэффициентов переноса в прямых дифференциальных методах теории радиационного теплообмена в рассеивающих средах // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1987. Т. 18, вып. 5. С. 3–8.

5. **Рубцов Н. А.** Теплообмен излучением в сплошных средах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
6. **Cebeci T., Smith A. M.** Analyses of turbulent boundary layers. N. Y.: Acad. Press, 1974.
7. **Rubtsov N. A., Timofeev A. M.** Unsteady conjugate problems of radiative-convective heat transfer in laminar boundary layer on a thin plate // J. Numer. Heat Transfer. 1990. V. 17, N 2. P. 127–143.
8. **Гуди Р.** Атмосферная радиация. М.: Мир, 1969.
9. **Soufiani A., Hartmann J. M., Tain J. A.** Validity of band model calculations for CO₂ and H₂O applied to radiative properties and conductive-radiative transfer // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1985. V. 33, N 3. P. 243–257.
10. **Hartmann J. M., Levi di Leon R., Tain J. A.** Line by line and narrow band statistical model calculations for H₂O // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1984. V. 32, N 2. P. 119–127.
11. **Tain J. A.** Line by line calculation of low resolution radiative properties of CO₂–CO transparent non-isothermal gases mixtures up to 3000 K // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1983. V. 31, N 4. P. 371–379.
12. **Changsik Kim, Noam Lior.** Easily computable good approximations for spectral radiative properties of particle-gas components and mixture in pulverized coal combustors // Fuel. 1995. V. 74, N 12. P. 1891–1902.

*Поступила в редакцию 7/VII 1998 г.,
в окончательном варианте — 16/V 2000 г.*
