

ИЗМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ВБЛИЗИ
СТЕНКИ КАНАЛА ПРИ ДВИЖЕНИИ ИОНИЗОВАННОГО ГАЗА
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Г. А. Любимов

(Москва)

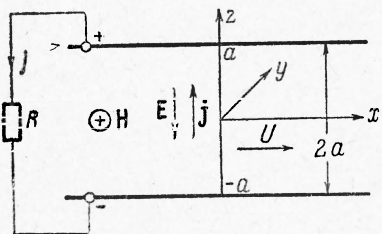
Распределение электрического потенциала в канале с проводящими стенками, по которому движется газ при наличии магнитного поля, обычно рассчитывается на основе уравнений магнитной гидродинамики. Однако такой расчет справедлив только для ядра потока и вязких пограничных слоев.

Вблизи стенок, как указывалось в работе [2], возможно образование приэлектродных слоев толщиной порядка нескольких длин пробега электрона, в которых происходит резкое изменение потенциала, связанное с эмиссионными свойствами стенки. Поэтому полное описание электрических процессов в канале требует учета явлений в приэлектродных слоях.

В настоящей работе задача об изменении потенциала в приэлектродном слое рассматривается при более общих (по сравнению с работой [2]) предположениях, которые, по-видимому, хорошо выполняются для течения плотных газов и температуры электродов порядка 2500°. Выведены формулы, позволяющие рассчитать вольт-амперную характеристику канала и приведены примеры вычислений.

§ 1. Изменение электрического потенциала в вязких пограничных слоях. Пусть электропроводная жидкость движется в плоском канале в поперечном магнитном поле (фиг. 1). При этом за счет разделения зарядов в области течения образуется электрическое поле, и стенки, ограничивающие канал, оказываются под разным потенциалом. Если стенки — проводники (электроды), соединенные через внешнюю нагрузку R , то за счет разности потенциалов, индуцируемой движением жидкости, во внешней цепи потекут электрические токи¹.

Пусть для простоты канал имеет постоянное сечение, скорость жидкости U не меняется вдоль канала, магнитное поле постоянно ($H = H_0 e_y$, $H_0 = \text{const}$) и электропроводность (σ) постоянна. В этом случае, если жидкость идеальна, $U = \text{const}$, электрическое поле постоянно в канале и создается поверхностными зарядами. Разность потенциалов, индуцируемая в потоке, находится из закона Ома и равна



Фиг. 1

$$jR = \Delta\Phi = \Phi_a - \Phi_{-a} = \left(\frac{UH_0}{c} - \frac{j}{\sigma} \right) 2a$$

$$\Phi = \left(\frac{UH_0}{c} - \frac{j}{\sigma} \right) z, \quad \frac{UH_0}{c} > \frac{j}{\sigma} \quad (1.1)$$

При этом $\mathcal{E} = 2aUH_0/c$ играет роль э. д. с., а $2a/\sigma$ — внутреннего сопротивления эквивалентного генератора.

Если жидкость, текущая в канале, вязкая, то на стенках канала (электродах) образуется вязкий пограничный слой. В рассматриваемом

¹ Всюду в дальнейшем под R понимается внешнее сопротивление, рассчитанное на 1 см² поверхности электрода. Если R^0 — суммарное внешнее сопротивление, то $R = SR^0$, где S — площадь электрода.

течении вязкий пограничный слой представляет собой заряженный слой [1], причем при $R_m \ll 1$ плотность заряда в пограничном слое определяется соотношением

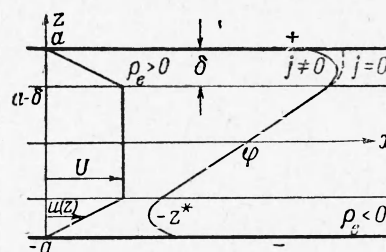
$$4\pi \rho_e = -c^{-1} \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{v} \quad (1.2)$$

Кроме того, если стенка холодная, то проводимость жидкости в пограничном слое может быть ниже проводимости в ядре потока и, вообще говоря, $\sigma = \sigma(z)$. Наличие пространственного заряда и переменность проводимости в пограничном слое приводят к тому, что электрическое поле меняется внутри пограничного слоя. Общие уравнения, описывающие изменение потенциала внутри пограничного слоя, в рассматриваемой постановке при $\sigma = \sigma(z)$ и $u = u(z)$ получены А. Б. Ватажиным.

Для того чтобы наглядно представить картину изменения потенциала в пограничном слое и зависимость изменения потенциала поперек пограничного слоя от параметров задачи, рассмотрим модельную задачу. Будем считать, что поток в канале состоит из ядра, движущегося с постоянной скоростью, и пограничных слоев толщины δ (фиг. 2), распределение скоростей в которых линейно по z (течение Куэтта). Известно, что течение Куэтта во многих отношениях хорошо моделирует пограничный слой, поэтому простые соотношения, которые получаются при такой схематизации задачи, могут использоваться для приближенной оценки изменения потенциала и других величин в пограничном слое.

Из соотношения (1.2) следует, что вязкий пограничный слой вблизи положительного электрода заряжен положительно, а у отрицательного электрода — отрицательно. Для определения потенциала внутри пограничного слоя надо решить уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = 4\pi \rho_e = \frac{H_0}{c} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{H_0 U}{c\delta} \quad (1.3)$$



Фиг. 2

В качестве граничных условий при решении этого уравнения надо задать плотность тока на стенке и значение потенциала на внешней границе пограничного слоя (при $z = \mp a \pm \delta$), которое определяется из решения (1.4) для ядра потока. Если $\sigma = \text{const}$, то решение (1.3) имеет вид

$$\varphi = \varphi_{-a} + \left[\frac{H_0 U}{c} \frac{z+a}{2\delta} - \frac{j}{\sigma} \right] (z+a) \quad \text{при } -a < z < -(a-\delta) \quad (1.4)$$

$$\varphi = \varphi_a - \left[\frac{H_0 U}{c} \frac{a-z}{2\delta} - \frac{j}{\sigma} \right] (a-z) \quad \text{при } a-\delta < z < a$$

Качественная картина распределения потенциала в канале представлена на фиг. 2.

Из (1.1) и (1.4), приравняв разность потенциалов ($\varphi_a - \varphi_{-a}$), индуцируемую в потоке, изменению потенциала на внешней нагрузке jR можно получить следующие формулы:

$$j = \frac{u^* H_0}{c} \frac{2a}{R+r}, \quad 2\varphi_a = \frac{u^* H_0}{c} 2a \frac{R}{R+r}, \quad r = \frac{2a}{\sigma}, \quad u^* = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a u dz \quad (1.5)$$

Как будет видно из дальнейшего, соотношения (1.5) верны, вообще говоря, при малых токах. При больших токах первое соотношение (1.5) надо заменить соотношением (6.4). Формулы (1.4) и (1.7), выражающие изменение потенциала в пограничном слое, зависят от плотности тока,

поэтому ими можно пользоваться при любых токах, если плотность тока находится из (6.4). Естественно, что основные характеристики (1.5), зависящие только от расхода, уменьшаются при наличии пограничного слоя. Изменение потенциала поперек пограничного слоя

$$\varphi_a - \varphi_{a-\delta} = \frac{H_0}{c} \left(u^{**} - u^* \frac{r}{R-r} \right) \delta, \quad u^{**} = \frac{1}{\delta} \int_{a-\delta}^a u dz = \frac{U}{2} \quad (1.6)$$

Соотношение (1.6) показывает, что если проводимость газа внутри пограничного слоя высока (такая же, как в ядре потока), то изменение потенциала поперек пограничного слоя имеет порядок δ , причем при больших R (малых токах) потенциал в пограничном слое возрастает по отношению к ядру, а при малых R (большие токи) убывает ($u^{**} < u^*$). При этом, если $\delta/2a \sim 100$, изменение потенциала в пограничном слое порядка 1% по отношению к э. д. с. ядра.

Решение (1.4) показывает, что внутри пограничного слоя имеется точка ($z = \pm z^*$), в которой электрическое поле равно нулю ($\partial\varphi/\partial z = 0$). При $|z| > z^*$ имеем $E_e z > 0$; при $|z| < z^*$ имеет место обратное неравенство $E_e z < 0$. Это понятно, так как вблизи стенок, где скорости малы, электрический ток должен быть направлен вдоль электрического поля ($\mathbf{j} \sim \sigma \mathbf{E}$), а вдали от стенок, где $|\mathbf{E}| < UH/c$, ток направлен против электрического поля (это возможно, так как в объеме действует э. д. с.).

Если проводимость газа меняется поперек пограничного слоя (например, охлаждаемая стенка и $\sigma = \sigma(T)$), формулы, дающие решение (1.3), можно записать в виде (σ_0 — проводимость ядра потока)

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_a - \left[\frac{H_0 U}{c} \frac{(a-z)}{2\delta} - j \frac{1}{a-z} \int_a^z \frac{dz}{\sigma(z)} \right] (a-z) \quad \text{при } a-\delta < z < a \\ \varphi &= \varphi_{-a} + \left[\frac{H_0 U}{c} \frac{z+a}{2\delta} - j \frac{1}{a+z} \int_{-a}^z \frac{dz}{\sigma(z)} \right] (z+a) \quad \text{при } -a < z < -(a-\delta) \\ j &= \sigma^* \left[-\frac{\varphi_a}{a} + \frac{u^* H_0}{c} \right], \quad j = \frac{u^* H_0}{c} 2a \frac{1}{r^* + R}, \quad \varphi_a = \frac{u^* H_0 a}{c} \frac{R}{R+r^*} \\ \varphi_a - \varphi_{a-\delta} &= \frac{H_0}{c} \left(u^{**} - u^* \frac{2a}{\delta} \frac{r^0}{R+r^*} \right) \delta, \quad r^0 = \int_a^{a-\delta} \frac{dz}{\sigma(z)} \\ \sigma^* &= \frac{a}{r^0 + (a-\delta)/\sigma_0}, \quad r^* = \frac{2a}{\sigma^*} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Соотношения (1.7) показывают, что если сопротивление холодных пограничных слоев (r^0) становится сравнимым с сопротивлением ядра, то падение потенциала в пограничном слое может быть очень большим (почти вся э. д. с. гасится на этих слоях). С другой стороны, рост сопротивления пограничных слоев можно рассматривать как рост эффективного внешнего сопротивления, если рассчитывать э. д. с. и разность потенциалов по параметрам ядра потока.

§ 2. Наличие приэлектродного слоя изменения потенциала. Распределение потенциала в канале, описываемое соотношениями (1.7) или им аналогичными в случае более общей постановки задачи, имеет место в области, где выполняется обычное соотношение для плотности тока

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + c^{-1} \mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (2.1)$$

Как указывалось в [2], это соотношение может быть использовано на расстояниях порядка нескольких длин пробега электронов от граничной

стенки, через которую подводится (или снимается) ток. Поэтому вблизи поверхности электрода возможно образование узких слоев, в которых резко изменяется потенциал, причем средняя скорость жидкости в этих слоях равна нулю. Эти узкие области изменения потенциала будем называть приэлектродными слоями.

Образование приэлектродных слоев связано с эмиссионными свойствами стенки [2]. Указание о существовании таких слоев, а также некоторые соображения относительно зависимости падения потенциала на них от физических процессов на границе газ—твердое тело, содержатся, например, в работах [3,4]. На возможную связь изменения потенциала на приэлектродном слое с эмиссионными свойствами электрода и соответствующее изменение граничных условий для внутренней задачи указывается в [2].

В работе [2] при выражении изменения потенциала в приэлектродном слое через эмиссионные свойства электрода и другие параметры задачи принят ряд предположений. В настоящей работе эта же задача рассматривается при менее жестких предположениях.

§ 3. Виды электронной эмиссии. Будем предполагать всюду в дальнейшем, что параметры задачи (давление, температура, степень ионизации и др.) таковы, что плотность тока определяется только электронной компонентой (ионы не имеют средней скорости поперек потока). В этих условиях плотность тока, протекающего через жидкость (газ), в значительной степени определяется количеством электронов, эмитированных с поверхности электрода. В рассматриваемой задаче (фиг. 1) электроны поступают в газ с положительного электрода и уходят из газа через отрицательный электрод.

Плотность тока эмитированных с поверхности электронов в отсутствие внешнего электрического поля зависит от температуры поверхности и работы выхода материала электрода [5]

$$j_s = AT^2 \exp\left\{-\frac{e\Phi}{kT}\right\} = AT^2 \exp\left\{-\frac{11600\Phi}{T}\right\} \quad (3.1)$$

Здесь T — температура поверхности эмиттера, e — заряд электрона, k — постоянная Больцмана, Φ — работа выхода в e , A — константа, которая для металлов без учета теплового расширения равна $120 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$. В общем случае это экспериментальная константа, зависящая от материала эмитора (значение A для различных материалов можно найти, например, в таблице, приведенной в [5]).

Наличие ускоряющего электроны электрического поля у поверхности эмитора приводит к уменьшению эффективной работы выхода (эффект Шоттки). Плотность тока эмиссии определяется при этом соотношением

$$j_s = AT^2 \exp\left\{-\frac{e\Phi}{kT} + \frac{e^{3/2}E^{1/2}}{kT}\right\} = AT^2 \exp\left\{-\frac{11600\Phi}{T} + \frac{4.39}{T} \sqrt{E}\right\} \quad (3.2)$$

Если вблизи поверхности эмитора имеется электрическое поле, тормозящее электроны, причем потенциал электрического поля имеет минимум вблизи поверхности эмитора, то часть электронов, эмитированных поверхностью, отразится от потенциального барьера вне эмитора. Плотность тока электронов, прошедших потенциальный барьер, определится соотношением [5]

$$j_s^* = j_s \exp\left\{-\frac{eW}{kT}\right\} = j_s \exp\left\{-\frac{11600W}{T}\right\}, \quad W > 0 \quad (3.3)$$

Здесь W — высота потенциального барьера вне поверхности эмитора в e . Будем считать, что объемный заряд внутри приэлектродного слоя от-

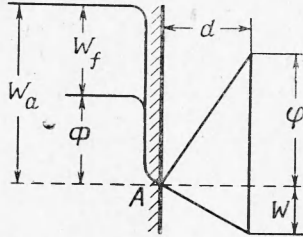
существует. Тогда электрическое поле внутри этого слоя постоянно, и распределение потенциала на границе газ — электрод имеет вид, приведенный на фиг. 3. При этом электрическое поле в (3.2) определяется как

$$E = \frac{\Phi_{\pm}}{d} \quad (3.4)$$

где d — толщина приэлектродного слоя, Φ_{\pm} — изменение потенциала в приэлектродном слое.

За толщину приэлектродного слоя (d) будем принимать в дальнейшем дебаевскую длину

$$d = \left(\frac{kT}{4\pi e^2 n} \right)^{1/2} \quad (3.5)$$



Фиг. 3

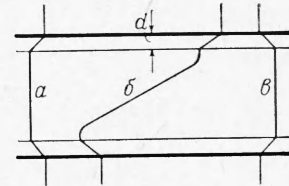
Предположения (3.4) — (3.5) нуждаются, вообще говоря, в обосновании и уточнении. Но можно думать, что E , определяемое (3.4), характеризует в некотором смысле среднее электрическое поле внутри слоя. Толщина приэлектродного слоя совпадает с дебаевской длиной (3.5) при отсутствии тока. Вопрос о толщине приэлектродного слоя при наличии тока открыт. Возможно, что эта толщина при наличии тока будет меньше дебаевской длины. Некоторые соображения на этот счет содержатся в [6].

Потенциал внутри приэлектродного слоя будем отсчитывать от потенциала поверхности стенки (точка A на фиг. 3). При этом Φ_{\pm} и W будут давать изменение потенциала в приэлектродном слое.

§ 4. Контактная разность потенциалов газ — стенка при отсутствии тока. Пусть ионизованный газ граничит с поверхностью твердого тела. Если температура тела $T \neq 0$ и тело является проводником, то с поверхности тела эмитируются электроны по закону (3.1). С другой стороны, если газ и тело находятся в состоянии термодинамического равновесия, то температура газа около тела равна температуре тела, температуры компонент (электроны, ионы, нейтралы) совпадают и распределение частиц газа по скоростям внутри компонент — максвелловское.

При этом число заряженных частиц (N_e , N_i), приходящих на стенку из газа, соответственно равно

$$\begin{aligned} j_e &= N_e e = n_e e \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e}} \\ j_i &= N_i e = n_i e \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_i}} \end{aligned} \quad (4.1)$$



Фиг. 4

Здесь n_e , n_i — число электронов и ионов в единице объема вблизи тела. В дальнейшем будем пренебрегать j_i , так как $m_i \gg m_e$ и $n_e \sim n_i$.

В общем случае $j_a \neq j_e$. При этом, так как суммарный ток на границе газ — тело равен нулю, вблизи поверхности тела образуется слой толщины d , внутри которого потенциал меняется от значения на теле до значения в газе. При этом, если $j_a > j_e$, распределение потенциала таково, что оно тормозит эмитированные электроны. Распределение потенциала в канале, представленном на фиг. 1, в этом случае имеет вид, изображенный на фиг. 4а, при скорости газа равной нулю, и вид, изображенный на фиг. 4б, при $U \neq 0$. Изменение потенциала в приэлектродном слое в этом случае (W_0), как следует из (3.1), (3.3) и (4.1), находится из уравнения

$$AT^2 \exp \left\{ -\frac{11600}{T} (\Phi + W_0) \right\} = n_e e \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e}} \quad (4.2)$$

При $j_s < j_e$ тормозятся электроны, приходящие на стенку из газа (распределение потенциала в этом случае представлено на фиг. 4в). Из (3.2) и (4.1) следует

$$AT^2 \exp \left\{ -\frac{11600}{T} \Phi + \frac{4.39}{T} \sqrt{\frac{\Phi_0}{d}} \right\} = n_e e \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e}} \exp \left\{ -\frac{11600}{T} \Phi_0 \right\} \quad (4.3)$$

Аналогичный подход к вычислению разности потенциалов электрод — газ содержится в [7].

Граница между (4.2) и (4.3) определяется из уравнения

$$j_s = AT^2 \exp \left\{ -\frac{11600}{T} \Phi \right\} = n_e e \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e}} \quad (4.4)$$

В последующих расчетах в качестве рабочего газа рассматривается аргон с добавкой 0.1% калия. Плотность электронов рассчитывается по формуле Саха при температуре, равной температуре стенки. Для этой рабочей смеси из (4.4) можно определить зависимость граничного значения давления (p^*) от температуры и материала стенки (потенциал ионизации калия $U_i = 4.34$ в).

При $p < p^*$ имеет место случай (4.2), при $p > p^*$ — случай (4.3).

Чтобы получить представление о порядках величин, приводим значения давления p^* мм. рт. ст. в зависимости от T для вольфрама ($A = 120$ а/см²·град², $\Phi = 4.52$ в) и графита [8] ($A = 5.93$ а/см²·град², $\Phi = 3.93$ в).

$T = 3000$	2900	2800	2700	2600	2500	
$p^* = 1.52$	0.88	0.48	0.25	0.19	0.06	вольфрам
$p^* = 6.64$	3.26	1.52	0.68	0.28	0.11	графит

Для тех же материалов значения контактной разности потенциалов газ — тело (Φ_0), рассчитанных для принятой рабочей смеси (Ar + 0.1% K) при давлении 0.1 атм:

$T = 3000$	2900	2800	2700	2600	2500	
$\Phi_0 = 0.25$	0.33	0.41	0.49	0.57	0.65	вольфрам
$\Phi_0 = 0.43$	0.48	0.54	0.60	0.65	0.72	графит

Отметим, что Φ_0 (или W_0) представляет собой потенциал газа по отношению к поверхности тела. Чтобы найти разность потенциалов между газом и массивом тела, надо к Φ_0 (W_0) прибавить высоту потенциального барьера тела $W_a = \Phi + W_f$ (W_f — наибольшее значение энергии электронов в металле при абсолютном нуле).

§ 5. Изменение потенциала в приэлектродных слоях при наличии тока. Пусть внешнее сопротивление R отлично от бесконечности. Тогда при движении газа в канале во внешней цепи и в газе потекут электрические токи. Если через c_0 обозначить среднюю скорость электронов поперек канала, то

$$c_0 = \frac{j}{ne}, \quad n \equiv n_e \quad (5.1)$$

Ясно, что в ситуации, изображенной на фиг. 1, поток электронов из газа на положительный электрод уменьшится, а на отрицательный — увеличится.

Разность потоков электронов с поверхности тела и из газа должна равняться плотности тока j , протекающего в системе. Следовательно, имеют место соотношения¹

$$j_{s+} - j_{n+} = j, \quad j_{n-} - j_{s-} = j \quad (5.2)$$

¹ Отметим, что если не пренебрегать током ионов на стенку, то соотношения (5.2) примут вид $j_{s+} - j_{n+} + i_i = j$, $j_{n-} - j_{s-} - i_i = j$, где j_j определяется (4.1). Очевидно, что влияние ионного тока существенно при малых плотностях тока $j \lesssim j_i$.

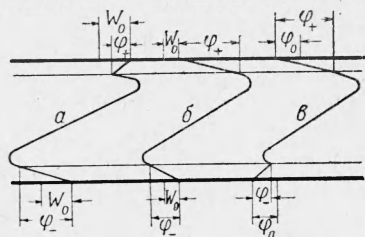
Здесь j_{e+} , j_{e-} — плотности тока с положительного и отрицательного электродов соответственно, причем

$$j_{e\pm} = j_e (T_{\pm}) \exp \left\{ \frac{11600}{T_{\pm}} \varphi_{\pm} \right\} \quad \text{при } \varphi_{\pm} < 0 \quad (5.3)$$

$$j_{e\pm} = j_e (T_{\pm}) \exp \left\{ \frac{4.39}{T} \sqrt{\frac{\varphi_{\pm}}{d}} \right\} \quad \text{при } \varphi_{\pm} > 0$$

где T_+ , T_- — температура положительного и отрицательного электродов, φ_+ , φ_- — изменение потенциала в приэлектродных слоях при наличии тока. Изменение потенциала в приэлектродных слоях (φ_+ , φ_-) считается отрицательным, если потенциал в слое убывает по отношению к потенциалу поверхности стенки, в противном случае φ_+ , φ_- — положительны.

Пусть электроны имеют среднюю скорость в направлении от положительного электрода к отрицательному и имеют максвелловское распределение по скоростям, тогда число электронов, поступающих из газа к электродам, если изменение потенциала в обоих приэлектродных слоях отрицательно (электроны, идущие из газа, не встречают потенциального барьера; распределение потенциала качественно такое, как на фиг. 5а),



Фиг. 5

$$n_{\pm}^* = \frac{n}{v_0 \sqrt{\pi}} \int_{\pm c_0}^{\infty} (u \mp c_0) \exp \left\{ -\frac{u^2}{v_0^2} \right\} du$$

$$v_0^2 = \frac{2kT_{\pm}}{m} \quad (m \equiv m_e) \quad (5.4)$$

Такое положение имеет место при малых токах в том случае, когда потенциал газа относительно тела при $j = 0$ отрицателен (4.2). Если в этом же случае текут большие токи, то в приэлектродном слое на положительном электроде изменение потенциала становится положительным (фиг. 5б). При этом электроны, поступающие на положительный электрод из газа, встречают потенциальный барьер φ_+ . Электроны, поступающие на отрицательный электрод, не встречают барьера. Следовательно,

$$n_{\pm}^{**} = \frac{n}{v_0 \sqrt{\pi}} \int_{\zeta}^{\infty} (u - c_0) \exp \left\{ -\frac{u^2}{v_0^2} \right\} du, \quad \zeta = c_0 + \sqrt{\frac{2e\varphi_+}{m}}, \quad \varphi_+ > 0$$

$$n_{-}^* = \frac{n}{v_0 \sqrt{\pi}} \int_{-c_0}^{\infty} (u + c_0) \exp \left\{ -\frac{u^2}{v_0^2} \right\} du, \quad \varphi_- < 0 \quad (5.5)$$

Если при отсутствии тока потенциал газа относительно электрода положителен, то при $j \neq 0$ распределение потенциала имеет вид, как на фиг. 5в, и число электронов, поступающих из газа на электроды,

$$n_{\pm}^{**} = \frac{n}{v_0 \sqrt{\pi}} \int_{\zeta}^{\infty} (u \pm c_0) \exp \left\{ -\frac{u^2}{v_0^2} \right\} du, \quad \zeta = \sqrt{\frac{2e\varphi_{\pm}}{m}} \pm c_0 \quad (5.6)$$

Используя соотношения (5.1) и (5.4) — (5.6), легко получить выражения для j_n , фигурирующих в уравнениях (5.2)

$$j_{\pm n}^* = j_e \exp \left\{ -\frac{j^2 m}{e^2 n^2 2kT} \right\} \mp \frac{j}{2} \left[1 + \psi \left(\frac{j}{en} \sqrt{\frac{m}{kT}} \right) \right] \quad (5.7)$$

$$j_{\pm n}^{**} = j_e \exp \left\{ -\frac{m}{2kT} \left(\frac{j}{en} \pm \sqrt{\frac{2e\varphi_{\pm}}{m}} \right)^2 \right\} \pm$$

$$\mp \frac{j}{2} \left\{ 1 \mp \Psi \left[\frac{j}{en} \pm \sqrt{\frac{2e\varphi_{\pm}}{m}} \right] \sqrt{\frac{m}{kT}} \right\}, \quad \Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (5.8)$$

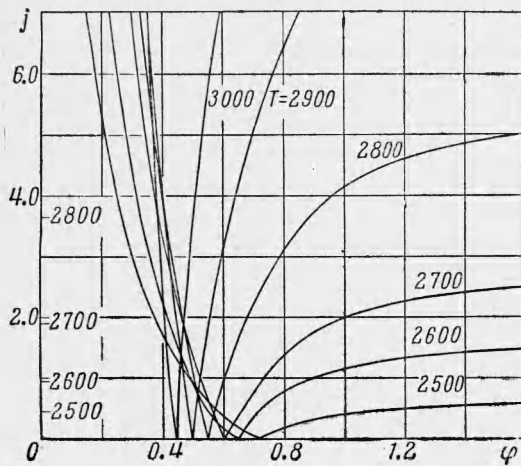
В этих соотношениях j_e определяется (4.4).

Соотношения (5.2) после подстановки в них (5.3) и (5.7) — (5.9) могут служить для выражения изменения потенциала в приэлектродных слоях φ_+ , φ_- через плотность тока j .

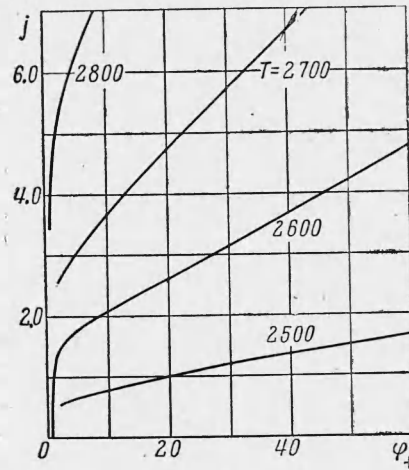
Если $(j/en)^2 \ll 2e\varphi_{\pm}/m$, то в (5.8) можно опустить соответствующие члены в аргументах функций.

Зависимость φ_+ и φ_- от j для различных температур, если электроды графитовые [8], представлена на фиг. 6 и 7. (Рабочая смесь $\text{Ag} + 0.1\% \text{K}$, $p = 0.1 \text{ атм.}$) Для графитовых электродов при температурах ниже 3000° в отсутствие тока имеет место случай (4.3).

На фиг. 6 кривые, для которых $\varphi < \varphi_0$, дают изменение потенциала в приэлектродном слое на отрицательном электроде, а кривые, для которых $\varphi > \varphi_0$, — на положительном электроде (на фиг. 6 изображены только начальные участки этих кривых). На фиг. 7 представлены кривые $\varphi_+ = \varphi_+(j)$ для больших j .



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6, 7 показывают, что изменение потенциала в приэлектродном слое на отрицательном электроде (φ_-) слабо зависит от величины тока j . Кроме того, так как это изменение имеет порядок десятых долей вольта, то им в ряде случаев вообще можно пренебречь при определении разности потенциалов между электродами. Изменение потенциала в приэлектродном слое на положительном электроде (φ_+) меняется относительно мало до токов $j \sim j_0$, причем $\varphi_+ \sim \varphi_0$ при $j \leq j_0$. При $j > j_0$ изменение потенциала φ_+ быстро нарастает с увеличением тока и это нарастание тем быстрее, чем ниже температура электрода. Это связано с тем, что увеличение тока при $j > j_0$, связанное с эффектом Шоттки, требует наличия больших электрических полей вблизи электрода.

На фиг. 6 на оси ординат не отмечены точки, соответствующие токам эмиссии ($j_0 = 13.41 \text{ а/см}^2$ для $T = 3000^\circ$ и $j_0 = 7.6 \text{ а/см}^2$ для $T = 2900^\circ$).

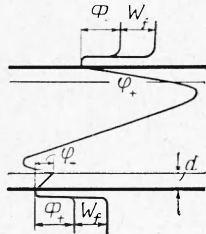
§ 6. Вольт-амперная характеристика канала. В формулах (1.1), (1.5), (1.7) при выражении тока (j) через внешнее сопротивление и э. д. с. не учитывалось изменение потенциала в приэлектродных слоях. При этом вольт-амперная характеристика канала имела вид

$$(R + r)j = \mathcal{E} \quad (6.1)$$

Поступая таким образом, отвлекаются от эмиссионных свойств электрода. Предполагается, что «необходимая» плотность тока, определяемая (6.1), обеспечивается эмиссией электрода. Для того чтобы написать выра-

жение для вольт-амперной характеристики с учетом эмиссионных свойств электрода, необходимо задаться законами эмиссии электрода и определить изменение потенциала в приэлектродных слоях [2].

Распределение потенциала в канале в условиях, при которых имеет место (4.3) в отсутствие тока, представлено на фиг. 8. (Этим условиям соответствуют расчеты § 5 для графитовых электродов [8] и рабочей смеси $\text{Ag} + 0.1\% \text{K}$ при $p = 0.1 \text{ атм.}$)



Фиг. 8

Разность потенциалов на внешней нагрузке, с одной стороны, равна

$$\varphi_A - \varphi_B = jR \quad (6.2)$$

С другой стороны

$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E} - rj - \varphi_+ + \varphi_- + \Phi_+ - \Phi_- \quad (6.3)$$

Из (6.2) и (6.3) получаем вольт-амперную характеристику канала

$$(R + r)j = \mathcal{E} - \varphi_+(j, T_+) + \varphi_-(j, T_-) + \Phi_+ - \Phi_- \quad (6.4)$$

Это соотношение показывает, что учет эмиссионных свойств электродов приводит к тому, что вольт-амперная характеристика становится нелинейной.

Соотношение (6.4) показывает, что с точки зрения получения больших токов при той же э. д. с. \mathcal{E} выгодно, чтобы положительный электрод обладал большей работой выхода, чем отрицательный ($\Phi_+ > \Phi_-$). Отметим, что этот вывод относится к случаю, когда $\varphi_- > 0$. При малой работе выхода отрицательного электрода φ_- может оказаться меньше нуля для всех j или при j больше некоторого значения. В этих условиях выгоднее иметь отрицательный электрод с низкой работой выхода. Кроме того, так как (см. фиг. 6, 7)

$$\varphi_+(j, T_1) < \varphi_+(j, T_2), \quad \varphi_-(j, T_1) > \varphi_-(j, T_2) \quad \text{при } T_1 > T_2$$

выгодно положительный электрод нагревать, а отрицательный охлаждать. Но так как работы выхода различных материалов отличаются на величины порядка нескольких вольт, а изменение потенциала φ_- имеет порядок десятых долей вольта в широком диапазоне изменения температур, то в ряде случаев (когда E больше или порядка десятков вольт) при расчетах можно считать $\Phi_+ = \Phi_-$ и $T_+ = T_-$. При этом

$$(R + r)j = \mathcal{E} - \varphi_+(j, T) + \varphi_-(j, T) \quad (6.5)$$

Здесь T — температура положительного электрода. Соотношение (6.5) будет точным, если $T_+ = T_- = T$ и материал электродов одинаковый. Эти условия в дальнейшем предполагаются выполненными.

На фиг. 9 и 10 представлены вольт-амперные характеристики канала, рассчитанные по (6.5). При расчете предполагалось, что профиль скоростей в канале имеет вид

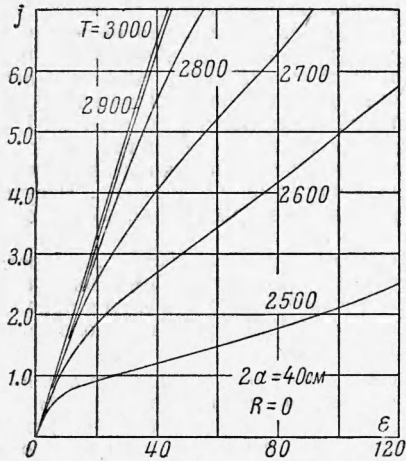
$$u/u_0 = [1 - |y|/a]^{1/2}$$

где $u_0 = 1 \text{ км/сек}$ — скорость на оси канала; профиль температур подобен профилю скорости; рабочая смесь $\text{Ag} + 0.1\% \text{K}$, температура на оси канала $T_0 = 3000^\circ$; материал электрода графит [8] ($A = 5.93 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$, $\Phi = 3.93 \text{ э}$); внешнее сопротивление $R = 0$. Фиг. 9 соответствует каналу ширины $2a = 40 \text{ см}$, фиг. 10 — каналу $2a = 400 \text{ см}$.

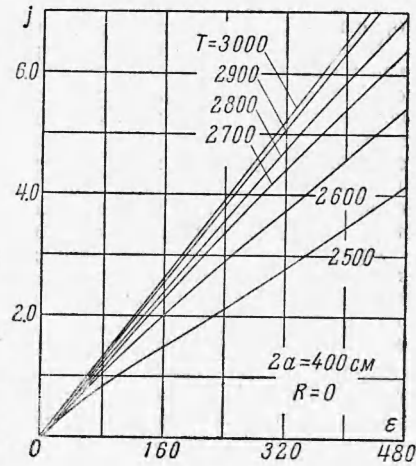
Фиг. 9 показывает, что при учете влияния электрического поля приэлектродных слоев на эмиссию электронов из электродов на вольт-амперной характеристике отсутствует участок токов насыщения [2]. Вольт-амперная характеристика имеет участок, близкий к прямолинейному (6.1) при токах $j \sim j_0$. При больших токах вольт-амперная характеристика близка к прямой, но угол наклона меньше, чем на начальном уча-

стке. Это говорит о том, что наличие приэлектродных слоев можно рассматривать как возрастание эквивалентного внутреннего сопротивления канала ($r^* = \xi/j$). Причем r^* почти постоянно для малых и больших токов, за исключением узкого (по токам) переходного участка вольт-амперной характеристики.

Так как рост сопротивления за счет приэлектродных слоев, грубо говоря, зависит только от величины тока j , то его вклад в r^* тем меньше, чем больше внутреннее



Фиг. 9



Фиг. 10

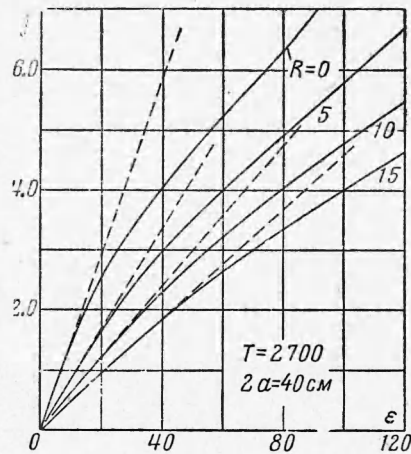
сопротивление канала. Это положение иллюстрируется фиг. 10 (внутреннее сопротивление канала, соответствующего этой фигуре, в десять раз больше, чем соответствующего фиг. 9). Фиг. 10 показывает, что вольт-амперные характеристики для канала в 400 см лежат ближе к прямолинейным характеристикам (6.1), чем характеристики канала $2a = 40$ см. (Вольт-амперные характеристики (6.1) для различных температур представляют собой касательные к соответствующим кривым на фиг. 9, 10 в начале координат.)

На фиг. 11 показана зависимость вольт-амперной характеристики от величины внешней нагрузки (R , ом) для $T = 2700^\circ$. В этих условиях $r = 6.923$ ом. На этой фигуре пунктиром даны характеристики (6.1). С ростом внешнего сопротивления вольт-амперная характеристика приближается к прямолинейной (6.1).

§ 7. Обсуждение результатов. Движение ионизованного газа в канале в поперечном магнитном поле сопровождается возникновением электрического поля. При этом стенки канала оказываются под разным электрическим потенциалом. Если стенки канала (фиг. 1) соединены через внешнюю нагрузку, в газе и во внешней цепи могут течь токи.

Протекание тока в канале связано с тем, что электроны поступают в объем газа через одну из стенок (положительный электрод) и уходят из газа через другую стенку (отрицательный электрод), обеспечивая тем самым непрерывность токовых линий. Естественно поэтому, что величина тока, протекающего в системе, и разность потенциалов на внешней нагрузке зависят не только от гидродинамических и электрических параметров потока и внешней цепи, но и от механизма обмена электронами на границе газа и электродов.

Количество электронов, поступающих в газ с поверхности электрода, зависит от эмиссионных свойств материала электрода, которые можно определить двумя константами Φ и A , от температуры электрода и от величины электрического поля вблизи поверхности электрода. Электрическое поле вблизи поверхности электрода определяется структурой (распределение заряда, толщина и т. д.) приэлектродного слоя.



Фиг. 11

Разность потенциалов на внешней нагрузке определяется изменением потенциала в различных областях потока и дается соотношением (6.3), а величина тока, протекающего в системе, дается (6.4).

Соотношение (6.4) показывает, что для решения задачи необходимо знать связь изменений потенциала в приэлектродных слоях (φ_+ , φ_-) с другими величинами, определяющими задачу. Ясно, что эта связь должна существенным образом зависеть от эмиссионных свойств электрода. Характер зависимости φ_+ и φ_- от параметров, определяющих задачу (материал электрода, его температура и давление в потоке газа, скорость и т. д.), может быть установлен либо экспериментально, либо теоретически.

В работе [2] и в настоящей работе показано, как можно установить подобную связь на основании некоторых систем предположений относительно свойств поверхности электрода и потока газа. Сравнивая результаты этих работ, можно видеть, что конечный результат существенно зависит от характера принятых предположений. Надо сказать, что предположения, сделанные здесь, более близки к условиям, имеющим место при течении газа в каналах и, по-видимому, хорошо соблюдаются при течении плотных газов и довольно высоких температурах электродов ($T \geq 2500^\circ$). Отсутствие экспериментальных данных по течениям газа в таких условиях не позволяет сравнить результаты теории с экспериментом.

Проведенные расчеты показывают, что при температурах ниже 2500° и плотностях тока порядка нескольких ампер падение потенциала в приэлектродных слоях становится порядка десятков вольт. Электрические поля, действующие при этом в приэлектродном слое, достигают величин 10^5 — 10^6 в/см. При таких полях предположения, принятые здесь, по-видимому, будут нарушаться.

При полях порядка 10^6 в/см возможна существенная автоэлектронная эмиссия [9]. Хотя теоретически автоэлектронная эмиссия наступает при полях порядка 10^7 в/см, но экспериментальные данные показывают [5], что существенная автоэлектронная эмиссия, особенно при плохих поверхностях электрода, возможна уже при полях на порядок меньших ($\sim 10^6$ в/см). Кроме того, при больших ускоряющих полях электроны в приэлектродном слое ускоряются до энергий выше потенциала ионизации газа и, следовательно, могут ионизовать газ путем удара. При этом плотность заряженных частиц вблизи электрода может существенно отличаться от плотности, даваемой формулой Саха и принятой в настоящей работе. Наконец, ускоренные в больших электрических полях ионы, ударяясь о поверхность электрода, могут выбивать дополнительные электроны и тем самым увеличивать плотность эмиссионного тока [3]. Плотность ионного тока при этом может быть небольшой.

Приведенные соображения указывают на то, что при низких температурах электродов необходимо более детальное рассмотрение процессов, происходящих в приэлектродных слоях. Вместе с тем, так как теоретическое описание перечисленных выше процессов не может быть сделано исчерпывающим образом, при изучении этих процессов необходимо, по-видимому, использовать экспериментальные данные.

Поступила 8 VI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Л ю б и м о в Г. А. К постановке задачи о магнитогидродинамическом пограничном слое. ПММ, 1962, XXVI, вып. 5.
2. Л ю б и м о в Г. А. О граничных условиях на поверхности контакта ионизованный газ — твердое тело. ПМТФ, 1963, 4.
3. R a i n Н. А., S m y P. R. Experiments on power generation from a moving plasma. J. fluid mech., 1961, vol. 10, No 1 (Сб. пер. «Механика», ИЛ, 1962, № 3).
4. G e o r g e D. W., M e s s e r l e H. K. Electrode conduction processes in air plasma. J. fluid. mech., 1962, vol. 13, No 3 (Сб. пер. «Механика», ИЛ, 1963, № 2).
5. Г а п о н о в В. И. Электроника. Физматгиз, 1960.
6. L e w i s H. W., R e i t z I. R. Thermoelectric properties of the plasma diode. J. Appl. Phys., 1959, vol. 30, No 9.
7. М о й ж е с Б. Я., П и к у с Г. Е. К теории плазменного термоэлемента. Физ. тверд. тела, 1960, т. 2, вып. 4.
8. M u l l a n e y G. Y., K y d d P. H., D i b e l i u s N. R. Electrical conductivity in flame gases with large concentration of potassium. J. Appl. Phys., 1961, vol. 32, No. 4. (Сб. пер. «Плазма в магнитном поле», Госатомиздат, 1962.)
9. Е л и с о н М. И., В а с и л ь е в Г. Ф. Автоэлектронная эмиссия. Физматгиз, 1958.