

УДК 544.452.1

КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ И ВРЕМЯ РАЗВИТИЯ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ МЕТАНОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

О. Б. Кудряшова, Ю. А. Галенко, Е. В. Сыпин, М. О. Сысоева

Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И. И. Ползунова, 659305 Бийск, olgakudr@inbox.ru

Рассматриваются процессы горения и воспламенения с позиции теории теплового воспламенения и кинетики протекающих реакций. Получено аналитическое решение задачи об очаговом тепловом воспламенении для описания процессов зажигания реакционноспособных газовых смесей. В результате такого решения определены критические условия и время индукции воспламенения. Приведено решение задачи о воспламенении метановоздушной смеси, характерной для условий шахтных выработок.

Ключевые слова: очаговое тепловое воспламенение, реакционноспособный газ, критическая энергия, время инициирования.

DOI 10.15372/FGV20200302

ВВЕДЕНИЕ

Воспламенение газопылевоздушных смесей в горных выработках обусловлено протеканием экзотермических реакций окисления метана и угольной пыли кислородом воздуха. Для того чтобы возникло пламя в объеме рудничного газа, необходимо смешивание исходных компонентов в определенных пропорциях, после чего даже небольшая тепловая неоднородность может вызвать воспламенение [1]. Необходимость обеспечения безопасности при работе в шахтах и на производстве требует развития исследований по очаговому тепловому воспламенению.

В постановке задачи об очаговом тепловом воспламенении используют различные допущения о причине теплового воспламенения. Это может быть температурная неоднородность в некоторой области пространства, заполненного взрывчатым газом [2], либо выделение в такой области некоторого количества тепла от источника, притом что температура во всем пространстве одинакова [3–5]. Решение задачи об очаговом тепловом воспламенении позволяет получить критическую энергию / начальную температуру и время инициирования зажигания, что имеет большое значение при про-

ектировании систем безопасности в шахтах и для технологических процессов, в которых могут возникать взрывоопасные выбросы газа.

Цель настоящей работы — аналитическое решение задачи об очаговом тепловом воспламенении для описания процессов воспламенения реакционноспособных газовых смесей. Для такого решения необходимо получить критические условия и время индукции воспламенения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ВОСПЛАМЕНЕНИИ МЕТАНОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

Процесс зажигания метановоздушной смеси в рамках макрокинетического подхода можно рассматривать как задачу об очаговом тепловом воспламенении. Пусть источник инициирования представляет собой сферическую тепловую неоднородность радиуса r_0 , имеет мощность Q и действует в течение времени t_i . Это соответствует ситуации, когда в объеме газовой смеси радиуса r_0 возникает тепловая флуктуация в результате конвективных потоков, радиационного разогрева поглощающих частиц аэрозоля и т. п. В этом случае состояние системы в сферических координатах описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{a}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + qz\rho \exp \left(-\frac{E}{RT_1} \right) + \frac{Q}{r_0^3},$$

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-08-008).

© Кудряшова О. Б., Галенко Ю. А., Сыпин Е. В., Сысоева М. О., 2020.

$$0 < r < r_0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{a}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + qz\rho \exp\left(-\frac{E}{RT_2}\right),$$

$$r_0 < r < \infty,$$

с начальными и граничными условиями:

$$t = 0: \quad T_1 = T_2 = T_i;$$

$$r = 0: \quad \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0; \quad r \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial T_2}{\partial r} = 0;$$

$$r = r_0: \quad T_1 = T_2, \quad \frac{\partial T_1}{\partial r} = \frac{\partial T_2}{\partial r}.$$

Здесь T_1, T_2 — температура соответственно внутри неоднородности и вне ее, $Q = 0$ при $t > t_i$, $a = \lambda/(\rho c)$ — коэффициент температуропроводности среды, λ — коэффициент теплопроводности, ρ — плотность, c — теплоемкость, q — тепловой эффект реакции, z — предэкспонент, E — энергия активации.

В постановке задачи не учитываются движение газа и конвективный теплообмен, вызванный температурной неоднородностью. Пренебрежение конвективным теплообменом возможно в случае, когда время воспламенения меньше времени тепловой релаксации за счет конвективного теплообмена.

Решая систему уравнений (1), необходимо найти минимальную энергию воспламенения и время зажигания. Критерием теплового воспламенения будем считать монотонный рост температуры в центре очага. Это соответствует иницированию воспламенения реакционной газовой смеси.

2. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

2.1. Стадия индукционного разогрева

Первая стадия очагового теплового воспламенения — это индукционный разогрев смеси. В этот период выделение тепла от химической реакции невелико, меньше или сопоставимо с теплом от внешнего источника. Время индукционного разогрева обозначим как t_{ind} . Характерные масштабы на этой стадии следующие: для длины — радиус тепловой неоднородности r_0 , для времени — $t_n = r_0^2/a$, для температуры — $\Delta T = T_* - T_i$, где T_* — температура

в центре неоднородности (в центре координат) в момент окончания стадии t_{ind} .

Перейдем к безразмерным переменным $x = r/r_0$, $U = (T_* - T)/(T_* - T_i)$, $\tau = t/t_n$. Тогда система уравнений (1) на первой стадии примет вид:

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} = \frac{Fo}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial U_1}{\partial x} \right) - w \exp\left(-\theta_0 \frac{U_1}{1 - \beta \theta_0 U_1}\right) - \bar{Q}, \quad 0 < x < 1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau} = \frac{Fo}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \right) - w \exp\left(-\theta_0 \frac{U_2}{1 - \beta \theta_0 U_2}\right), \quad 1 < x < \infty,$$

с начальными и граничными условиями:

$$\tau = 0: \quad U_1 = U_2 = 1;$$

$$x = 0: \quad \frac{\partial U_1}{\partial x} = 0; \quad x \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial U_2}{\partial x} = 0;$$

$$x = 1: \quad U_1 = U_2, \quad \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{\partial U_2}{\partial x}.$$

$$\text{Здесь } w = \frac{qzcr_0^2}{\lambda(T_* - T_i)} \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right), \quad \beta = -\frac{RT_*}{E},$$

$$\theta_0 = \frac{E}{RT_*^2} (T_* - T_i), \quad \bar{Q} = \frac{Q}{\lambda(T_* - T_i)r_0}, \quad Fo = \frac{t_{ind} a}{r_0^2}.$$

На стадии прогрева можно пренебречь тепловыделением от химической реакции и с точностью до $O(\exp(-\theta_0))$ записать

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} = \frac{Fo}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial U_1}{\partial x} \right) - \bar{Q}, \quad 0 < x < 1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau} = \frac{Fo}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \right), \quad 1 < x < \infty.$$

Аналитическое решение системы (3) для области тепловой неоднородности, полученное операционным методом, имеет вид

$$U_1 = 1 - \bar{Q}\tau - \frac{\bar{Q}}{2x} \int_0^\tau \frac{\tau - t}{\sqrt{\pi t}} \left[\exp\left(-\frac{(1+x)^2}{4t}\right) - \right.$$

$$-\exp\left(-\frac{(1-x)^2}{4t}\right) + \frac{1+x}{2t} \exp\left(-\frac{(1+x)^2}{4t}\right) - \frac{1-x}{2t} \exp\left(-\frac{(1-x)^2}{4t}\right) \Big] dt. \quad (4)$$

Окончание периода прогрева определяется из условия равенства тепловыделения от химической реакции теплу от внешнего источника:

$$\bar{Q} = w. \quad (5)$$

В центре координат в момент окончания стадии прогрева

$$U_1(0, \tau_{ind}) = 0. \quad (6)$$

Критическую энергию источника Q_* определим, положив время действия источника иницирования t_i равным времени индукционного прогрева t_{ind} , определяемого условием (5): $t_i = t_{ind}$ или

$$\tau_i = \tau_{ind} = Fo. \quad (7)$$

Из выражений (5)–(7) устанавливаем критическое значение подводимой энергии Q и температуру прогрева на пределе воспламенения T_* .

Рассмотрим решение (4) в точке $x = 0$ (начало координат):

$$U_1 = 1 - \bar{Q}Fo - \bar{Q} \left[\operatorname{erfc} \frac{1}{2\sqrt{Fo}} \left(\frac{1}{2} - Fo \right) - \sqrt{\frac{Fo}{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{4Fo}\right) \right]. \quad (8)$$

Условия (5) и (6) преобразуются к виду

$$\bar{Q} = 1 / \left[Fo + \operatorname{erfc} \frac{1}{2\sqrt{Fo}} \left(\frac{1}{2} - Fo \right) - \sqrt{\frac{Fo}{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{4Fo}\right) \right],$$

$$\bar{Q} = w.$$

Нетрудно убедиться, что на пределе воспламенения для любого Fo выполняется условие

$$t_n/t_{ad} = \theta_0 \bar{Q} = \theta_0 w \gg 1, \quad (9)$$

где $t_{ad} = \frac{\rho RT_*^2}{qzE} \exp\left(\frac{E}{RT_*}\right)$ — характерное время химической реакции. Это означает, что характерное время прогрева много больше времени химической реакции.

2.2. Стадия воспламенения

С момента времени $\tau = Fo$ переходим к новым переменным: $\tau_a = t/t_{ad} = \theta w$, $W = \theta_0 U$.

Выражение (9) позволяет отбросить члены исходной системы уравнений (2), отвечающие за теплоотвод, а также за внешний источник тепла, так как они малы по сравнению с энергосыделением от химической реакции. Тогда уравнение теплопроводности с точностью до $O(w^{-1}, \theta_0^{-1})$ принимает вид

$$\frac{\partial W}{\partial \tau_a} = -\exp\left(-\frac{W}{1-\beta W}\right). \quad (10)$$

Интегрируя (10), получаем

$$[\exp(W)][1 + (W^2 - 2W + 2)\beta] + O(\exp(\beta^2)) = \tau_a + C. \quad (11)$$

2.3. Сращивание решений

Постоянную интегрирования C в выражении (11) находим из сращивания инертного и адиабатического решений:

$$W(\tau_a \rightarrow \theta_0 Fow) = U_1(\tau \rightarrow Fo) = 0,$$

откуда $C = 1 + 2\beta + \theta_0 w Fo$.

Приняв в качестве критерия теплового воспламенения неограниченный рост температуры в центре очага: $W(0, \tau_a) \rightarrow -\infty$, запишем выражение для времени развития воспламенения:

$$\tau_{a*} = \theta_0 Fow + 1 + 2\beta. \quad (12)$$

Таким образом, условия (8) и (12) определяют соответственно критическую энергию внешнего воздействия и время развития воспламенения в зависимости от теплофизических и химико-кинетических характеристик среды.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для реакции метана с воздухом были выбраны параметры, соответствующие [6]: $q = 50.125$ МДж/кг, $E = 0.238$ МДж/моль, $z = 9.66 \cdot 10^{10}$ с⁻¹. Теплофизические параметры смеси рассчитывались для стехиометрической смеси: $c = 1133$ Дж/(кг·К), $\lambda = 0.026$ Дж/(м·К·с), $\rho = 1.22$ кг/м³.

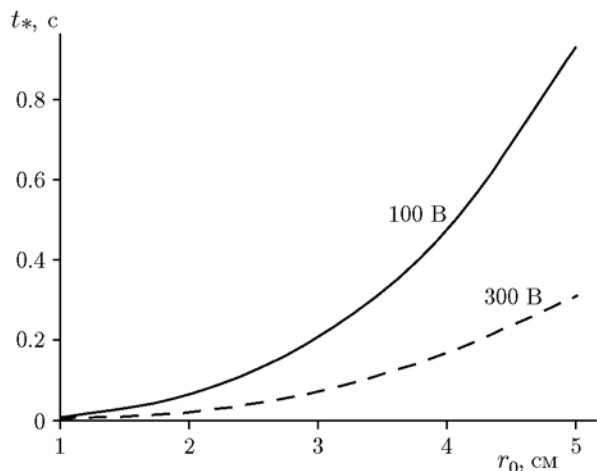


Рис. 1. Зависимость времени воспламенения от радиуса очага при различной мощности источника

Время инертного прогрева, время воспламенения, температура в центре очага в момент времени t_{ind} в зависимости от мощности теплового источника

Q , Вт	t_{ind} , с	t_* , с	T_* , К
50	12.08	12.87	730
100	6.22	6.29	743
300	2.17	2.18	765
500	1.33	1.34	776

Зависимость времени развития теплового воспламенения от радиуса очага в размерных переменных отображена на рис. 1. Расчет выполнен для мощности источника $Q = 100$ и 300 Вт. С ростом радиуса очага время индукции воспламенения возрастает, так как мощность источника распределяется в большем объеме. Тем не менее даже при источнике небольшой мощности (100 Вт) в метановоздушной смеси в течение нескольких секунд развивается тепловое воспламенение. Как показывают расчеты, время воспламенения незначительно зависит от начальной температуры.

В таблице приведены результаты расчета времени разогрева, развития воспламенения и температуры в очаге в конце периода инертного прогрева при использовании источников инициирования разной мощности. Расчет сделан для очага радиуса 10 см.

На рис. 2 показана зависимость температуры в центре очага к концу периода инертного прогрева от радиуса очага при различной мощности теплового источника. Температура

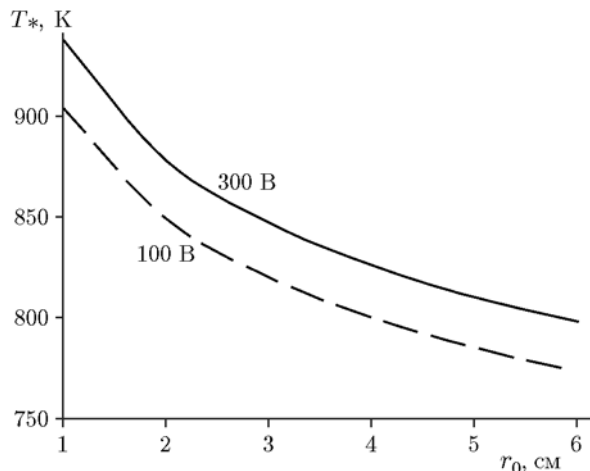


Рис. 2. Зависимость температуры в центре очага к концу периода инертного прогрева от радиуса очага при различной мощности источника

к моменту начала воспламенения незначительно зависит от мощности источника, но влияние радиуса очага существенно: чем больше объем, в котором выделяется некоторая мощность, тем меньше температура, достигаемая к концу периода прогрева.

ВЫВОДЫ

Получено аналитическое решение задачи об очаговом тепловом воспламенении для описания зажигания реакционноспособных газовых смесей. Рассчитаны критические значения энергии зажигания и соответствующие им временные и температурные характеристики очага для метановоздушной смеси. Установлено, что скорость развития воспламенения в большей степени зависит от размера очага и мощности источника зажигания, в меньшей степени — от начальной температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Beyer M., Markus D. Ignition of explosive atmospheres by small hot particles: Comparison of experiments and simulations // *Sci. Technol. Energ. Mater.*: J. Jpn. Explosives Soc. — 2012. — V. 73, N 1. — P. 1–7.
2. Буркина Р. С., Князева А. Г. Исследование очагового теплового воспламенения и режима его вырождения // *Физика горения и взрыва*. — 1992. — Т. 28, № 3. — С. 3–8.
3. Merzhanov A. G. On critical conditions for thermal explosion of a hot spot // *Combust. Flame*. — 1966. — V. 10, N 4. — P. 341–348.

4. **Буркина Р. С., Вилунов В. Н.** О возбуждении химической реакции в «горячей точке» // Физика горения и взрыва. — 1980. — Т. 16, № 4. — С. 75–79.
5. **Ворожцова О. Б.** Очаговый тепловой взрыв при воздействии импульсного излучения // Хим. физика. — 1990. — Т. 9, № 12. — С. 1639–1643.
6. **Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М.** Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.

Поступила в редакцию 18.03.2019.

После доработки 01.07.2019.

Принята к публикации 28.08.2019.
