

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В МАТЕРИАЛАХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

В. А. Горохов, С. А. Капустин, Ю. А. Чурилов

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,
603950 Нижний Новгород, Россия
E-mails: vas-gor@rambler.ru, sergei.kapustin@mail.ru, chyuan@rambler.ru

Представлены результаты исследования на основе метода конечных элементов упруго-пластического деформирования и накопления повреждений в материалах конструкций при различных режимах циклического нагружения. Поведение материала описывается с помощью соотношений механики поврежденной среды с использованием модели термопластичности, в которой учитываются особенности пластического деформирования материала при циклических нагружениях, и кинетических уравнений теории накопления повреждений энергетического типа. Установлены основные закономерности пластического деформирования и развития повреждений в материалах в режимах жесткого, мягкого, симметричного и несимметричного малоциклового нагружения.

Ключевые слова: пластическое деформирование, малоцикловое нагружение, накопление повреждений, численное моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20170311

Введение. Проблемы математического моделирования упругопластического деформирования материалов и конструкций в условиях малоциклового усталости рассматриваются в работах [1–6]. В этих работах основное внимание уделяется построению моделей, описывающих процессы малоциклового деформирования и накопления повреждений в материалах конструкций при изотермическом и неізотермическом нагружениях [1–4] с учетом дополнительного упрочнения при пропорциональных и непропорциональных циклических нагружениях [5] и влияния многостадийного характера развития повреждений на процесс разрушения [2, 3, 6]. В данной работе исследуются закономерности кинетики процессов малоциклового пластического деформирования и накопления повреждений в материалах конструкций для некоторых режимов малоциклового нагружения (жесткого, мягкого, симметричного и несимметричного), выявленные на основе численного решения соответствующих задач термопластичности для элементов конструкций, выполненных из нержавеющей стали марки 12X18H10T.

Рассматриваемые задачи решаются в рамках соотношений механики поврежденной среды на основе метода конечных элементов с использованием модели пластичности и ки-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 16-19-10237).

© Горохов В. А., Капустин С. А., Чурилов Ю. А., 2017

нетических уравнений теории накопления повреждений энергетического типа [2, 6] путем дискретизации процесса деформирования для отдельных циклов нагружения на некоторое число этапов и последовательного интегрирования инкрементальных уравнений, описывающих состояние исследуемых конструкций с учетом истории необратимого деформирования и накопленной поврежденности материала.

Кинетика процессов малоциклового пластического деформирования конструкций в значительной степени определяется режимами нагружения, которые реализуются в отдельных точках материала исследуемых конструкций.

Для случаев малоциклового пластического деформирования элементов конструкций в условиях однородного напряженно-деформированного состояния, которое желательно реализовать при проведении соответствующих экспериментов, можно выделить ряд режимов с характерными для каждого из них закономерностями изменения пластических деформаций. В частности, известны режимы жесткого нагружения с заданной амплитудой деформаций и режимы мягкого нагружения, в которых задаются диапазоны значений компонент тензора напряжений.

Из результатов экспериментов следует, что для циклически стабильных и циклически упрочняющихся материалов в режимах жесткого симметричного и несимметричного нагружения координаты центра петель кривой пластического деформирования и их ширина с увеличением числа циклов практически не меняются, а амплитуды напряжений могут меняться в зависимости от циклических свойств и степени поврежденности материала в данный момент нагружения. В режиме мягкого симметричного нагружения координаты центра петель кривой пластического деформирования также не меняются, а ширина петель сначала незначительно уменьшается, а затем стремится к некоторому стабильному значению.

Более сложная картина петель циклического гистерезиса наблюдается в режиме мягкого несимметричного нагружения. В этом случае при увеличении числа циклов нагружения происходит смещение петель гистерезиса как жесткого целого в направлении наибольшей амплитуды тензора деформаций, а также изменение ширины петель, причем параметры, характеризующие эти изменения, асимптотически стремятся к некоторым стационарным значениям. Указанные особенности циклического деформирования имеют место на первой стадии процесса накопления повреждений, когда развивающаяся в материале поврежденность не оказывает существенного влияния на характеристики процесса деформирования. На следующих стадиях процесса происходит постепенное разупрочнение материала и картина циклического деформирования становится еще более сложной.

При циклическом деформировании реальных конструкций вследствие неоднородности напряженно-деформированного состояния в различных точках материала и перераспределения напряжений и деформаций в процессе пластического деформирования редко реализуется какой-либо один режим нагружения.

В данной работе приводятся результаты численного исследования процессов упруго-пластического деформирования и накопления повреждений в элементах конструкций из нержавеющей стали марки 12Х18Н10Т при различных режимах малоциклового нагружения, полученные с использованием модели поврежденного материала, реализованной в вычислительном комплексе УПАКС [2]. Для моделирования процесса пластического деформирования материала используется реализованная в вычислительном комплексе УПАКС модель термопластичности, описывающая основные закономерности пластического деформирования при монотонном и блочном циклических нагружениях [2]. Численное решение линеаризованных задач осуществляется на основе метода конечных элементов с использованием изопараметрических квадратичных конечных элементов, реализованных в вычислительном комплексе УПАКС [2].

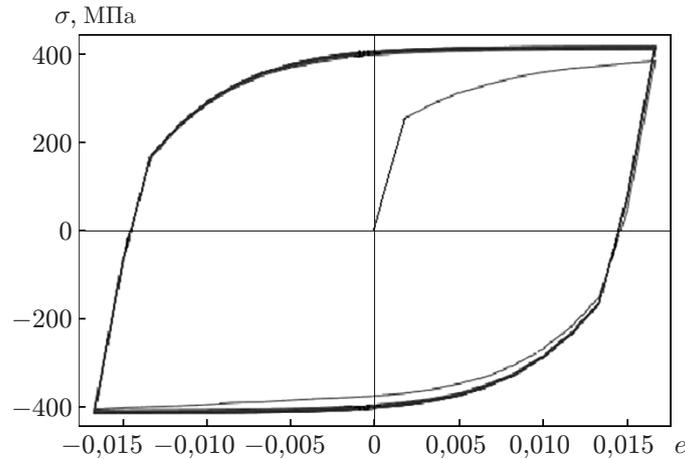


Рис. 1. Зависимость осевых напряжений σ от осевых деформаций ϵ в режиме жесткого симметричного нагружения для первых семи циклов

1. Моделирование процессов малоциклового нагружения в условиях однородного напряженно-деформированного состояния. Рассматривается процесс упругопластического деформирования тонкостенного цилиндрического образца, изготовленного из стали марки 12Х18Н10Т, при различных режимах циклического нагружения. Длина рабочей части образца равна $l = 6,0$ мм, внешний диаметр $D = 21,0$ мм, толщина стенки $h = 1,0$ мм.

На торцах образца прикладывались осевые нагрузки (смещения в случае жесткого нагружения или распределенные нагрузки в случае мягкого нагружения), изменяющиеся в цикле по заданному закону. Процесс нагружения представлял собой последовательность одинаковых циклов, причем каждый цикл включал три этапа: 1) нагружение до максимального положительного значения; 2) разгрузка с последующим нагружением до отрицательных значений; 3) разгрузка. Численное решение задач осуществлялось в осесимметричной постановке с использованием реализованных в вычислительном комплексе УПАКС изопараметрических конечных элементов с квадратичным законом распределения функций перемещений.

1.1. *Жесткое нагружение.* Рассмотрены два режима нагружения со значениями смещений торцов на этапах U_1, U_2, U_3 :

— симметричное нагружение: $U_1 = 0,05$ мм, $U_2 = -0,05$ мм, $U_3 = 0$;

— несимметричное нагружение: $U_1 = 0,06$ мм, $U_2 = -0,04$ мм, $U_3 = 0$.

На рис. 1 показаны полученные на основе расчетов зависимости осевых напряжений σ от осевых деформаций ϵ при симметричном режиме нагружения для первых семи циклов.

В результате проведенных исследований установлено, что для рассмотренных вариантов нагружения стабилизация петель гистерезиса происходит практически после первого цикла. При этом в случае симметричных режимов петли располагаются симметрично относительно начала координат, а в случае несимметричных — смещены вдоль оси деформаций на величину, равную степени асимметрии цикла. Ширина петель не меняется и определяется амплитудными значениями торцевых перемещений.

1.2. *Мягкое симметричное нагружение.* Рассмотрен режим мягкого симметричного нагружения с напряжениями p_1, p_2, p_3 , распределенными на торце образца и соответствующими моментам окончания трех этапов нагружения цикла: $p_1 = 385$ МПа, $p_2 = -385$ МПа, $p_3 = 0$. Полученные на основе расчетов зависимости осевых напряжений σ от осевых деформаций ϵ для этого режима нагружения для первых семи циклов показаны на рис. 2.

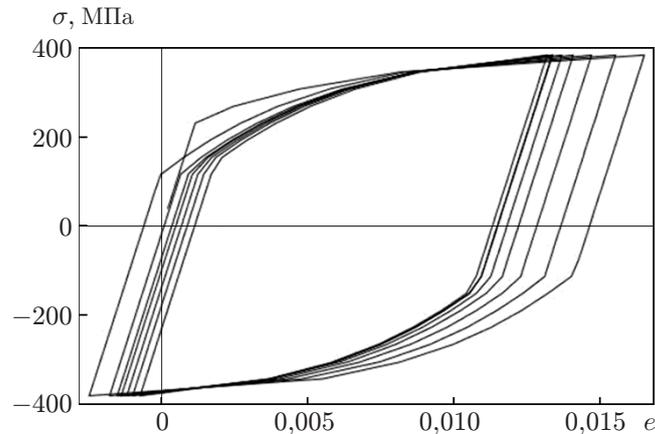


Рис. 2. Зависимость осевых напряжений σ от осевых деформаций ϵ в режиме мягкого симметричного нагружения для первых семи циклов

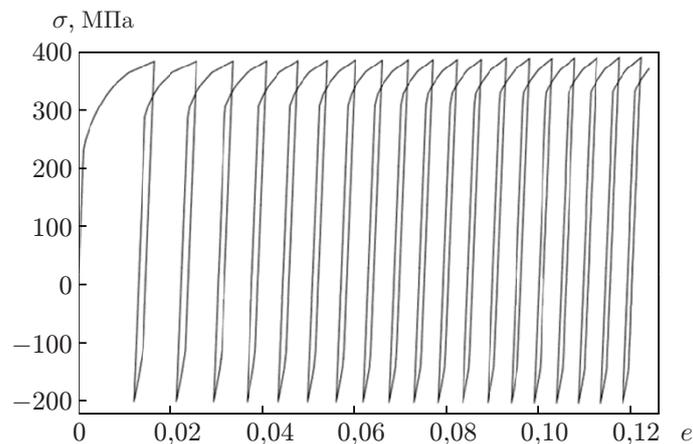


Рис. 3. Зависимость осевых напряжений σ от осевых деформаций ϵ в режиме мягкого несимметричного нагружения ($R_\sigma = 0,266$) для первых 20 циклов

Видно, что по мере увеличения числа циклов координаты центров петель гистерезиса практически не меняются, при этом ширина петель постепенно уменьшается, асимптотически приближаясь к некоторому стационарному значению, которое зависит от амплитуды торцевых напряжений и для данной задачи достигается в цикле $n_c \approx 20$.

1.3. *Мягкое несимметричное нагружение.* Рассмотрен ряд режимов мягкого несимметричного нагружения при постоянном значении максимальных растягивающих напряжений $p_1 = 385$ МПа и значениях параметра асимметрии цикла $R_\sigma = (p_1 + p_2)/(2p_1) = 0; 0,110; 0,188; 0,266; 0,305; 0,344$. Случаю $R_\sigma = 0$ соответствует рассмотренный выше режим симметричного нагружения, случаю $R_\sigma = 0,5$ — режим пульсирующего нагружения.

Зависимость осевых напряжений σ от осевых деформаций ϵ в режиме мягкого несимметричного нагружения, полученная при $R_\sigma = 0,266$ для первых 20 циклов, показана на рис. 3. Видно, что по мере увеличения числа циклов петли гистерезиса постепенно смещаются относительно начала координат вдоль оси деформаций, при этом ширина петель уменьшается.

Если в качестве меры смещения петель использовать величину $p(n_c)$, представляющую собой разность интенсивностей пластических деформаций k_s для текущего n_c и первого $n_c = 1$ циклов нагружения: $p(n_c) = k_s(n_c) - k_s(1)$, то смещение петли за один цикл

Таблица 1

Зависимость $k_s(n_c)$ для первых 10 циклов при различных значениях параметра асимметрии цикла R_σ

n_c	k_s					
	$R_\sigma = 0$	$R_\sigma = 0,11$	$R_\sigma = 0,188$	$R_\sigma = 0,266$	$R_\sigma = 0,305$	$R_\sigma = 0,344$
1	0,030 17	0,019 20	0,017 06	0,015 70	0,014 68	0,014 54
2	0,057 97	0,036 85	0,031 08	0,027 02	0,019 46	0,014 66
3	0,083 35	0,053 02	0,043 56	0,037 06	0,023 20	0,014 67
4	0,106 90	0,068 22	0,055 13	0,046 16	0,026 52	0,014 67
5	0,129 30	0,082 80	0,065 92	0,054 64	0,029 62	0,014 67
6	0,150 80	0,096 71	0,076 27	0,062 67	0,031 83	0,014 67
7	0,171 90	0,110 20	0,086 27	0,070 30	0,034 10	0,014 67
10	0,231 90	0,148 80	0,114 90	0,091 79	0,039 95	0,014 67

Таблица 2

Зависимость $k_p(n_c)$ для первых 10 циклов при различных значениях параметра асимметрии цикла R_σ

n_c	k_p					
	$R_\sigma = 0$	$R_\sigma = 0,11$	$R_\sigma = 0,188$	$R_\sigma = 0,266$	$R_\sigma = 0,305$	$R_\sigma = 0,344$
1	0,030 17	0,019 20	0,017 06	0,015 70	0,014 68	0,014 54
2	0,057 97	0,036 85	0,031 08	0,027 02	0,019 46	0,014 66
3	0,083 35	0,053 02	0,043 56	0,037 06	0,023 20	0,014 67
4	0,106 90	0,068 22	0,055 13	0,046 16	0,026 52	0,014 67
5	0,129 30	0,082 80	0,065 92	0,054 64	0,029 62	0,014 67
6	0,150 80	0,096 71	0,076 27	0,062 67	0,031 83	0,014 67
7	0,171 90	0,110 20	0,086 27	0,070 30	0,034 10	0,014 67
10	0,231 90	0,148 80	0,114 90	0,091 79	0,039 95	0,014 67

нагружения можно определить следующим образом: $\Delta p(n_c) = k_s(n_c) - k_s(n_c - 1)$. При этом ширина петли равна изменению длины траектории пластической деформации за один цикл нагружения: $\Delta k_p(n_c) = k_p(n_c) - k_p(n_c - 1)$, а амплитуду деформации $\Delta e(n_c)$ за один цикл можно определить как разность максимального и минимального в цикле значений осевой деформации: $\Delta e(n_c) = e^{\max} - e^{\min}$.

Из рис. 3 следует, что при $R_\sigma = 0,266$ функции $\Delta p(n_c)$, $\Delta k_p(n_c)$ и $\Delta e(n_c)$ являются монотонными, медленно убывающими.

Аналогичные расчеты проведены и для других режимов нагружения. Полученные в результате таких расчетов значения функций $k_s(n_c)$, $k_p(n_c)$ и $\Delta e(n_c)$ для первых 10 циклов при различных значениях параметра асимметрии цикла R_σ приведены в табл. 1–3. С увеличением числа циклов функция $k_p(n_c)$ монотонно возрастает (см. табл. 2), а в течение одного цикла монотонно убывает при всех значениях R_σ в рассмотренном диапазоне $0 \leq R_\sigma < 0,5$. При $R_\sigma = 0,5$ максимальное значение $k_p(n_c)$ достигается практически на первом цикле, и дальнейшее деформирование происходит без накопления пластических деформаций. Функция $k_s(n_c)$, характеризующая интенсивность пластических деформаций, при значениях $R_\sigma = 0; 0,5$ практически не зависит от числа циклов и достигает максимального значения в конце первого цикла. При значениях $0 < R_\sigma < 0,5$ функция $k_s(n_c)$ монотонно возрастает, а в течение одного цикла монотонно убывает. Функция $\Delta e(n_c)$, характеризующая амплитуду деформаций в цикле, с увеличением числа циклов также монотонно убывает.

Из табл. 1–3 следует, что все указанные выше функции зависят от степени асимметрии цикла, причем функции k_p и Δe монотонно убывают с увеличением R_σ , а зависимость функции $k_s(n_c)$ от R_σ имеет более сложный характер.

Таблица 3

Зависимость $\Delta e(n_c)$ для первых 10 циклов
при различных значениях параметра асимметрии цикла R_σ

n_c	Δe				
	$R_\sigma = 0$	$R_\sigma = 0,11$	$R_\sigma = 0,188$	$R_\sigma = 0,266$	$R_\sigma = 0,305$
1	0,019 26	0,008 00	0,005 56	0,003 91	0,002 60
2	0,017 34	0,007 80	0,005 40	0,003 83	0,002 57
3	0,016 16	0,007 64	0,005 30	0,003 77	0,002 56
4	0,015 35	0,007 52	0,005 21	0,003 71	0,002 55
5	0,014 80	0,007 42	0,005 14	0,003 68	0,002 53
6	0,014 39	0,007 31	0,005 09	0,003 64	0,002 52
7	0,014 15	0,007 24	0,005 04	0,003 61	0,002 52
10	0,013 50	0,007 08	0,004 93	0,003 57	0,002 51

Таблица 4

Зависимость функций $\Delta p(R_\sigma)$, $\Delta k_p(R_\sigma)$ и $\Delta e(R_\sigma)$ от параметра асимметрии цикла R_σ

R_σ	Δp	Δk_p	Δe	R_σ	Δp	Δk_p	Δe
0	0	0,2000	0,1350	0,266	0,0530	0,0694	0,0357
0,058	0,0413	0,1570	0,0931	0,305	0,0457	0,0538	0,0301
0,110	0,0510	0,1260	0,0708	0,344	0,0168	0,0180	0,0251
0,188	0,0539	0,0920	0,0493	0,500	0	0	0,0188

В табл. 4 приведены значения функций $\Delta p(R_\sigma)$, $\Delta k_p(R_\sigma)$ (изменение длины траектории пластической деформации) и $\Delta e(R_\sigma)$ для установившегося на начальной стадии процесса малоциклового деформирования (для 10-го цикла нагружения), полученные на основе расчета рассмотренных режимов нагружения. Для 10-го цикла нагружения функции $\Delta k_p(R_\sigma)$ и $\Delta e(R_\sigma)$ монотонно убывают, а функция $\Delta p(R_\sigma)$, характеризующая смещение петли за один цикл, достигает максимального значения при $R_\sigma \approx 0,26$.

Приведенные выше зависимости получены для случаев циклического нагружения при постоянных значениях максимального растягивающего напряжения p_1 и различных значениях параметра асимметрии цикла R_σ . Аналогичные расчеты проведены для режимов с постоянной амплитудой напряжений в цикле $p_a = p_1 - p_2 = 770$ МПа для ряда положительных значений параметра асимметрии цикла R_σ . Обнаружено, что характер изменения зависимостей $k_p(n_c)$ и $k_s(n_c)$ такой же, как и в рассмотренных выше примерах.

Таким образом, особенностями процесса малоциклового деформирования в режиме мягкого несимметричного нагружения являются смещение петель гистерезиса вдоль оси деформаций и уменьшение ширины петель с увеличением числа циклов. При этом по мере увеличения значения параметра асимметрии цикла ширина петли и амплитуда деформации за один цикл монотонно уменьшаются, а смещение петель принимает значение $\Delta p = 0$ при $R_\sigma = 0; 0,5$ и достигает максимального значения в диапазоне $0 < R_\sigma < 0,5$.

2. Моделирование процессов малоциклового нагружения в условиях неоднородного напряженно-деформированного состояния. Проведено численное моделирование процессов малоциклового нагружения цилиндрического образца, в рабочей части которого имеется выточка радиусом $R = 8,5$ мм. Диаметр рабочей части образца равен 29 мм, длина рабочей части $L = 30$ мм. Образец выполнен из нержавеющей стали марки 12X18H10T, причем необходимые для расчетов материальные функции (так же как и в задаче, рассмотренной в п. 1) построены на основе экспериментальных данных, приведенных в [2].

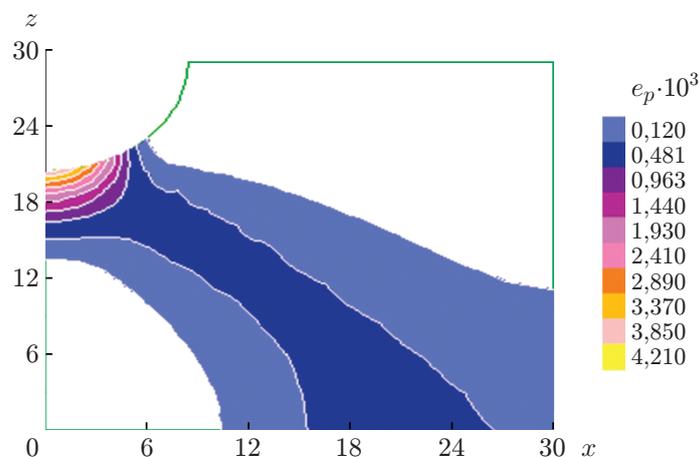


Рис. 4. Распределение пластических деформаций в продольном сечении цилиндрического образца с выточкой в конце первого цикла в режиме жесткого симметричного нагружения

Образец был равномерно нагрет до температуры $T = 350$ °С и находился в условиях циклического нагружения, которое в зависимости от рассматриваемых режимов нагружения представляло собой либо смещения торцов (в режиме жесткого нагружения), либо распределенные на торцах нагрузки (в режиме мягкого нагружения), изменяющиеся в цикле по заданному закону.

Численное решение задач осуществлялось в осесимметричной постановке с использованием изопараметрических конечных элементов с квадратичным законом распределения функций перемещений.

Рассмотрены следующие режимы циклического нагружения:

— жесткое симметричное с перемещениями торцов на этапах $U_1 = 0,0413$ мм, $U_2 = -0,0413$ мм, $U_3 = 0$;

— мягкое симметричное с напряжениями p_1, p_2, p_3 , распределенными на торце образца, для трех этапов нагружения цикла: $p_1 = 19,7$ МПа, $p_2 = -19,7$ МПа, $p_3 = 0$;

— мягкое несимметричное: $p_1 = 19,7$ МПа, $p_2 = -10,0$ МПа, $p_3 = 0$.

На рис. 4 представлено распределение пластических деформаций в продольном сечении образца в конце первого цикла в режиме жесткого симметричного нагружения.

В процессе численного моделирования контролировались напряженно-деформированное состояние и степень поврежденности материала в наиболее нагруженной точке образца, расположенной в наружных волокнах центрального поперечного сечения.

Установлено, что на первой стадии процесса (начальной стадии накопления повреждений) в режиме симметричного нагружения (как жесткого, так и мягкого) процесс циклического деформирования в рассматриваемой точке незначительно отличается от процесса деформирования в условиях однородного напряженно-деформированного состояния. В случае несимметричных циклов наблюдается отклонение от деформирования в условиях однородного напряженно-деформированного состояния, проявляющееся в постепенном смещении петель в направлении отрицательных напряжений, которое увеличивается с увеличением степени поврежденности материала.

3. Особенности развития повреждений в режиме мягкого несимметричного нагружения. В режимах жесткого симметричного и несимметричного нагружения процесс накопления повреждений и малоцикловое разрушение материала конструкций достаточно точно описываются используемыми в настоящей работе моделями, причем полу-

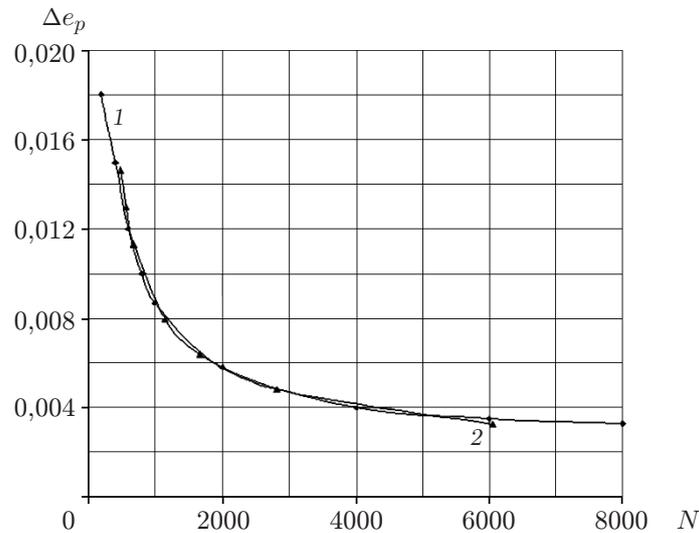


Рис. 5. Экспериментальная (1) и расчетная (2) кривые малоциклового усталости цилиндрического образца с выточкой в режиме жесткого симметричного нагружения

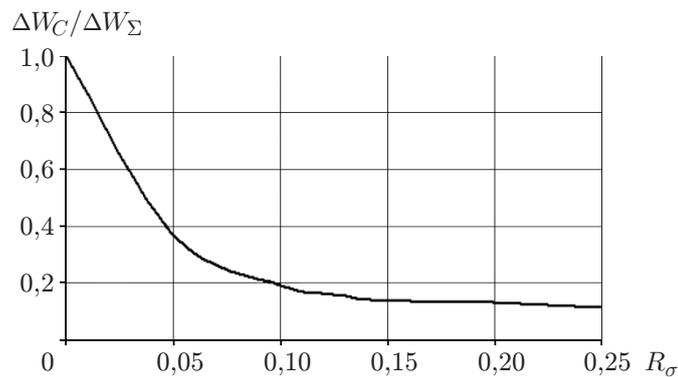


Рис. 6. Зависимость отношения циклической составляющей энергии ΔW_C к ее суммарному значению ΔW_Σ в цикле нагружения от параметра асимметрии цикла R_σ в режиме мягкого несимметричного нагружения

чаемые результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. На рис. 5 представлены экспериментальная кривая малоциклового усталости стали марки 12X18H10T (кривая 1) и кривая, построенная с использованием результатов расчетов усталости (кривая 2) для рассмотренного в подп. 1.1 образца в режиме жесткого симметричного нагружения при различных значениях амплитуды пластических деформаций в диапазоне $\Delta \epsilon_p = 0,00326 \div 0,01466$.

Как показано выше, в режиме мягкого несимметричного нагружения значительную долю накапливаемых в материале необратимых деформаций могут составлять пластические деформации. При этом энергия пластического разрыхления W_S , определяющая разрушение материала на участке нагружения, соответствующем квазистатическому процессу, может быть сопоставимой с энергией W_C , соответствующей циклическому процессу, и даже превышать ее. На рис. 6 показана зависимость отношения циклической составляющей энергии ΔW_C к ее суммарному значению ΔW_Σ в цикле нагружения от параметра асимметрии цикла R_σ для рассмотренных в подп. 1.3 режимов нагружения. Видно, что при

$R_\sigma \geq 0,2$ доля квазистатической составляющей приращения энергии за один цикл может составлять более 80 % общего приращения энергии ΔW_Σ .

Согласно используемой в настоящей работе модели накопления повреждений изменение функции поврежденности в материале на элементарном шаге изменения внешних воздействий определяется как отношение текущего изменения энергии пластического разрыхления ΔW к предельному значению этой энергии для рассматриваемого в работе вида разрушения W^R . Если считать, что для квазистатических и циклических процессов значения энергии W^R одинаковы, то можно не выделять эти процессы и вычислять изменение функции поврежденности на основе общей схемы. Однако значения предельной энергии W_S^R для квазистатических процессов и W_C^R для циклических процессов могут различаться, тем более что для определения этих энергий проводятся эксперименты различного типа. Поэтому в общем случае энергии W_S^R и W_C^R можно рассматривать как независимые и независимо определять изменения функций поврежденности для квазистатических ($\Delta\psi_S$) и циклических ($\Delta\psi_C$) процессов, а затем вычислять соответствующие изменения мер поврежденности $\Delta\omega_S$ и $\Delta\omega_C$ (ω — мера уменьшения эффективной площади сечения относительно площади сечения в начальном состоянии (для неповрежденного материала $\omega = 0$, для полностью разрушенного — $\omega = 1$) [2, 3]).

Для определения значения функции W_C^R при заданном значении температуры достаточно одной точки на кривой малоциклового усталости, построенной при этой температуре для режима жесткого симметричного нагружения. Для того чтобы определить функцию W_S^R , необходимо провести численное моделирование процесса разрушения образца при одноосном растяжении с учетом больших деформаций и образования шейки. При этом должно выполняться условие наилучшего согласования результатов расчета и эксперимента. Вследствие существенной неоднородности напряженно-деформированного состояния в зоне разрушения образца погрешность определения функции W_S^R на основе такого подхода может оказаться достаточно большой. Более точно эту функцию можно определить на основе результатов испытаний на малоцикловую усталость в режиме мягкого несимметричного нагружения. При этом следует выбирать такое значение параметра асимметрии цикла, чтобы можно было определить квазистатическую составляющую энергии разрушения при минимальном значении накопленной к моменту разрушения пластической деформации. Для рассмотренных выше примеров можно принять $R_\sigma \approx 0,1$.

Для реализации данной “комбинированной” модели, описывающей процессы накопления упругопластических повреждений при различных режимах переменного нагружения, необходимо независимо вычислять на элементарном шаге нагружения изменения энергий ΔW_S и ΔW_C , а также соответствующие изменения функций поврежденности $\Delta\psi_S$ и $\Delta\psi_C$ для квазистатических и циклических повреждений на основе соотношений

$$\begin{aligned} \Delta W_S &= \rho_{ij} \Delta e_{ij}^p, & k_s - k_s^{\max} > 0, & & \Delta W_C &= \rho_{ij} \Delta e_{ij}^p, & k_s - k_s^{\max} \leq 0, \\ \Delta\psi_S &= \Delta W_S / W_S^R(\Pi), & & & \Delta\psi_C &= \Delta W_C / W_C^R(\Pi), \end{aligned}$$

где k_s, k_s^{\max} — текущее и ранее достигнутое максимальное значения интенсивности пластических деформаций в каждой точке материала.

Если положить $W_S^R = W_C^R$, то предлагаемая модель переходит в исходный вариант модели [2].

Заключение. В работе представлены результаты численного моделирования процессов деформирования и накопления повреждений в материалах конструкций при различных режимах малоциклового нагружения на первой стадии процесса, когда развивающаяся в материале поврежденность не оказывает существенного влияния на характеристики процесса деформирования. Установлены основные закономерности пластического деформирования и развития повреждений в материалах для различных режимов малоциклового

нагружения (жесткого, мягкого, симметричного и несимметричного) и параметров, характеризующих асимметрию циклов. Полученные результаты предлагается использовать для уточнения моделей накопления повреждений при произвольных квазистатических и циклических нагружениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бех О. И., Коротких Ю. Г.** Уравнения механики поврежденной среды для циклических неизотермических процессов деформирования материалов // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб. Горький: Горьк. гос. ун-т, 1989. С. 28–37.
2. **Казаков Д. А.** Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций / Д. А. Казаков, С. А. Капустин, Ю. Г. Коротких. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 1999.
3. **Волков И. А.** Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями / И. А. Волков, Ю. Г. Коротких. М.: Физматлит, 2008.
4. **Chaboche J.-L., Kanoute P., Azzouz F.** Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions // Intern. J. Plasticity. 2012. V. 35. P. 44–66.
5. **Бондарь В. С., Даншин В. В., Кондратенко А. А.** Вариант теории термопластичности // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2015. № 2. С. 21–35.
6. **Капустин С. А., Горохов В. А., Чурилов Ю. А.** Алгоритмы прогнозирования малоциклового прочностного поведения конструкций на основе МКЭ // Пробл. прочности и пластичности. 2011. Вып. 73. С. 13–24.

*Поступила в редакцию 8/VI 2015 г.,
в окончательном варианте — 11/VII 2016 г.*
