

Статистика импульсных лаггерр-гауссовых пучков в турбулентной атмосфере

В.А. Банах, Л.О. Герасимова, А.В. Фалиц*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 17.02.2016 г.

На основе численного решения параболического волнового уравнения для комплексной спектральной амплитуды поля волны методом расщепления по физическим факторам проведено исследование флуктуаций плотности энергии импульсного излучения для разных мод лаггерр-гауссова пучка в зависимости от турбулентных условий на трассе распространения. Показано, что относительная дисперсия плотности энергии импульсного излучения при фемтосекундной длительности импульса с усилением оптической турбулентности становится существенно меньше относительной дисперсии интенсивности непрерывного излучения и, в отличие от последней, может принимать значения меньше единицы. Чем больше порядок моды лаггерр-гауссова пучка и меньше длительность импульса, тем меньше флуктуации плотности энергии. Уровень остаточной пространственной корреляции сильных флуктуаций плотности энергии импульсного излучения превышает уровень корреляции интенсивности непрерывного излучения для всех рассмотренных мод лаггерр-гауссова пучка, и характерная для сильных флуктуаций интенсивности непрерывного излучения двухмасштабная структура пространственной корреляции в случае импульсного излучения менее выражена.

Ключевые слова: лаггерр-гауссов пучок, импульсное излучение, турбулентная атмосфера, параболическое волновое уравнение, метод расщепления по физическим факторам, комплексная спектральная амплитуда; Laguerre–Gaussian beam, short pulse, turbulent atmosphere, parabolic wave equation, method of splitting into physical factors, complex spectral amplitude.

Введение

Возможность использования лазерных пучков, обладающих ненулевым орбитальным угловым моментом, для мультиплексирования каналов оптической связи, работающих на одной частоте [1–6], определяет актуальность задач исследования распространения таких пучков в свободном пространстве [7, 8]. Поверхность равных фаз оптического поля $U = A \exp(\pm i l \varphi)$, обладающего ненулевым орбитальным угловым моментом ($\pm l \neq 0$), в поперечной к направлению распространения плоскости имеет вид закрученной спирали, форма которой задается азимутальным углом φ и величиной топологического заряда $\pm l$, где знак задает направление закрутки энергии [7, 8]. Поля, соответствующие разным значениям параметра l , обладают свойствами ортогональности [1, 8], что, собственно, и позволяет использовать вихревые пучки с различающимися значениями топологического заряда для увеличения числа каналов связи, работающих одновременно на одной и той же частоте.

Основным препятствием в практическом применении вихревых пучков для мультиплексирования каналов оптических линий связи в атмосфере явля-

ется оптическая турбулентность, которая вызывает нарушение пространственной когерентности распространяющегося излучения. Это приводит к снижению уровня сигнала за счет турбулентного уширения лазерных пучков, появлению флуктуаций интенсивности оптического излучения и соответствующему повышению зашумленности информации, передаваемой по многоканальной линии оптической связи [2–6]. Возникает так называемое явление *cross-talk* [9], когда приемник одновременно регистрирует сигналы с различающимися топологическими зарядами.

В [10, 11] на примере гауссова лазерного пучка показано, что импульсное излучение меньше подвержено искажающему воздействию турбулентности, чем непрерывное, и, следовательно, более помехоустойчиво при использовании в открытых оптических линиях связи. Вследствие этого представляет интерес исследование турбулентных флуктуаций поля лазерных пучков с ненулевым орбитальным моментом не только непрерывного [12], но и импульсного излучения. В данной статье на основе алгоритма численного моделирования распространения широкополосного излучения [10, 11] проведены расчеты относительной дисперсии и коэффициента пространственной корреляции флуктуаций плотности энергии импульсного излучения лаггерр-гауссова пучка в зависимости от интенсивности оптической турбулентности на трассе распространения.

* Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Лилия Олеговна Герасимова (lilyan@iao.ru); Андрей Вячеславович Фалиц (falits@iao.ru).

1. Основные соотношения

Пусть импульсное лазерное излучение распространяется в турбулентной атмосфере вдоль оси $x \geq 0$ и в начальной плоскости $x = 0$ напряженность электрического поля волны может быть представлена в виде

$$E(0, \mathbf{p}, t) = E_{nm}^0(\mathbf{p}) \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau_0^2} - 2\pi j f_0 t\right), \quad (1)$$

где комплексная амплитуда $E_{nm}^0(\mathbf{p})$ в точке $(x = 0, \mathbf{p})$ задается в виде лаггерр-гауссова пучка [13, 14]:

$$E_{nm}^0(\mathbf{p}) = E_{nm}^0 (-j)^m \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{p}}{a}\right)^m \times \exp\left[-\frac{\mathbf{p}^2}{2a^2} + j\psi_0 + jm\theta\right] L_n^m\left(-\frac{\mathbf{p}^2}{a^2}\right). \quad (2)$$

Здесь a определяет ограниченность лаггеррова пучка в пространстве; $j = \sqrt{-1}$; \mathbf{p}, θ – полярные координаты; $L_n^m = x^{-1} \exp(x) \frac{d^n}{dx^n} [x^{n+1} \exp(-x)]$ – полином Лагерра; целые числа m и n определяют лаггерр-гауссовы моды $E_{nm}^0(\mathbf{p})$; ψ_0 – фаза волны, не зависящая от \mathbf{p} и t ; t – время; f_0 – частота в точке максимума спектра излучения; τ_0 – начальная длительность импульса, определяемая по спаданию $|E(0, 0, t)|^2$ до уровня e^{-1} . Длительность импульса $\tau_p(x)$, определяемая по спаданию мощности $\int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho |E(x, \mathbf{p}, t)|^2$ до

уровня $1/2$ справа и слева от точки максимума $t = t_{\max}$, в плоскости $x = 0$ связана с τ_0 соотношением $\tau_p(0) = 2\sqrt{\ln 2} \tau_0$. Условие $m = n = 0$ в уравнении (2) определяет низшую моду лаггерр-гауссова пучка – гауссов пучок вида

$$E_{00}^0(\mathbf{p}) = E_0 \exp\left(-\frac{\mathbf{p}^2}{2a^2} + j\psi_0\right). \quad (3)$$

В (3) параметр a определяет радиус гауссова пучка как расстояние от оси пучка, на котором его интенсивность спадает до уровня $e^{-1} E_0$; E_0 – амплитуда пучка на его оси; $\mathbf{p} = \{y, z\}$ – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оптической оси x .

В отсутствие нелинейного взаимодействия излучения со средой и когда можно пренебречь поглощением излучения воздухом и аэрозольными частицами, комплексная спектральная амплитуда напряженности поля волны

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, \mathbf{p}, f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt E(x, \mathbf{p}, t) \exp(2\pi j f t) = \\ &= U(x, \mathbf{p}, f) \exp\left(\frac{2\pi j f \langle n(f) \rangle x}{c}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

описывается волновым уравнением в параболическом приближении [10, 11, 15]:

$$\begin{aligned} \frac{j4\pi f}{c} \frac{\partial U(x, \mathbf{p}, f)}{\partial x} + \Delta_{\perp} U(x, \mathbf{p}, f) + \\ + 2\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 \langle n'(x, \mathbf{p}) \rangle U(x, \mathbf{p}, f) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

с граничным условием, согласно (1) и (4),

$$\tilde{E}(0, \mathbf{p}, f) = \sqrt{2\pi} \tau_0 E_{nm}^0(\mathbf{p}) \exp\left[-\frac{(f - f_0)^2 (2\pi \tau_0)^2}{2}\right]. \quad (6)$$

Здесь f – линейная частота; c – скорость света в вакууме; $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ – поперечный оператор Лапласа; $\langle n(f) \rangle$ и $n'(x, \mathbf{p})$ – среднее значение и флуктуации показателя преломления, вызываемые турбулентными вариациями температуры воздуха. Уравнение (5) записано с учетом того, что в атмосфере $|n'(x, \mathbf{p}, f)| \ll 1$ и в диспергирующей среде зависимость турбулентных флуктуаций показателя преломления от частоты f можно пренебречь.

2. Процедура численного моделирования

Статистические характеристики плотности энергии импульса короткой длительности исследовались путем моделирования распространения лаггерр-гауссова пучка лазерного излучения на основе численного решения уравнения (5) для комплексной спектральной амплитуды методом расщепления по физическим факторам [10, 11]. Суть метода, применительно к нашему случаю, состоит в замене сплошной среды протяженностью L , в которой распространяется излучение вдоль оси x , набором из N тонких фазовых экранов $\Psi_i(\mathbf{p}, f)$ толщиной $\Delta x = L/N$, имитирующих турбулентные искажения оптической волны в процессе распространения. Считается, что между экранами среда однородна и распространяющаяся волна испытывает только дифракцию.

Частотный спектр короткоимпульсного излучения имеет конечную ширину, которая возрастает с уменьшением длительности импульса. Поэтому волновое параболическое уравнение (5) для комплексной спектральной амплитуды поля $U(x, \mathbf{p}, f)$ последовательно решается для каждой отдельной составляющей спектра f , где $f = f_0 + (k - K/2)\Delta f$, $k = 0, 1, \dots, K$ и Δf – шаг по частоте.

При моделировании случайных реализаций фазового экрана $\Psi_i(\mathbf{p}, f)$ на расстояниях $x_i = i\Delta x$, где $i = 0, 1, \dots, N$, полагается, что основной вклад в искажения лазерного пучка вносят неоднородности показателя преломления, структура которых подчиняется фундаментальному закону Колмогорова–Обухова. Поэтому для структурной функции фазы волны

$$\begin{aligned} D_{\Psi}(\mathbf{r}, f) &= \langle [\Psi_i(\mathbf{p} + \mathbf{r}, f) - \Psi_i(\mathbf{p}, f)]^2 \rangle = \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa S_{\Psi}(\kappa, f) [1 - \exp(2\pi j \kappa \mathbf{r})] \end{aligned} \quad (7)$$

используется модель спектра флуктуаций фазы $S_{\Psi}(\kappa, f)$ в виде [10, 11]:

$$S_{\Psi}(\mathbf{k}, f) = 0,382C_n^2 \Delta x (f/c)^2 |\mathbf{k}|^{-14/3}, \quad (8)$$

где C_n^2 – структурная характеристика турбулентных пульсаций показателя преломления воздуха; $\mathbf{k} = \{\kappa_y, \kappa_z\}$ – вектор пространственных частот. Для получения реализаций случайного фазового экрана для f частот используется соотношение $\Psi_i(\mathbf{p}, f) = (f/f_0)\Psi_i(\mathbf{p}, f_0)$.

Из моделируемых спектральных амплитуд $U(x, \mathbf{p}, f)$ рассчитывались интегральные по времени импульса распределения плотности энергии пучка [16] в конце трассы длиной L :

$$W(L, \mathbf{p}) = \int_{-\infty}^{+\infty} df S_I(L, \mathbf{p}, f), \quad (9)$$

где $S_I(L, \mathbf{p}, f) = |U(L, \mathbf{p}, f)|^2$ – спектральная интенсивность. В расчетах интегрирование в (9) заменялось суммированием $U(L, \mathbf{p}, f)$ по всем компонентам частотного спектра (по всем индексам k).

Независимые реализации $W(L, \mathbf{p})$, полученные в результате численного моделирования, использовались для оценивания среднего значения $\langle W(L, \mathbf{p}) \rangle$, относительной дисперсии

$$\sigma_W^2(L, \mathbf{p}) = \langle W^2(L, \mathbf{p}) \rangle / \langle W(L, \mathbf{p}) \rangle^2 - 1 \quad (10)$$

и коэффициента пространственной корреляции

$$\begin{aligned} C_W(L, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = & \langle W(L, \mathbf{p}_1)W(L, \mathbf{p}_2) \rangle - \langle W(L, \mathbf{p}_1) \rangle \langle W(L, \mathbf{p}_2) \rangle \times \\ & \times \left[\langle W^2(L, \mathbf{p}_1) \rangle - \langle W(L, \mathbf{p}_1) \rangle^2 \right] \times \\ & \times \left[\langle W^2(L, \mathbf{p}_2) \rangle - \langle W(L, \mathbf{p}_2) \rangle^2 \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (11)$$

плотности энергии излучения лаггер-гауссова пучка.

3. Результаты численного моделирования

Численное моделирование случайных распределений $W(L, \mathbf{p})$ в турбулентной атмосфере проводилось для мод E_{0m}^0 лаггер-гауссова пучка, где $m = 0, 2, 8$. В каждом узле расчетной сетки $M \times M = 512 \times 512$ с шагом дискретизации $h = 3$ мм значения комплексной спектральной амплитуды $U(x, \mathbf{p}, f)$ вычислялись для 60 при $\tau_P(0) = 3$ фс ($\tau_0 = 1,8$ фс) и для 41 ($\tau_P(0) = 5$ фс ($\tau_0 = 3$ фс)) спектральных каналов шириной $\Delta f = 10$ ТГц, т.е. в дискретном представлении для частот $f = f_1 + k\Delta f$, где $k = 0, 1, \dots, K$, $f_1 = 10$ ТГц при $K = 59$ ($\tau_P(0) = 3$ фс) и $f_1 = 100$ ТГц при $K = 40$ ($\tau_P(0) = 5$ фс).

При моделировании случайных фазовых экранов для узких пучков применялся метод субгармоник [17]. Количество субгармоник, используемых при моделировании фазового экрана, равнялось восьми. Усреднение проводилось по 5000 независимых случайных реализаций двумерных распределений плотности энергии пучка в поперечной плоскости.

На рис. 1 представлены результаты расчета по формуле (10) среднеквадратического отклонения σ_W

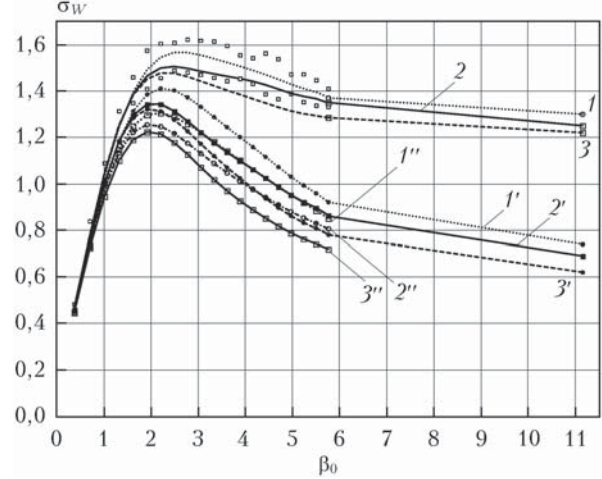


Рис. 1. Среднеквадратическое отклонение относительных флуктуаций плотности энергии импульсных ($1'-3', 1''-3''$) и непрерывных ($1, 2, 3$) лаггер-гауссовых мод E_{00}^0 ($1, 1', 1''$), E_{02}^0 ($2, 2', 2''$), E_{08}^0 ($3, 3', 3''$) как функция параметра β_0 . Длительность импульса $\tau_P(0) = 5$ ($1', 2', 3'$) и 3 фс ($1'', 2'', 3''$)

относительных флуктуаций плотности энергии импульсного излучения при длительности импульса $\tau_P(0) = 5$ фс ($\tau_0 = 3$ фс, кривые $1', 2', 3'$), 3 фс ($\tau_0 = 1,8$ фс, кривые $1'', 2'', 3''$) и непрерывного излучения $\tau_0 \rightarrow \infty$ (кривые $1, 2, 3$), спектральная интенсивность которого с частотой f не изменяется, и, следовательно, $W(L, \mathbf{p})|_{\tau_0 \rightarrow \infty} = I(L, \mathbf{p})$. Расчеты σ_W проводились для точки максимума распределения средней плотности энергии соответствующей моды лаггер-гауссова пучка в зависимости от параметра $\beta_0 = \sqrt{1,23C_n^2(2\pi/\lambda_0)^{7/6}L^{1/6}}$, характеризующего интенсивность оптической турбулентности на трассе распространения длиной L [18]. На рис. 1 доверительный интервал обозначен точками. Задавались следующие значения параметров $\lambda_0 = c/f_0 = 1$ мкм, $a = 2$ см, $L = 1$ км, $C_n^2 = 10^{-12}$ м $^{-2/3}$, $N = 20$.

Из рис. 1 видно, что при слабой оптической турбулентности ($\beta_0 < 1$) различие во флуктуациях плотности энергии мод лаггер-гауссова пучка отсутствует. С увеличением параметра β_0 уровень флуктуаций интенсивности начинает различаться для пучков непрерывного и импульсного излучения тем больше, чем выше порядок моды лаггер-гауссова пучка и чем меньше длительность импульса $\tau_P(0)$. Так, например, кривая среднеквадратического отклонения σ_W флуктуаций плотности энергии моды E_{08}^0 для импульса начальной длительности $\tau_P(0) = 3$ фс (кривая $3''$) спадает круче и при $\beta_0 = 5,76$ становится, в отличие от непрерывного (кривая 3), меньше единицы. Сравнение σ_W импульсных пучков с одинаковыми значениями параметра a , но с разной дифракционной расходимостью показывает, что для мод лаггер-гауссова пучка более высоких порядков (E_{02}^0 (кривые $2', 2''$), E_{08}^0 (кривые $3', 3''$)) флуктуации излучения усредняются больше, и, следовательно, кривые спадают круче по сравнению с основной модой (E_{00}^0 (кривые $1', 1''$)).

В [14, 19] обсуждаются вопросы устойчивости различных мод лаггер-гауссовых пучков к искажающему воздействию оптической турбулентности. Из результатов [14] следует, что отмеченная в [19] более высокая устойчивость высших мод вихревых пучков к воздействию атмосферной турбулентности объясняется не топологией фазы, а изменением (увеличением) начальных размеров лаггер-гауссовых пучков с увеличением топологического заряда, что приводит к относительному уменьшению турбулентного уширения пучка. Если подбирать такие значения параметра a , чтобы дифракционное расплывание пучков было одинаковым (т.е. начальные размеры лаггер-гауссовых пучков должны быть одинаковы для мод разных порядков), то независимо от моды воздействие турбулентности на вихревые лаггер-гауссовы пучки будет одинаковым.

Чтобы проверить справедливость этого заключения для флуктуаций плотности энергии лаггер-гауссовых пучков импульсного излучения, параметр a для мод разных порядков E_{0m}^0 ($m = 1, 2, 8$) в расчетах σ_W на рис. 2 задавался, исходя из того, чтобы распределения плотности энергии лаггер-гауссовых пучков в начальной плоскости независимо от порядка рассматриваемых мод «вписывались» в круг заданного диаметра так, чтобы в его пределах содержалась одинаковая доля энергии каждой лаггеровой моды E_{0m}^0 [20]. На рис. 2 стандартное отклонение σ_W для моды E_{02}^0 лаггер-гауссова пучка с параметром $a = 2,9$ см (кривые 2, 2'), для моды E_{08}^0 с параметром $a = 2$ см (3, 3') и для гауссова пучка E_{00}^0 с радиусом $a = 4$ см (1, 1') рассчитывалось как функция β_0^2 в точке максимума распределения средней плотности энергии соответствующей моды. Точки на рис. 2 обозначают доверительный интервал. Кривые 1', 2', 3' соответствуют импульсному излучению с $\tau_p(0) = 5$ фс ($\tau_0 = 3$ фс), кривые 1, 2, 3 – непрерывному.

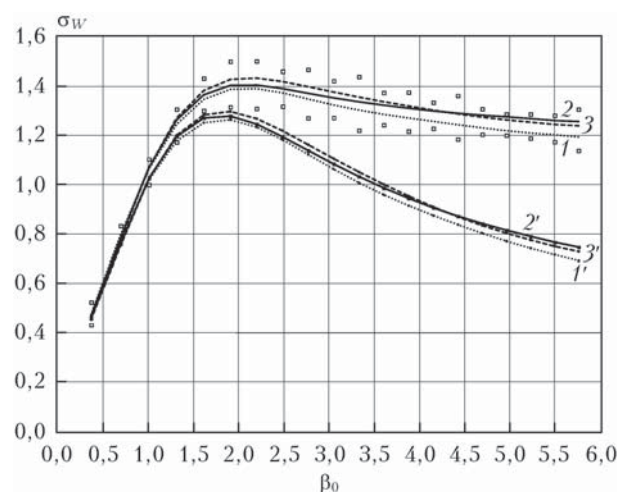


Рис. 2. Зависимость средноквадратического отклонения относительных флуктуаций плотности энергии импульсных $\tau_p(0) = 5$ фс ($\tau_0 = 3$ фс, 1'–3') и непрерывных (1–3) лаггер-гауссовых мод E_{00}^0 (1, 1'), E_{02}^0 (2, 2'), E_{08}^0 (3, 3') от параметра β_0

Из рис. 2 видно, что для лаггер-гауссовых мод E_{00}^0 , E_{02}^0 и E_{08}^0 при одинаковом начальном поперечном размере пучков уровень флуктуаций плотности энергии в пределах статистической погрешности одинаков как в случае импульсного (кривые 1', 2', 3'), так и непрерывного (1, 2, 3) излучения. То есть сингулярность фазы не сказывается на величине флуктуаций плотности энергии (интенсивности) лаггер-гауссовых пучков.

На рис. 3 показаны распределения среднего значения и средноквадратического отклонения флуктуаций плотности энергии в поперечном сечении лаггер-гауссовых пучков импульсного и непрерывного излучения при $\beta_0^2 = 33$. По оси абсцисс смещение точки

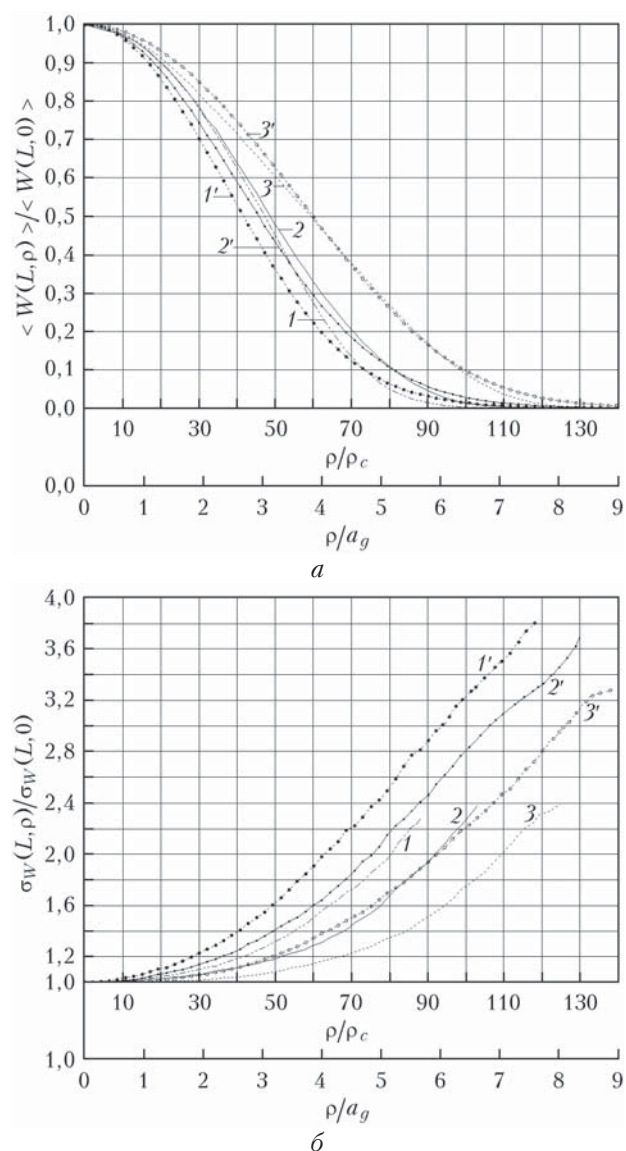


Рис. 3. Поперечный профиль нормированных средней плотности энергии (а) и средноквадратического отклонения относительных флуктуаций плотности энергии (б) лаггер-гауссовых мод E_{00}^0 (1, 1'), E_{02}^0 (2, 2'), E_{08}^0 (3, 3') импульсного с длительностью импульса $\tau_p(0) = 3$ фс (1'–3') и непрерывного (1, 2, 3) излучения при $\beta_0^2 \approx 33$

наблюдения с оси пучка приводится в безразмерных единицах ρ/a_g и ρ/ρ_c , где a_g — дифракционный радиус коллимированного гауссова (3) пучка [18], а $\rho_c = (1,45C_n^2 k^2 L)^{-3/5}$ — радиус пространственной когерентности поля волны [18]. Видно, что вследствие турбулентного замыкания распределение средней плотности энергии лаггерова пучка в поперечной плоскости становится близким к гауссову независимо от моды пучка. Вследствие больших дифракционных размеров пучка E_{08}^0 эффективный радиус пучка этой моды по уровню $e^{-1} < W(x, 0) >$ при $\beta_0^2 = 33$ превышает эффективные радиусы пучков E_{02}^0 и E_{00}^0 . При смещении точки наблюдения с оси среднеквадратическое отклонение $\sigma_W(L, \rho)$ растет как в случае гауссова пучка (кривые 1, 1') [18], так и лаггерровых мод E_{02}^0 (2, 2') и E_{08}^0 (3, 3'). Если распределение средней плотности энергии (рис. 3, а) слабо зависит от длительности импульса, то возрастание флуктуаций плотности энергии к краю пучка (рис. 3, б) становится кратно меньше для импульсного излучения, чем для непрерывного.

На рис. 4 представлены результаты расчета по формуле (11) коэффициента пространственной корреляции флуктуаций плотности энергии непрерывного (кривые 1, 2, 3) и импульсного $\tau_p(0) = 5$ фс ($\tau_0 = 3$ фс, кривые 1', 2', 3') лазерного излучения в турбулентной атмосфере на трассе длиной $L = 1$ км. Кривые 1, 1' на рисунке соответствуют гаус-

сову пучку (мода E_{00}^0) с радиусом $a = 2$ см, кривые 2, 2' и 3, 3' — модам E_{02}^0 и E_{08}^0 лаггерр-гауссова пучка соответственно с тем же значением параметра a , что и для гауссова пучка. Структурная постоянная C_n^2 при расчетах коэффициента корреляции на рис. 4 задавалась равной $10^{-12} \text{ м}^{-2/3}$, так что на трассе 1 км реализовались условия сильных флуктуаций интенсивности $\beta_0^2 \approx 33 \gg 1$.

Из рис. 4 следует, что масштаб пространственной корреляции сильных флуктуаций интенсивности непрерывного оптического излучения в турбулентной атмосфере при $\beta_0^2 \approx 33$ по уровню 0,2 становится существенно меньше дифракционного радиуса коллимированного гауссова пучка a_g и определяется, в соответствии с [18], радиусом пространственной когерентности поля волны ρ_c для всех мод лаггерова пучка. Для импульсного излучения с уменьшением длительности импульса масштаб пространственной корреляции сильных флуктуаций по уровню 0,2 возрастает и для $\tau_p(0) = 3$ фс превышает дифракционный радиус гауссова пучка для всех рассматриваемых мод $E_{00}^0, E_{02}^0, E_{08}^0$. С увеличением номера моды радиус корреляции увеличивается.

На рис. 5 представлены результаты расчета коэффициента корреляции $C_W(L, \rho)$ для лаггерр-гауссовых мод E_{0m}^0 , где $m = 0, 2, 8$, при одинаковых начальных размерах. Параметр β_0^2 задавался таким же, как и при расчетах на рис. 4, начальные размеры

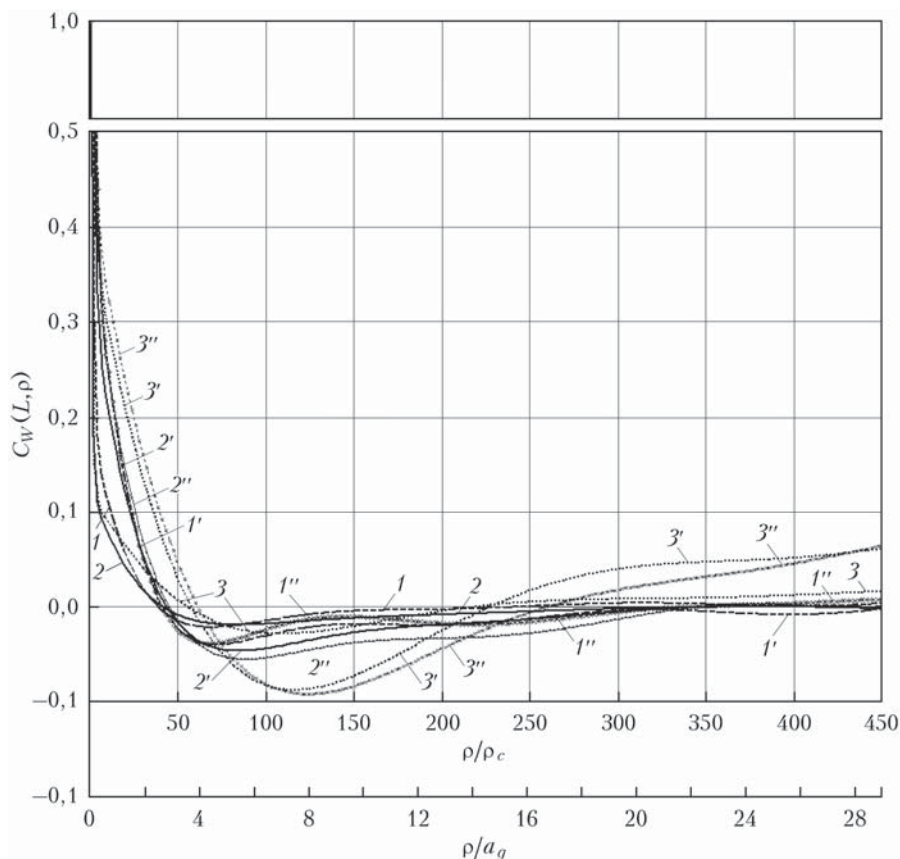


Рис. 4. Коэффициент пространственной корреляции флуктуаций плотности энергии импульсных (1'–3', 1''–3'') и непрерывных (1–3) лаггерр-гауссовых мод E_{00}^0 (1, 1', 1''), E_{02}^0 (2, 2', 2''), E_{08}^0 (3, 3', 3'') при $\beta_0^2 \approx 33$, $\tau_p(0) = 5$ (1', 2', 3') и 3 фс (1'', 2'', 3'')

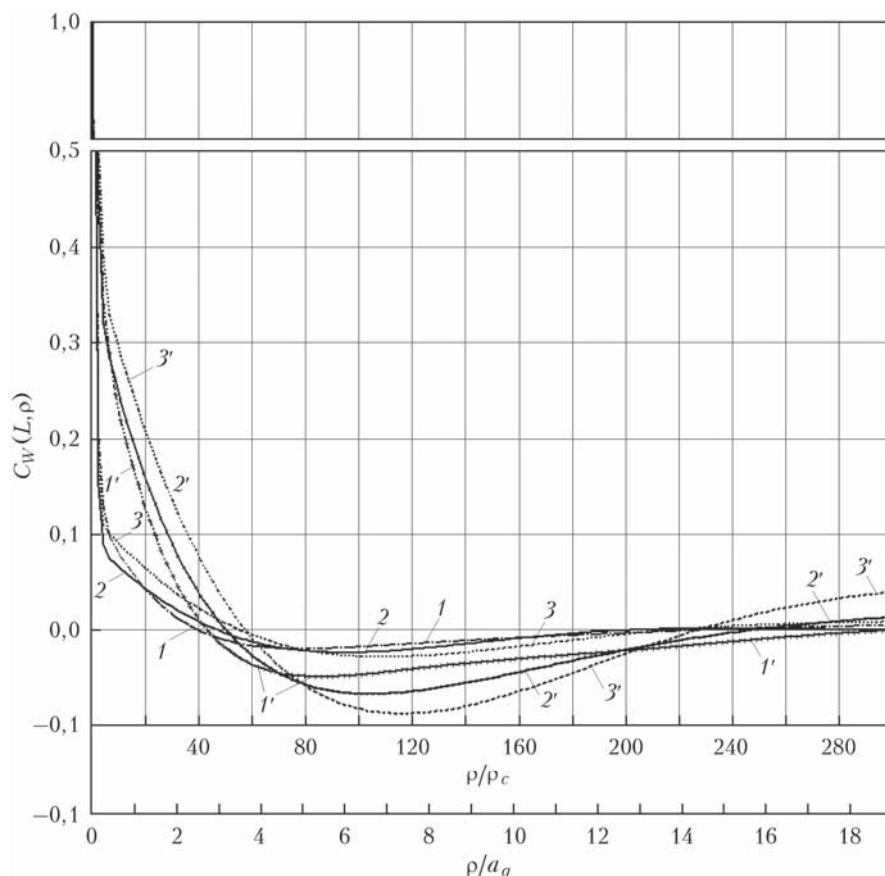


Рис. 5. Коэффициент пространственной корреляции флуктуаций плотности энергии импульсных (1'–3') и непрерывных (1–3) лаггер-гауссовых мод E_{00}^0 (1, 1'), E_{02}^0 (2, 2'), E_{08}^0 (3, 3') при $\beta_0^2 \approx 33$, $\tau_p(0) = 5$ фс

пучков (параметр a) задавались такими же, как и при расчетах на рис. 2. Из рис. 5 видно, что пространственная структура корреляции сильных флуктуаций интенсивности (плотности энергии) непрерывных (импульсных) лаггер-гауссовых пучков с одинаковыми начальными размерами зависит от порядка моды существенно в меньшей степени, чем для пучков с различными дифракционными размерами на рис. 4. Масштабы пространственной корреляции по уровню $C_W(L, \rho) = e^{-1}$ практически одинаковы для всех рассматриваемых мод.

На рис. 6 представлены результаты расчета коэффициента пространственной корреляции флуктуаций плотности энергии непрерывного (кривые 1, 2, 3) и импульсного $\tau_p(0) = 5$ фс ($\tau_0 = 3$ фс, кривые 1', 2', 3') лаггер-гауссовых пучков для мод E_{00}^0 (1, 1'), E_{02}^0 (2, 2') и E_{08}^0 (3, 3') в турбулентной атмосфере на трассе длиной $L = 3$ км. Расчетные параметры задавались следующими: $\lambda_0 = 1$ мкм, $a = 2$ см, $N = 25$, $M = 1024$, $h = 1,5$ мм, $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-13} \text{ м}^{-2/3}$ ($\beta_0^2 \approx 124$).

Из рис. 6 следует, что пространственная корреляция флуктуаций интенсивности для всех мод непрерывного лаггер-гауссова пучка при $\beta_0^2 \approx 124$, в согласии с результатами [18], становится двухмасштабной. Первый масштаб ρ_1 , рассчитываемый по уровню $C_W(L, \rho_1) = e^{-1}$, определяет область высокой пространственной корреляции, размеры кото-

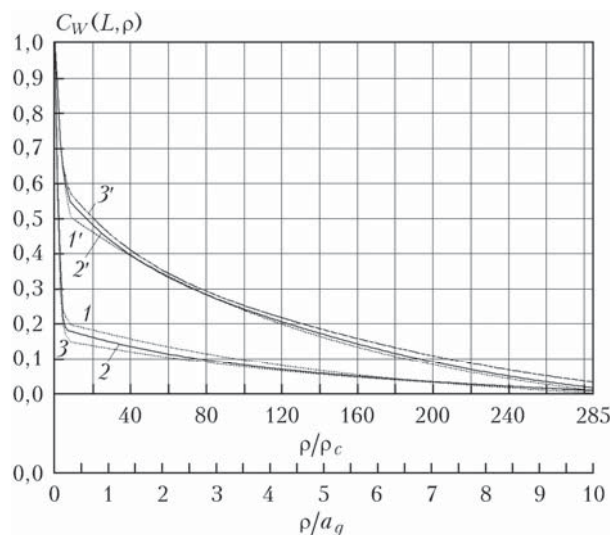


Рис. 6. Коэффициент пространственной корреляции флуктуаций плотности энергии импульсных (1'–3') и непрерывных (1–3) лаггер-гауссовых мод E_{00}^0 (1, 1'), E_{02}^0 (2, 2'), E_{08}^0 (3, 3') при $\beta_0^2 \approx 124$, $\tau_p(0) = 5$ фс

рой задаются радиусом пространственной когерентности поля волны ρ_c и уменьшаются с усилением оптической турбулентности на трассе [18]. Вторым масштаб $\rho_2 \sim L/(k\rho_c)$ [18] определяет область слабой (остаточной) пространственной корреляции в преде-

лах значений коэффициента корреляции от $C_W(L, \rho) = 0,3$ до $C_W(L, \rho_2) = 0,3e^{-1}$, размеры которой увеличиваются с усилением оптической турбулентности [18]. В случае импульсного излучения при длительности импульса $\tau_p(0) = 5$ фс уровень остаточной корреляции флуктуаций плотности возрастает почти в три раза по сравнению с уровнем корреляции интенсивности непрерывного излучения для всех рассматриваемых мод лаггер-гауссова пучка. То есть возникающая из-за турбулентности спекл-структура в поперечном сечении лаггер-гауссовых пучков импульсного излучения становится более сглаженной по сравнению с непрерывным излучением.

Заключение

На основе численного решения параболического волнового уравнения для комплексной спектральной амплитуды поля волны методом расщепления по физическим факторам проведено моделирование распространения широкополосных импульсных вихревых пучков в турбулентной атмосфере на примере лаггер-гауссовых мод второго и восьмого порядков. Выполнены исследования флуктуаций плотности энергии лаггер-гауссовых пучков импульсного излучения в сравнении с флуктуациями интенсивности лаггер-гауссовых мод непрерывного излучения.

Показано, что относительная дисперсия флуктуаций плотности энергии импульсного излучения с усилением оптической турбулентности становится существенно меньше дисперсии флуктуаций интенсивности непрерывного излучения и, в отличие от последней, может принимать значения меньше единицы. Вывод справедлив как для гауссова, так и для лаггер-гауссовых пучков. Для лаггер-гауссовых пучков, имеющих одинаковое значение параметра a начального распределения поля (2), флуктуации плотности энергии тем меньше, чем больше порядок моды. Структура пространственной корреляции сильных флуктуаций плотности энергии импульсного излучения или флуктуаций интенсивности непрерывного излучения в поперечном сечении лаггер-гауссова пучка является двухмасштабной для всех рассмотренных мод. Она характеризуется наличием областей высокой корреляции, размер которых определяется радиусом пространственной когерентности поля волны в турбулентной атмосфере [18] и уменьшается с усилением оптической турбулентности на фоне крупномасштабных областей низкой (остаточной) корреляции, размеры которых, наоборот, возрастают с увеличением интенсивности оптической турбулентности. Для импульсного излучения при длительности импульса $\tau_p(0) = 5$ фс уровень остаточной корреляции возрастает, по сравнению с непрерывным, в несколько раз.

Уменьшение относительной дисперсии и повышение уровня остаточной корреляции флуктуаций плотности энергии импульсного излучения лаггер-гауссовых пучков по сравнению с флуктуациями интенсивности пучка непрерывного излучения аналогичны изменению статистических свойств турбулентных флуктуаций интенсивности при переходе от

полностью пространственно когерентного в начальной плоскости излучения к частично когерентному [18, 21].

Рассмотрение случая распространения в турбулентной атмосфере лаггер-гауссовых пучков с одинаковыми начальными поперечными размерами, но разными топологическими зарядами показывает, что статистика флуктуаций плотности энергии в таких пучках при одних и тех же условиях распространения в турбулентной атмосфере в пределах погрешности расчетов не зависит от величины топологического заряда.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-08-00899А.

1. Gibson G., Courtial J., Padgett M.J., Vasnetsov M., Pas'ko V., Barnett S.M., Franke-Arnold S. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum // *Opt. Express*. 2004. V. 12, N 22. P. 5448–5456.
2. Wang J., Yang J.-Y., Fazal I.M., Ahmed N., Yan Y., Huang H., Ren Y., Yue Y., Dolinar S., Tur M., Willner A.E. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing // *Nature Photon*. 2012. V. 6. P. 488–496.
3. Yan Y., Xie G., Lavery M.P.J., Huang H., Ahmed N., Bao C., Ren Y., Cao Y., Li L., Zhao Z., Molisch A.F., Tur M., Padgett M.J., Willner A.E. High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing // *Nature Commun*. 2014. V. 5. Article number: 4876. 9 p.
4. Ren Y., Xie G., Huang H., Ahmed N., Yan Y., Li L., Bao C., Lavery M.P.J., Tur M., Neifeld M.A., Boyd R.W., Shapiro J.H., Willner A.E. Adaptive-optics-based simultaneous pre- and post-turbulence compensation of multiple orbital-angular-momentum beams in a bidirectional free-space optical link // *Optica*. 2014. V. 1, N 6. P. 376–382.
5. Ren Y., Xie G., Huang H., Bao C., Yan Y., Ahmed N., Lavery M.P.J., Erkmen B.I., Dolinar S., Tur M., Neifeld M.A., Padgett M.J., Boyd R.W., Shapiro J.H., Willner A.E. Adaptive optics compensation of multiple orbital angular momentum beams propagating through emulated atmospheric turbulence // *Opt. Lett*. 2014. V. 39, N 10. P. 2845–2848.
6. Willner A.E., Huang H., Yan Y., Ren Y., Ahmed N., Xie G., Bao C., Li L., Cao Y., Zhao Z., Wang J., Lavery M.P.J., Tur M., Ramachandran S., Molisch A.F., Ashrafi N., Ashrafi S. Optical communications using orbital angular momentum beams // *Adv. Opt. Photon*. 2015. V. 7. P. 66–106.
7. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre–Gaussian laser modes // *Phys. Rev. A*. 1992. V. 45, N 11. P. 8185–8189.
8. Yao A.M., Padgett M.J. Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications // *Adv. Opt. Photon*. 2011. V. 3. P. 161–204.
9. Anguita J.A., Neifeld M.A., Vasic B.V. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link // *Appl. Opt*. 2008. V. 47. P. 2414–2429.
10. Banakh V.A., Smalikhov I.N. Fluctuations of energy density of short-pulse optical radiation in the turbulent atmosphere // *Opt. Express*. 2014. V. 22, N 19. P. 1–13.
11. Баных В.А., Герасимова Л.О., Смалыхо И.Н. Численное исследование распространения короткоимпульсного

- лазерного излучения в турбулентной атмосфере // Квант. электрон. 2015. Т. 45, № 3. С. 258–264.
12. *Фалиц А.В.* Блуждание и флуктуации интенсивности фокусированного лаггерра-гауссова пучка в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2015. Т. 28, № 9. С. 763–771.
 13. *Ананьев Ю.А.* Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990. 264 с.
 14. *Банах В.А., Фалиц А.В.* Уширение лаггерра пучка в турбулентной атмосфере // Оптика и спектроскопия. 2014. Т. 117, № 6. С. 969–975.
 15. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
 16. *Виноградова М.В., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
 17. *Banakh V.A., Smalikhov I.N., Falits A.V.* Effectiveness of the subharmonic method in problems of computer simulation of laser beam propagation in a turbulent atmosphere // Atmos. Ocean. Opt. 2012. V. 25, N 2. P. 106–109.
 18. *Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В.* Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 5. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 270 с.
 19. *Aksenov V.P., Pogutsa S.E.* Increase in laser beam resistance to random inhomogeneities of atmospheric permittivity with an optical vortex included in the beam structure // Appl. Opt. 2012. V. 51, N 30. P. 7262–7267.
 20. *Siegman A.E.* How to (maybe) measure laser beam quality // Optical Society of America TOPS. California, October, 1997. P. 1–18. DOI: 10.1364/DLAI.1998.MQ1.
 21. *Банах В.А., Булдаков В.М., Миронов В.Л.* Флуктуации интенсивности частично-когерентного светового пучка в турбулентной атмосфере // Оптика и спектроскопия. 1983. Т. 54, вып. 6. С. 1054–1059.

V.A. Banakh, L.O. Gerasimova, A.V. Falits. Statistics of pulsed Laguerre–Gaussian beams in the turbulent atmosphere.

Based on the numerical solution of the parabolic wave equation for the complex spectral amplitude of the wave field by using the splitting into physical factors method the fluctuations of energy density of the broad-band pulsed optical radiation for various modes of Laguerre–Gaussian beam under different turbulent conditions on the propagation path were studied. It has been shown that with the increase of optical turbulence the relative variance of energy density fluctuations of pulsed radiation of femtosecond duration becomes much lower than that of continuous-wave radiation and, in contrast, may become smaller than unity. Provided the pulse duration is short the energy density fluctuations tend to decrease as the order of Laguerre–Gaussian beam mode rises. The level of residual spatial correlation of strong energy density fluctuations of pulsed radiation exceeds the level of continuous-wave intensity correlation in all examined Laguerre–Gaussian beam modes and the typical two-scale structure of spatial correlation for strong fluctuations of continuous-wave radiation in the case of pulsed radiation is less expressed.