Проблемы логики и методологии науки

УДК 165.4
DOI: 10.15372/PS20210403

А.В. Хлебалин

POLYMATH И ТРАНСФОРМАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

В статье исследованы социально-эпистемологические характеристики трансформации математического сообщества и математической практики получения и верификации знания в новых формах организации математического исследования на примере платформы Polymath. Показано, что формально-логические модели распределения знания и получения доказательств в Polymath на основе эпистемической логики для мультиагентных систем не только предоставляют более выразительные средства исследования аргументации в математической практике, но и обладают большой значимостью для исследования института экспертизы знания в традиционных формах организации математической практики.

Ключевые слова: математическое сообщество, дистрибутивное знание, Polymath, математическая аргументация

A.V. Khlebalin

POLYMATH AND THE TRANSFORMATION OF MATHEMATICAL PRACTICE

The article examines the socio-epistemological features of the transformation of the mathematical community and mathematical practice of obtaining and verifying knowledge in new forms of organizing mathematical research on the example of the *Polymath* platform. It is shown that formal logic models of the distribution of knowledge and obtaining proof in *Polymath* based on epistemic logic for multi-agent systems not only provide more expressive means of studying arguments in mathematical practice, but also are of great importance for studying the institution of knowledge expertise in traditional forms of organizing mathematical practice.

Keywords: mathematical community; distributive knowledge; Polymath; mathematical arguments

Исследование влияния техники на развитие естественных наук давно является классическим направлением в истории и философии науки. Хорошо известны примеры того, как возникновение новых технических средств, например телескопа или микроскопа, влияет на развитие науки, открывая целые области исследований. Знаменитая метафора техники как «продолжения организма» (те же телескоп и микроскоп как «усиление глаза»), видимо, не отражает всего многообразия воздействия технических нововведений на практику научного исследования, поскольку не охватывает порой непредсказуемую в своих масштабах трансформацию практики получения, верификации, хранения и распространения знания, вызываемую техническими нововведениями. Математика традиционно оставалась в стороне от такого рода исследований. Очевидной причиной этого является представление о математическом исследовании как по существу своему индивидуальном предприятии, направленным на постижение абстрактных сущностей, не обладающих эмпирическими проявлениями, с которыми имеет дело техника. Простые же технические устройства вроде калькулятора или логарифмической линейки служат не более чем экономии времени и освобождению исследователя от рутинных процедур, которые скорее сопутствуют математическому исследованию, чем составляют его существенную часть.

Применение компьютеров в математической практике, их использование не только для верификации уже полученных результатов, но и для получения нового знания претендует на то, чтобы поставить под сомнение устоявшуюся интерпретацию роли техники в математическом исследовании. «Компьютерная математика» стала очень популярной темой в обсуждении целого ряда аспектов современной математики – от эпистемологии до педагогики. Порой эти обсуждения носят явно популистский характер, сводясь к лозунгам о «рождении альтернативной математики» или «подлинном рождении математики» на одном полюсе до фактически луддитских призывов на другом. Подавляющая часть содержания дебатов о применении компьютера в математическом исследовании, на наш взгляд, совершенно оправданно касается эпистемологического статуса компьютерных результатов, проблем их верификации и общего вопроса о том, как использование компьютерных технологий в получении новых результатов влияет на концепцию математического доказательства. Здесь мы попытаемся осветить несколько иную проблему – проблему влияния вычислительных технологий на организацию получения, сохранения и распространения математического знания. Имеется в виду то влияние, которое использование компьютерных средств коммуникации оказывает на организацию математического сообщества как источника получения, хранения и распространения знания.

Традиционная концепция математического знания, акцентуированная, например, трактовкой природы математического доказательства Р. Декартом, представляет математическое исследование как сугубо индивидуальное предприятие. Декарт характеризует математическое доказательство как такой аргумент, который обеспечивает достижение понимания, вызывает своего рода «вау-эффект». Для этого оно должно быть ясным, точным, обозримым настолько, что его целиком можно удерживать в уме, несомненным, что и приводит к его пониманию как надежно удостоверяющего истинность утверждения. Все перечисленные характеристики очевидно индивидуальны, создание и постижение доказательства совершаются в индивидуальном уме. Нельзя сказать, что Декарт формулирует индивидуалистскую трактовку математического исследования. Он скорее опирается на нее в своей концепции доказательства. Действительно, история математики – это история, как правило, индивидуальных результатов (справедливости ради нужно отметить и то, что нередко более пристальный взгляд обнаруживает очень часто возникающие споры о первенстве в авторстве многих результатов, которые тем не менее стремлением определить само первенство подтверждают концепцию именно индивидуального исследования). Наряду с этим широко известны примеры совместной работы ярких талантливых индивидуальностей, усиливающих исследовательский потенциал друг друга. Одним из таких примеров блестящего сотрудничества талантливых самостоятельных ученых является известный дуэт Г. Харди и Дж. Литлвуда, силами которого Англия стала лидирующим центром математического анализа и о котором Г. Бор сказал: «Сейчас есть только три по-настоящему великих английских математика: Харди, Литлвуд и Харди-Литлвуд».

Применение компьютерных технологий в математической практике существенно изменяет и саму организацию этой практики. Речь идет не столько о хорошо известной проблеме необозримости полученных компьютером результатов. Имеется в виду тот факт, что исспользование новых средств коммуникации в математической практике привело к получению коллективных результатов, к которым неприменима индивидуалистская концепция математического познания. Это результаты, которые являются итогом сотрудничества множества ученых и понимание которых находится за пределами постижимости не только для отдельных ученых, но и для сообществ математиков. Оценка успешности такого рода доказательств, особенно в аспекте их верификации и признания сообществом, требует привлечения не только традиционного логико-эпистемологического анализа, оценивающего сам аргумент и игнорирующего участников взаимодействия, но и более общей, социально-эпистемологической интерпретации, включающей агентов взаимодействия. Недостаточность классических формальных универсалистских моделей научного знания (см., например, [2]), привела к разработке эпистемической логики, предназначенной для мультиагентных систем [3].

В 2009 г. Т. Гауэрс создал онлайн-площадку в формате блога для коллаборации математиков. Сам Гауэрс определяет себя не как создателя теорий, а как математика, нацеленного на решение проблем. Именно эта стратегия кажется ему наиболее плодотворной и обеспечивающей обнаружение скрытых связей между проблемами и теориями. Во имя этих целей создавался и Polymath. Эксперимент Гауэрса широкое внимание в академических кругах и за их пределами. Гауэрс тесно сотрудничал с физиком М. Нильсеном при разработке структуры блога для поддержки Polymath. В статье в «Nature» в 2009 г. они размышляли о масштабе последствий своего эксперимента [4]. В некотором роде манифестом нового типа организации научного исследования и научного сообщества явилась книга Нильсена [5], провозглашающая наступление эры открытой науки и оценивающая преимущества новой организации научной практики, осуществляемой средствами современных систем коммуникации. Анализ содержания блога поразил даже организаторов: «Кто бы мог подумать, что рабочие записи математического проекта будут похожи на триллер» [4, p. 879]. Наиболее восторженные читатели блога начали разговоры о возможности «этнографии математики» – исследовании функционирования исследовательских сообществ, ведь никогда социально-психологическая составляющая научной коммуникации не была представлена исследователю так наглядно. Анализ содержания записей показал удивительные результаты: только 30% этих записей являлись шагами в доказательстве, подавляющая же часть содержания блога оказалась посвящена анализу примеров, контрпримеров и используемых концепций.

Участники проекта самостоятельно установили общие стандарты представления результатов и аргументации, что ускорило достижение консенсуса. По мере накопления доказательств блог предоставляет общее когнитивное пространство и кратковременную рабочую память. Коллективные результаты в математике известны. Например, проблема классификации простых конечных групп решалась большим числом математиков. Но эта проблема разделялась на огромное количество задач, решения которых не всегда зависели от решений для других подзадач. Особенность платформы Гауэрса заключалась в том, чтобы создать коллектив, работающий именно над одной проблемой. Polymath представляет собой невероятно динамичный, живой исследовательский организм, генерирующий правила оценки аргументов и стандартов представления полученных результатов.

Polymath явился беспрецедентным задокументированным экспериментом осуществления математического исследования. Сами создатели платформы оценили ее как наглядную демонстрацию «Доказательства и опровержений» И. Лакатоса. Социологическая ценность такого эксперимента очевидна. Возникает вопрос о том, насколько этот эксперимент интересен с точки зрения эпистемологии математики. Очевидно, что декартовская концепция математического доказательства здесь не может пригодиться. Апологеты эксперимента настаивают на том, что здесь речь должна идти о принципиально иной модели знания – модели дистрибутивного знания.

Для сторонника концепции дистрибутивного знания оно нерасторжимо связано с координацией совместных действий участников исследования. Эту особенность традиционно уподобляют проблеме скоординированности военных действий: чтобы выиграть битву, два генерала должны убедиться, что они одновременно атакуют врага. Последнее может быть достигнуто только тогда, когда все участники знают, что, скажем, план состоит в том, чтобы атаковать на рассвете. Для координации своих действий генералы нуждаются в устойчивости коммуникации и в ее надежности. Но в интересующей нас ситуации дистрибутивного знания воображаемые военачальники не уверены в надежности канала связи (посыльных могут перехватить, сообщения могут расшифровать и т.д.). Эта ситуация аналогична ситуации, когда участники Polymath обмениваются частными сообщениями: «Пусть *согласие* (ψ) будет формулой, которая верна в состояниях, в которых игроки договорились о ψ. ...[Мы] ожидаем, что если A и B придут к соглашению относительно ψ, то каждый из них знает, что они договорились о ψ. Это ключевое свойство соглашения: чтобы было достигнуто согласие, каждый участник соглашения должен знать, что соглашение есть. Таким образом, мы ожидаем: согласен (ψ) = $\square$ E (*согласен* (ψ)). Правило индукции для общего знания говорит нам, что если это так, то: соглашение (ψ) = $\Box C$ (согласование (ψ)) – также верно. Следовательно, согласие подразумевает общее знание» [3, p. 189–190].

Предполагая, что совместное математическое исследование, организованное на основе Polymath, требует скоординированных действий, можно было бы предположить, что общее знание будет жизненно важно для успеха проекта. В связи с этим можно было бы ожидать, что все знание должно быть полностью доступно участникам проекта: все то, что сообщается в чатах участниками, общедоступно на веб-сайте. И все же если бы это было так, весь эксперимент оказался бы довольно скучным примером объединения ресурсов (как с точки зрения вычислительных мощностей, так и с точки зрения кооперации математических знаний). Эксперимент Polymath интересен тем, что в нем при широком разнообразии агентов процесс ограничения разнообразия гарантирует, что все предприятие останется достаточно целенаправленным, обеспечивающим в конечном итоге нахождение решения и получение доказательства. Когда речь идет о сообщениях (актах обмена информацией в чатах), Polymath предполагает, что необходимо рассматривать весь коммуникационный процесс на сайте как смесь публичных и квазипубличных сообщений: публичные сообщения обеспечивают определенный уровень координации, а частные и получастные сообщения поддерживают определенную степень разнообразия. В такой ситуации успех координации действий членов коллектива зависит от скоординированности общего знания и разнообразия.

Моделирование такой регуляции включает методологические допущения. Первое из них состоит в следующем: чтобы разработать формальную модель данного явления, нужно решить, какие именно характеристики мы заинтересованы отразить в модели. Принципиально важен для наших целей здесь вопрос о том, как информация распределена и как это распределение может быть изменено посредством коммуникации. То есть при моделировании дистрибутивности знания на платформе Polymath абстрагируются от характера решаемой задачи. Такую общую модель дистрибутивного знания в Polymath предложил П. Алло [1]. Второй тип абстракции следует из того факта, что формальная модель предполагает, что все агенты должны быть логически всеведущими. Это распространенный тип идеализации в моделировании. Это означает, что модель не может выявить специфические особенности, связанные с ресурсами, необходимыми для выполнения определенных вычислений. В результате формальная модель также будет игнорировать аспекты, связанные с тем, что путем делегирования задача проверки ряда ограниченных случаев вычислительных ресурсов может быть общей (т.е. если все агенты имеют неограниченные ресурсы, нет смысла делегировать чисто вычислительные задачи). Разрабатываемая модель структуры сообщества претендует на то, чтобы отображать, как информация может распространяться внутри сообщества.

Разрабатываемая модель дистрибутивного знания для Polymath и аналогичных систем «коллективной математики» далека от завершения и весьма абстрактна. Тем не менее полученные результаты уже позволяют моделировать процесс регулирования обмена информацией в сообществах с разной степенью доступности к общему знанию, обеспечивающему консенсус, и разнообразия, представленного участниками. В данном типе моделей математической аргументации присутствуют условия достижения консенсуса как результата деятельности по обработке информации внутри сообщества в зависимости от положения множества агентов в системе. Достоинство этих моделей состоит в том, что, в отличие от сугубо социологического подхода, они обладают несомненной эпистемологической значимостью, не будучи исключительно описательными, но претендуя на объяснение. Polymath является ярким экспериментом, который в наши дни утратил во многом скандальную славу первых лет своего существования. Пока еще трудно предположить, останется ли этот проект единичным смелым экспериментом или, как надеются его апологеты, даст начало новой форме организации математической практики. Так или иначе, можно сказать, что в случае Polymath мы столкнулись с не имевшим прежде аналогов примером организации математического исследования не как простой кооперации индивидов. Разрабатываемые на основе Polymath социально-эпистемологические модели аргументации в математической практике могут иметь применение и за пределами самого этого эксперимента. Ведь во многом ключевые параметры этих моделей – доступность общего знания и уровень разнообразия участников сообщества – имеют аналоги и в традиционной деятельности математического сообщества вне искусственно созданной интернет-платформы. Например, применение полученных в ходе построения формально-логических моделей распределения знания в многоагентных системах будет полезно при исследовании такой важной для существования математической практики проблемы, как процедура экспертизы математического знания и оценки ее эффективности.

Литература

1. *Allo P., Van Bendegem J.P., Van Kerkhoven B*. Mathematical arguments and distributed knowledge // The Argument of Mathematics / Ed. by A. Aberdein, I. J. Dove. – Springer, 2013. – P. 339–360.

2. *Bovens L., Hartmann S.* Bayesian epistemology. – Oxford: Oxford University Press, 2003.

3. *Fagin R., Halpern J.Y., Moses Y., Vardi M.Y.* Reasoning About Knowledge. – Cambridge, MA: MIT Press, 1995.

4. *Gowers T., Nielsen M.* Massive collaborative mathematics // Nature. – 2009. – No. 461. – P. 879–881.

5. *Nielsen M.* Reinventing Discovery: The New Era of Networked Science. -Princeton University Press, 2012.

References

1. *Allo, P., J.P. Van Bendegem & B. Van Kerkhove.* (2013). Mathematical arguments and distributed knowledge. In: Aberdein, A. & I.J. Dove (Eds.). The Argument of Mathematics. Springer, 339–360.

2. *Bovens, L. & S. Hartmann.* (2003). Bayesian Epistemology. Oxford, Oxford University Press.

3. *Fagin, R., J.Y. Halpern, Y. Moses & M.Y. Vardi.* (1995). Reasoning About Knowledge. Cambridge, MA, MIT Press.

4. *Gowers, T. & M. Nielsen.* (2009). Massive collaborative mathematics. Nature, 461, 879–881.

5. *Nielsen, M.* (2012). Reinventing Discovery: The New Era of Networked Science. Princeton University Press.

Информация об авторе

Хлебалин Александр Валерьевич – Институт философии и права Сибирского отделения Российской академии наук (ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия)
sasha_khl@mail.ru

Information about the author

Khlebalin Alexander Valerievich – Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (8, Nikolaeva st., Novosibirsk, 630090, Russia)
sasha_khl@mail.ru

Дата поступления 26.11.2021