УДК 536.46

МАКСИМАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ПЛАМЕНИ В ЗАКРЫТОМ СОСУДЕ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОМ ПОРИСТОЙ СРЕДОЙ

Я. В. Козлов¹, В. В. Замащиков¹, А. А. Коржавин¹, П. К. Сеначин²

¹Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН, 630090 Новосибирск korzh@kinetics.nsc.ru

²Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова, 656038 Барнаул

Экспериментально изучено распространение пламени в закрытом сосуде, содержащем стехиометрическую смесь пропана с воздухом и частично заполненном пористой средой. В качестве пористой среды использовались засыпки из стальных шаров диаметром 3.2 и 6 мм, а также из керамических шаров диаметром 6 мм. Получена экспериментальная зависимость максимального давления при распространении пламени в сосуде от коэффициента наполнения сосуда пористой средой. Найдены теоретические оценки давления, которые удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Оценки, наиболее близкие к данным эксперимента, основаны на предположении, что газ горит адиабатически в свободном пространстве и изотермически сжимается в пористой среде. Проанализировано влияние потерь тепла из газа в пористую среду и стенки сосуда на максимальное давление.

Ключевые слова: пламя, закрытый сосуд, пористая среда.

DOI 10.15372/FGV20180403

ВВЕДЕНИЕ

Распространение пламени в закрытом сосуде является классической проблемой физики горения, которая имеет практическое значение для обеспечения взрывобезопасности. Скорость дозвукового распространения пламени мала по сравнению со скоростью звука, и можно считать, что давление во всех точках сосуда в данный момент одинаково. Также можно считать, что кинетическая энергия газа мала относительно тепловой. Эти приближения, наряду с предположением адиабатичности процесса, позволяют установить, что текущее давление и объем продуктов сгорания являются функцией только массовой доли продуктов сгорания и не зависят от типа пламени, направления распространения, геометрии сосуда и других факторов [1, 2]. Для случаев плоского, цилиндрически- и сферически-симметричных пламен можно учесть фактор симметрии соответствующим коэффициентом.

Иное дело, если горение происходит в неадиабатических условиях. В этом случае теплопотери, а следовательно, и динамика давления связаны с динамикой сгорания, геометрией сосуда, направлением распространения пламени, особенностями теплообмена, обусловленными сложным характером течения свежей смеси и продуктов сгорания относительно стенок сосуда. Таким образом, попытки описать динамику сгорания в закрытом сосуде в неадиабатических условиях могут быть перспективными для частных случаев, некоторые из них могут оказаться полезными и с практической точки зрения. Таким частным случаем представляется горение в закрытом сосуде, частично заполненном пористой средой, что может представлять собой модель химического реактора, содержащего засыпные слои катализатора и инертного твердого материала, в котором возможна газофазная реакция горения.

Рассмотрим кратко, как происходит горение в пористой среде, чтобы сделать некоторые упрощающие предположения, которые позволили бы описать динамику сгорания в частично заполненном сосуде. Известно, что в закрытом объеме, заполненном полностью пористой средой, распространение пламени может происходить в разных режимах, характеризующихся собственными диапазонами скорости и давления в волне горения. Реализация тех или иных режимов зависит от размера пор, начального давления, температуры и скорости лами-

[©] Козлов Я. В., Замащиков В. В., Коржавин А. А., Сеначин П. К., 2018.

нарного горения газовой смеси. Обзоры таких режимов горения имеются в [3, 4], из них следует, что взрывобезопасность закрытых объемов может быть обеспечена без исключения сгорания газа. В этом случае наиболее подходящим режимом горения является режим распространения пламени со скоростями ниже 10 м/с. Возникает вопрос о скорости распространения акустического возмущения в пористой среде. Этот вопрос рассматривался в некоторых работах. Так, в [5] была оценена скорость акустического возмущения в интервале времени между отдельными импульсами давления на известной длине, она составила 200 м/с для вспененного полиуретана с открытой пористостью с характерным размером пор 2.8 мм. В работе [6] проведены общирные измерения скорости распространения слабых возмущений в разных пористых средах. Варьировались размер, свойства гранул среды, давление различных газов. Было показано, что скорость звука увеличивается с ростом давления и находится в диапазоне $10 \div 900$ м/с для различных размеров пор, газов и давлений. Для гранул размером $2.4 \div 4.5$ мм и давления азота 1 атм и выше скорость составила $250 \div 330$ м/с.

Таким образом, для рассматриваемых в данной работе пористых сред скорость распространения пламени в этом режиме существенно ниже скорости звука, давление по всему сосуду одинаково и изменяется во времени в соответствии с массовой долей продуктов сгорания. При этом давление зависит от тепловыделения газа и объемной теплоемкости пористой среды. В работах [7, 8] показано, что в сосудах с характерным размером, значительно превышающим характерный размер зоны горения, который, в свою очередь, значительно превышает характерный размер отдельного элемента пористой среды, скорость пламени почти постоянна. Давление во всем сосуде одинаковое и изменяется только со временем.

Возможность распространения пламени в пористой среде зависит от размера пор. Существует критический (гасящий) размер пор, при меньших размерах пламя не может распространяться в пористой среде. Критический размер зависит от типа топлива и окислителя, от температуры и давления [9]. При увеличении давления критический размер уменьшается [9]. Возникает вопрос, будет ли пламя распространяться в пористой среде после зажигания в свободном пространстве в сосуде, частично заполненном пористой средой. Горение в свободном пространстве сопровождается повышением давления во всем объеме, включая пористую среду. Поэтому пламя проникает в пористую среду при давлении выше начального. Далее существует два варианта процесса.

В первом варианте размер пор меньше критического при этом повышенном давлении. Пламя не может распространяться в пористой среде, гасится в ней, и максимальное давление достигается после распространения пламени в свободном пространстве.

Во втором варианте размер пор больше критического при давлении после сгорания в свободном пространстве. В этом случае пламя проникает в пористую среду, текущее давление несколько возрастает, а затем уменьшается изза теплообмена продуктов сгорания с пористой средой и стенками сосуда.

Целью работы является изучение распространения пламени в сосуде, частично заполненном пористой средой. Основное внимание уделено изучению зависимости максимального давления, достигаемого при сгорании, от коэффициента заполнения сосуда пористой средой.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Использовался такой же экспериментальный сосуд, как в работах [7, 8, 10, 11]. Это вертикальная труба. В ее верхней части имеется свободное пространство, а в нижней — пористая среда (ПС). Труба квадратного сечения 48×48 мм, длиной 1.68 м, с регулярно расположенными окнами. Расстояние между окнами 12 см. В каждом из окон установлены фотодиоды. Указанная длина трубы позволяет реализовать стационарный режим распространения пламени в ПС в случае, когда коэффициент заполнения k = l/L достаточно высок. Здесь L — длина трубы, l — длина той ее части, которая заполнена ПС (рис. 1). Максимальное давление, достигаемое в трубе при распространении пламени, зависит от этого коэффициента заполнения. Он изменялся в диапазоне k = $0 \div 1$. В большинстве экспериментов пористая среда представляла собой засыпку из стальных шаров диаметром d = 6 мм. Трубу заполняли шарами до требуемого окна. Это окно располагалось чуть выше ПС, на расстоянии $5 \div 10$ мм в свободном пространстве. Пористость (доля свободного объема) ПС из одинаковых шаров нерегулярной укладки составляла $\varepsilon = 0.4$, и она не зависит от диаметра шара.



Рис. 1. Схема установки:

1 — труба, 2 — окна с фотодиодами, 3 — датчик давления, 4 — электроды зажигания, заштрихован объем с пористой средой

В качестве горючей газовой смеси использовали смесь 4 % (по объему) пропана с воздухом (чистота пропана 99.99 %). Точность приготовления смеси составляла 0.1 %.

Эксперименты проводили следующим образом. Трубу заполняли до определенной высоты шарами одинакового диаметра. Затем ее вакуумировали и заполняли газовой смесью, приготовленной заранее в смесителе высокого давления. Диапазон начальных давлений в трубе 0.08÷0.43 МПа. После электрического искрового зажигания вблизи верхнего конца трубы регистрировались сигналы давления и фотодиодов. Сигналы фотодиодов позволяют определять скорость распространения пламени и давление в момент приближения пламени к ПС. Средняя скорость определялась как расстояние между окнами с фотодиодами, разделенное на время между максимумами сигналов от этих фотодиодов.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для оценки потерь тепла из свободного пространства в стенки трубы и характерного времени распространения пламени, зависящих от начального давления, были проведены эксперименты в трубе без ПС при начальных давлениях $0.1 \div 0.2$ МПа.

После зажигания пламя распространялось с ускорением. Затем оно замедлялось, его скорость стремилась при этом к постоянному значению. Распространение пламени сопровож-

далось непрерывным ростом давления в сосуде. Средняя скорость пламени составляла $6 \div 7$ м/с, максимальная скорость в начале его распространения сразу после зажигания — $\approx 12 \div 18$ м/с, в конце распространения — $\approx 4 \div 5$ м/с. Следует отметить, что с ростом начального давления происходит небольшой рост средней скорости пламени. Значение относительного конечного давления $P_e = p_e/p_0$, где *p*₀ — начальное давление, *p*_e — давление в момент окончания горения (которое является максимальным при распространении в незаполненном сосуде), изменялось от 3 при $p_0 = 0.1 \text{ MIIa}$ до 4.6 при $p_0 = 0.2$ МПа. Эти давления ниже рассчитанных адиабатических относительных конечных давлений $P_a = 9.5$ и 9.6 при $p_0 = 0.1$ и 0.2 МПа соответственно. Это означает, что условия экспериментов неадиабатические. Увеличение P_e с увеличением начального давления указывает на уменьшение теплопотерь при росте начального давления.

Типичные зависимости относительного текущего давления $P = p/p_0$ от времени в трубе, частично заполненной ПС, при разных значениях k и p_0 представлены на рис. 2.

Распространение пламени начинается в свободном пространстве, и происходит оно примерно так же, как и в трубе без ПС. В мо-



Рис. 2. Зависимость относительного давления в сосуде от времени:

 $1 - k = 0.25, p_0 = 0.195$ МПа; $2 - k = 0.32, p_0 = 0.175$ МПа; $3 - k = 0.61, p_0 = 0.175$ МПа; $t_1 - t_3 -$ моменты подхода пламени к пористой среде, e_1, e_2 — окончание процесса горения (для кривой 3 окончание процесса распространения пламени e_3 находится за пределами представленного промежутка времени)

мент приближения пламени к ПС (t1, t2, t3) на рис. 2) начинает формироваться волна горения в ПС. При этом давление незначительно повышается и достигает максимума. После образования волна горения распространяется в ПС с плавным уменьшением давления.

Вкратце, для сравнения, опишем распространение пламени в трубе, полностью заполненной ПС (k = 1), как в [7, 8, 10, 11]. В этом случае после формирования волна горения также распространяется с плавным уменьшением давления, но с характерными возмущениями давления. Охлаждение сгоревшего газа до температур ниже точки росы и конденсация воды из продуктов сгорания приводят к снижению давления. В момент приближения к концу трубы происходит кратковременное резкое падение давления [10]. Вызвано оно исчезновением волны горения и быстрым охлаждением сгоревшего газа [10]. Поскольку температура ранее сгоревшего газа близка к температуре ПС, дальнейшее снижение давления прекращается из-за отсутствия теплопотерь.

В трубе, частично заполненной ПС, в отличие от случая k = 1, отсутствуют как характерные колебания давления после образования зоны горения, так и заметный перепад давления в момент приближения волны горения к концу трубы. Давление плавно уменьшается, что обусловлено не только охлаждением в ПС и конденсацией воды из продуктов сгорания, но и, главным образом, охлаждением в свободном пространстве. К моменту окончания горения давление падает значительно больше, чем было бы только из-за конденсации воды. С увеличением начального давления скорость падения давления уменьшается. Конец процесса распространения пламени почти незаметен на записи давления, и его можно зафиксировать только по сигналам фотодиодов.

Следует отметить, что проникновение пламени в ПС или образование волны горения могут сопровождаться либо внезапным увеличением скорости роста давления и флуктуациями давления (кривые 1, 2 на рис. 2), либо плавным увеличением давления без колебаний (кривая 3). Видно, что рост давления из-за образования волны горения мал по сравнению с повышением давления к моменту подхода к ПС.

Рис. 3 иллюстрирует влияние коэффициента заполнения k на максимальное давление. Представление максимального давления в виде

k Рис. 3. Зависимость максимального давления

от коэффициента заполнения k:

1, 2 — стальные шары диаметром 6 мм (1 - L = 1.68 м, 2 - L = 1.89 м); 3 — керамические шары диаметром 6 мм; 4 — стальные шары диаметром 3.2 мм; 5-7 — теоретические оценки

 $P_m = p_m/p_0$ позволяет обобщить данные, полученные при различных начальных давлениях: $p_0 = 0.08 \div 0.2$ МПа для шаров диаметром 6 мм и $p_0 = 0.1 \div 0.43$ МПа для шаров диаметром 3.2 мм.

На рис. 3 представлены результаты экспериментов, когда пламя распространяется только до пористой среды и когда оно распространяется по всей трубе. В случае распространения на всю трубу давление проникновения оказалось несколько меньше максимального. Основное количество экспериментов проведено в трубе длиной L = 1.68 м. С увеличением длины трубы максимальное давление снижается при том же коэффициенте заполнения. Видно, что материал и диаметр шаров не влияют на максимальное относительное давление.

В случае, когда скорость волны акустического сжатия намного больше скорости пламени, давление должно быть примерно одинаковым во всем сосуде. Чтобы еще раз убедиться, что это условие реализовано, проводилось сравнение максимальных давлений, полученных при равных начальных давлений, полученных при равных начальных давлениях и коэффициентах заполнения, характерных для шаров диаметром 3.2 и 6 мм. Эксперименты показали, что при одном и том же коэффициенте заполнения для этих шаров максимальные давления приблизительно равны.



3. ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Предположения для теоретических оценок максимального давления

После зажигания у верхнего конца трубы пламя начинает распространяться сверху вниз в сторону ПС. Давление растет и свежий газ, который находится перед пламенем, перемещается из свободного пространства в ПС. Оценим давление, которое достигается в момент, когда пламя приблизилось к ПС. Для этого сделаем следующие упрощающие предположения. Распространение пламени в свободной части трубы происходит адиабатически, т. е. мы считаем, что теплообмен продуктов сгорания и свежего газа со стенками отсутствует. Далее будем рассматривать два варианта предположений. Первый из них состоит в том, что газ в ПС сжимается также адиабатически, как в свободном пространстве, без теплообмена с ПС. Второй вариант предположений: свежий газ, проникающий в ПС, принимает начальную температуру T_0 и в дальнейшем при повышении давления сжимается изотермически. Другие предположения такие же, как в классических формулировках: газ идеальный, теплоемкости свежего газа и продуктов сгорания постоянны и не зависят от температуры [1, 12], давление газа одинаково по всему сосуду.

Для того чтобы процесс в ПС можно было считать изотермическим, необходимо, чтобы свежий газ, нагретый вследствие адиабатического сжатия, при проникновении в ПС быстро охлаждался и далее в каждый момент сгорания свежего газа в свободном пространстве его температура должна быть примерно равной температуре ПС. Рассмотрим экспериментальные и теоретические обоснования этих допущений.

3.1.1. Экспериментальные обоснования предположения об изотермичности сжатия свежей смеси

Экспериментальные результаты этой работы и [7, 8, 10, 11] в близких условиях показывают, что при полном заполнении сосуда пористой средой распространение пламени после небольшого повышения давления сопровождается падением давления ниже начального. Это объясняется конденсацией водяного пара продуктов сгорания. Температура, при которой начинается конденсация водяного пара, зависит от его парциального давления в продуктах. Для смеси 4 % С₃Н₈ + воздух доля водяного пара в газообразных продуктах сгорания составляет около 16 %, а при $p_0 = 0.2$ МПа давление водяного пара в продуктах сгорания составляет 32 кПа. Для начала конденсации воды температура продуктов должна уменьшиться ниже 70 °C, а при охлаждении до температуры окружающей среды 20 °C давление паров становится равным 2.3 кПа. Поэтому, наблюдая падение давления в ходе распространения пламени, можно сделать вывод, что охлаждение сгоревшего газа до температуры, ненамного превышающей начальную, происходит довольно эффективно. Поэтому можно ожидать, что в нашем случае сжатие свежего газа в ПС не приведет к существенному повышению температуры газа.

Заметим, что даже если процесс сжатия несгоревшего газа является квазиравновесным, температура несгоревшей смеси и ПС может возрастать, если объемная теплоемкость твердой фазы на единицу объема газовой фазы мала [7]. Но в нашем случае эта относительная теплоемкость не мала, а очень велика — около 10^3 . Поэтому, будет ли температура увеличиваться, зависит только от скорости процесса сжатия.

3.1.2. Теоретическое обоснование предположения об изотермичности сжатия свежей смеси

Найдем, как зависит температура газа в ПС от скорости его сжатия. Будем считать, что при сжатии газа в ПС давление газа в любой точке ПС одинаковое, температура ПС постоянна и равна T_0 .

Пусть газ сжимается движущимся с некоторой скоростью жидким поршнем, проницаемым для твердой фазы и непроницаемым для газа. Первоначально газ массой m и молекулярной массой μ занимал объем V_0 и имел давление p_0 и температуру T_0 . При сжатии газ нагревается, его температура растет, и поэтому поток тепла в твердую фазу также растет. Пусть тепловой поток будет пропорционален (с коэффициентом α) разности температур между газом и твердой фазой и пропорционален поверхности единицы свободного объема F. Запишем уравнение сохранения энергии для газа:

$$\alpha FV(T_0 - T)dt = c_p \frac{m}{\mu} dT + V dp,$$

где t — время, c_p — молярная теплоемкость газа при постоянном давлении. Воспользовавшись уравнением состояния газа, перейдем к переменным T и p:

$$\alpha F\left(\frac{m}{\mu}\frac{RT}{p}\right)(T_0 - T)dt = c_p \frac{m}{\mu} dT - \left(\frac{m}{\mu}\frac{RT}{p}\right)dp,$$

разделим обе части уравнения на $\frac{m}{\mu}\,RT$ и перейдем к безразмерным величинам:

$$\frac{\alpha FT_0}{p_0} \frac{p_0}{p} \left(1 - \frac{T}{T_0} \right) dt = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p},$$
$$\frac{1}{P} (1 - \theta) d\tau = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{d\theta}{\theta} - \frac{dP}{P},$$
(1)

$$\frac{1}{P}\left[(1-\theta)\theta \middle/ \frac{dP}{d\tau}\right] = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{d\theta}{dP} - \frac{\theta}{P},$$

где $\tau = \alpha F T_0 t/p_0$ — безразмерное время, $\theta = T/T_0$, γ — безразмерные температура и отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме для свежей смеси или продуктов сгорания.

Согласно рис. 2 при сгорании в свободном пространстве за некоторое время до достижения максимума давление растет почти линейно, поэтому для оценок логично принять, что скорость его нарастания r постоянна, $r = \frac{dP}{d\tau}$ = const. Тогда уравнение (1) становится уравнением с разделяющимися переменными и может быть разрешено аналитически. После разделения переменных имеем

$$\frac{d\theta}{\theta(1+r-\theta)} = \frac{\gamma-1}{\gamma r} \frac{dP}{P}.$$

Примем следующие начальные условия для этого уравнения: $P = P_0$, $\theta = \theta_0$. Тогда решение будет вида

$$\theta = \frac{\theta_0(1+r)}{\theta_0 + (1+r-\theta_0)(P/P_0)^{-(\frac{\gamma-1}{\gamma})(\frac{r+1}{r})}}.$$
 (2)

Начальные условия для сжатия свежего газа: $P_0 = 1, \, \theta_0 = 1.$ Подставляя эти значения в (2), получаем

$$\theta = \frac{1+r}{1+rP^{-\left(\frac{\gamma u-1}{\gamma u}\right)\left(\frac{r+1}{r}\right)}}.$$
(3)

Из уравнения (3) видно, что при $r \to \infty \theta \to P^{\frac{\gamma u-1}{\gamma u}}$, т. е. сжатие является адиабатическим. При $r \to 0 \ \theta \to 1$ и сжатие изотермическое. Подставим в (3) характерные значения γ и *r*. Теплоемкость свежего газа рассчитывалась по объемным соотношениям пропана и воздуха при температуре 300 К и давлении 1 атм. Вычисленное значение $\gamma = 1.37$.

Удельная поверхность пористых сред F = $(6/d_s)(1-\varepsilon)/\varepsilon$ из шаров одинакового диаметра d_s равнялась $1.5 \cdot 10^3$ м⁻¹ при $d_s = 6$ мм. Коэффициент теплообмена $\alpha = \mathrm{Nu}\lambda/d_h$, где λ — коэффициент теплопроводности газа, а $d_h = (2/3)(\varepsilon/(1-\varepsilon))d_s = 4/F$ — гидравлический диаметр поры (диаметр такого цилиндрического канала, у которого отношение площади поперечного сечения к периметру такое же, как отношение учетверенной площади поперечного сечения потока к смачиваемому периметру для данной ПС). Для пористой среды принято $\alpha =$ 100 $B_T/(M^2 \cdot K)$, а для свободного пространства $\alpha = 5 \text{ Bt}/(\text{м}^2 \cdot \text{K})$. Таким образом, для расчета зависимости температуры газа от давления в процессе сжатия с постоянной скоростью роста давления приняты типичные для наших экспериментов значения r = 0.05 для сжатия в ПС и r = 15 для сжатия в свободном пространстве. Различие значений r при одинаковой скорости роста давления обусловлено разницей в удельных поверхностях и коэффициентах α .

На рис. 4 представлены зависимости безразмерной температуры от безразмерного давления, рассчитанные по уравнению (3) для



Рис. 4. Зависимость безразмерной температуры несгоревшего газа от безразмерного давления:

1 — расчет при адиабатическом сжатии; 2, 3 — расчет по уравнению (3) при r = 15 (2), r = 0.05 (3)

сжатия газа в пористой среде (кривая 3), в свободном пространстве (кривая 2), а также при адиабатическом сжатии (кривая 1). Видно, что при этих параметрах сжатие газа в свободном пространстве происходит почти адиабатически. В ПС температура газа сначала становится немного выше температуры ПС, а затем, как видно из уравнения (3), стремится к асимптотическому значению $\theta = 1 + r$. Таким образом, температуру несгоревшего газа в ПС можно считать равной T_0 .

3.2. Оценки максимального давления

После экспериментального и теоретического обоснования исходных предположений сделаем оценки развивающегося давления при сгорании газа только в свободном пространстве. Поскольку давление к моменту приближения пламени к ПС лишь ненамного ниже максимального, в дальнейшем будем называть это давление максимальным, а в случае нераспространения пламени в ПС оно в точности является максимальным.

Первая оценка основана на предположении, что газ горит адиабатически, т. е. отсутствуют потери тепла от продуктов сгорания и от свежего газа в свободном пространстве и пористой среде.

Вторая оценка сделана в предположении, что свежий газ и продукты сгорания в свободном пространстве сжимаются адиабатически, но при проникновении свежего газа в ПС он мгновенно охлаждается до начальной температуры и затем сжимается изотермически.

3.2.1. Оценка давления в предположении адиабатического сжатия свежей смеси в пористой среде

Начальная внутренняя энергия газа

$$U_0 = \frac{p_0 V}{\gamma_u - 1} \left(1 - k + k\varepsilon \right),$$

где V — объем сосуда. После подхода пламени к $\Pi \mathbf{C}$

$$U_x = \frac{p_x V}{\gamma_b - 1} \left(1 - k \right) + \frac{p_x V k \varepsilon}{\gamma_u - 1},$$

где p_x — искомое давление при подходе пламени к ПС, индексы u и b относятся к свежей смеси и продуктам сгорания соответственно.

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{p_x V}{\gamma_b - 1} (1 - k) + \frac{p_x V k\varepsilon}{\gamma_u - 1} - \frac{p_0 V}{\gamma_u - 1} (1 - k + k\varepsilon).$$
(4)

В первой оценке изменение ΔU вызвано только тепловыделением $m_b Q_{hr}$, где Q_{hr} тепловыделение химической реакции на единицу массы свежего газа, а m_b — масса сгоревшего газа, равная разности между массой всего газа m_0 и массой свежего газа m_u , который проникает в ПС к моменту приближения пламени к ПС:

$$m_b = m_0 - m_u =$$

$$= \frac{\mu_u p_0 V}{RT_0} \left(1 - k + k\varepsilon\right) - \frac{\mu_u p_x V k\varepsilon}{RT}.$$
(5)

Здесь и далее μ_u и μ_b — молекулярные массы соответственно свежей смеси и продуктов сгорания. Так как по предположению свежая смесь сжималась адиабатически, ее температура в ПС будет

$$T = T_0 \left(\frac{p_{xa}}{p_0}\right)^{(\gamma u - 1)/\gamma u},$$

где p_{xa} — искомое давление в случае адиабатического сжатия в ПС. Подставляя это выражение для температуры в (5), находим m_{ba} массу сгоревшего газа до подхода пламени к ПС в случае адиабатического горения.

Тепловой эффект реакции на единицу массы газа можно выразить через теплоемкость газа и коэффициент расширения $E = \frac{\mu_u}{\mu_b} \frac{T_{b0}}{T_0}$ $(T_{b0}$ — температура пламени при сгорании в условиях постоянного давления p_0 и начальной температуры T_0) или давление адиабатического сгорания в закрытом сосуде P_a $(P_a = \gamma_b(E-1)+1)$ [13]:

$$Q_{hr} = \frac{RT_0}{\mu_u} \frac{\gamma_b}{\gamma_b - 1} \left(E - \frac{\gamma_u}{\gamma_b} \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1} \right) =$$
$$= \frac{RT_0}{\mu_u} \frac{P_a - (\gamma_b - 1)/(\gamma_u - 1)}{\gamma_b - 1}$$

Так как работа над всем газом не совершалась, то изменение внутренней энергии равно подведенному теплу:

$$\Delta U_1 = Q_{hr} m_{ba},\tag{6}$$

$$\frac{p_{xa}V}{\gamma_b - 1} (1 - k) + \frac{p_{xa}Vk\varepsilon}{\gamma_u - 1} - \frac{p_0V}{\gamma_u - 1} (1 - k + k\varepsilon) =$$

$$= \frac{RT_0}{\mu_u} \frac{P_a - (\gamma_b - 1)/(\gamma_u - 1)}{\gamma_b - 1} \times$$

$$\times \left[\frac{\mu_u p_0V}{RT_0} (1 - k + k\varepsilon) - \frac{\mu_u p_{xa}Vk\varepsilon}{RT_0(p_{xa}/p_0)\frac{\gamma_u - 1}{\gamma_u}} \right].$$

После преобразований имеем

$$P_{xa}\left(1-k+k\varepsilon\frac{\gamma_b-1}{\gamma_u-1}\right) =$$
$$= (1-k+k\varepsilon)P_a - \left(P_a - \frac{\gamma_b-1}{\gamma_u-1}\right)k\varepsilon P_{xa}^{1/\gamma_u}.$$
 (7)

Решая уравнение (7) относительно P_{xa} при различных значений k, получаем зависимость $P_{xa}(k)$ для случая адиабатического горения. Эта зависимость представлена на рис. 3 в виде кривой 5.

3.2.2. Оценка в предположении изотермического сжатия

Для второй оценки в правой части уравнения (6) при вычислении изменения внутренней энергии следует учесть, кроме подведенного тепла, теплопотери за счет работы изотермического сжатия свежей смеси, а также теплопотери в ПС из нагретой вследствие адиабатического сжатия свежей смеси в свободном пространстве. Теплопотери за счет работы изотермического сжатия:

$$Q_w = \frac{m_{uic}}{\mu_u} RT_0 \ln \frac{p_{xic}}{p_0} = p_0 V k \varepsilon P_{xic} \ln P_{xic}, \quad (8)$$

где p_{xic} — искомое давление, m_{uic} — масса свежего газа, проникшего в ПС к моменту подхода пламени к ПС в случае изотермического сжатия свежего газа в ПС.

Теперь оценим потерю тепла δQ_{hl} при проникновении массы dm с температурой T в пористую среду:

$$\delta Q_{hl} = \frac{c_{pu}}{\mu_u} \left(T - T_0 \right) dm, \tag{9}$$

при этом давление в сосуде будет возрастать на величину

$$dp = \frac{RT_0}{\mu_u V k\varepsilon} \, dm$$

Выражая в (9) температуру и массу через текущее давление и его прирост dp, перепишем уравнение (9) в виде

$$\delta Q_{hl} = \frac{c_{pu}T_0}{\mu_u} \left(\frac{T}{T_0} - 1\right) \frac{\mu_u V k\varepsilon}{RT_0} dp =$$
$$= \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1} p_0 V k\varepsilon \left(P^{\frac{\gamma_u - 1}{\gamma_u}} - 1\right) dP. \quad (10)$$

Интегрируя (10) в пределах от P = 1 до $P = P_{xic}$, получаем теплопотери в ПС из свежего нагретого газа, входящего в ПС:

$$Q_{hl} = \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1} p_0 V k \varepsilon \int_{1}^{P_{xic}} \left(P^{\frac{\gamma_u - 1}{\gamma_u}} - 1 \right) dP =$$
$$= \frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1} p_0 V k \varepsilon \left(\frac{P^{2-1/\gamma_u}_{xic} - 1}{2 - 1/\gamma_u} - P_{xic} + 1 \right).$$
(11)

С учетом потерь тепла изменение внутренней энергии газа принимает вид

$$\Delta U_2 = m_{bic}Q_{hr} - Q_w - Q_{hl}, \qquad (12)$$

где значение m_{bic} уже меньше, чем при адиабатическом процессе, так как свежая смесь сжималась изотермически и ее вошло больше в ПС, чем при адиабатическом сжатии. Для того чтобы найти m_{bic} , подставим $T = T_0$ в уравнение (5):

$$m_{bic} = m_0 - m_{uic} = \frac{\mu_u p_0 V}{RT_0} \left(1 - k + k\varepsilon\right) - \frac{\mu_u p_{xic} V k\varepsilon}{RT_0} = \frac{\mu_u p_0 V}{RT_0} \left(1 - k + k\varepsilon - P_{xic} k\varepsilon\right)$$

Подставляя в (12) выражения для m_{bic} , Q_{hr} , Q_w , Q_{hl} , получаем

$$\begin{aligned} \frac{p_{xic}V}{\gamma_b-1}\left(1-k\right) + \frac{p_{xic}Vk\varepsilon}{\gamma_u-1} - \frac{p_0V}{\gamma_u-1}\left(1-k+k\varepsilon\right) &= \\ &= \frac{RT_0}{\mu_u}\frac{P_a - (\gamma_b-1)/(\gamma_u-1)}{\gamma_b-1} \times \\ &\times \left[\frac{\mu_u p_0V}{RT_0}\left(1-k+k\varepsilon\right) - \frac{\mu_u p_{xic}Vk\varepsilon}{RT_0}\right] - \\ &- p_0Vk\varepsilon P_{xic}\ln P_{xic} - \\ &- \frac{\gamma_u}{\gamma_u-1}p_0Vk\varepsilon \left(\frac{P_{xic}^{2-1/\gamma_u}-1}{2-1/\gamma_u} - P_{xic} + 1\right). \end{aligned}$$

После преобразований имеем

$$P_{xic}[1 - k + k\varepsilon(P_a + (\gamma_b - 1)\ln P_{xic})] =$$

$$= (1 - k + k\varepsilon)P_a -$$

$$- k\varepsilon\gamma_u \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1} \left(\frac{P_{xic}^{2-1/\gamma_u} - 1}{2 - 1/\gamma_u} - P_{xic} + 1\right). (13)$$

Решая это уравнение относительно P_{xic} при различных значениях k, получаем искомую зависимость $P_{xic}(k)$ для случая изотермического сжатия (см. кривую 6 на рис. 3).

На рис. 3 вместе с экспериментальными данными представлены три теоретические кривые. Видно, что влияние ПС на максимальное давление не сводится лишь к тому, что некоторая часть свежего газа не сгорела (кривая 5). Экспериментальные символы лежат ниже этой кривой. Кривая 6, учитывающая охлаждение свежей смеси в ПС, значительно лучше соответствует экспериментам.

3.2.3. Причины снижения давления. Упрощенная оценка давления

Рассмотрим, какие причины и как влияют на снижение давления по сравнению с адиабатическим сжатием свежего газа в ПС. Выше мы назвали две причины. Это работа изотермического сжатия Q_w и теплопотери в ПС из свежего газа, нагретого вследствие адиабатического сжатия сразу при проникновении в ПС (Q_{hl}) . Третий фактор неявно учтен в (12) в виде меньшей массы газа, сгоревшего в свободном пространстве. То есть подведенное к газу тепло и, соответственно, изменение внутренней энергии ΔU будут в этом случае ниже на величину Q_{uq} , обусловленную меньшей массой сгоревшего газа или, что то же самое, большей массой свежего газа, вошедшего в ПС (m_{uic}) , в момент подхода пламени к ПС в случае изотермического сжатия по сравнению со случаем адиабатического сжатия в ПС (m_{ua}) . Вычислим ΔU :

$$\begin{split} \Delta U &= Q_{ug} = (m_{uic} - m_{ua})Q_{hr} = \\ &= \left[\frac{\mu_u p_{xic} V k\varepsilon}{RT_0} - \frac{\mu_u p_{xa} V k\varepsilon}{RT_0 (p_{xa}/p_0)^{\frac{\gamma_u - 1}{\gamma_u}}}\right] \times \\ &\times \frac{RT_0}{\mu_u} \frac{P_a - (\gamma_b - 1)/(\gamma_u - 1)}{\gamma_b - 1}. \end{split}$$

После преобразований получаем

 $Q_{uq} =$

$$= \frac{p_0 V k \varepsilon}{\gamma_b - 1} \left(P_{xic} - P_{xa}^{1/\gamma_u} \right) \left(P_a - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1} \right). (14)$$

Таким образом, снижение давления в закрытом сосуде при подходе пламени к ПС обусловлено тремя причинами: работой изотермического сжатия свежей смеси (Q_w) , теплопотерями из нагретой свежей смеси в ПС (Q_{hl}) и меньшим количеством прореагировавшей смеси в момент подхода пламени к ПС. Последнее приводит к снижению внутренней энергии всего газа на величину Q_{uq} .

Оценим, насколько снижается максимальное давление вследствие действия каждого фактора. Запишем разность внутренних энергий газа при адиабатическом сгорании (U_a) и при сгорании с учетом охлаждения свежего газа в пористой среде (U_{ic}) :

$$U_{a} - U_{ic} = \frac{p_{xa}V}{\gamma_{b} - 1} (1 - k) +$$

$$+ \frac{p_{xa}Vk\varepsilon}{\gamma_{u} - 1} - \frac{p_{xic}V}{\gamma_{b} - 1} (1 - k) - \frac{p_{xic}Vk\varepsilon}{\gamma_{u} - 1} =$$

$$= p_{0}V(P_{xa} - P_{xic}) \left(\frac{1 - k}{\gamma_{b} - 1} + \frac{k\varepsilon}{\gamma_{u} - 1}\right). (15)$$

Эта разность обусловлена влиянием трех вышеназванных факторов:

$$U_a - U_{ic} = Q_w + Q_{hl} + Q_{ug}.$$
 (16)

Перепишем (16), подставляя в него соответствующие выражения из (15), (8), (11), (14):

$$p_{0}V(P_{xa} - P_{xic})\left(\frac{1-k}{\gamma_{b}-1} + \frac{k\varepsilon}{\gamma_{u}-1}\right) =$$

$$= p_{0}Vk\varepsilon P_{xic}\ln P_{xic} +$$

$$+ \frac{\gamma_{u}}{\gamma_{u}-1}p_{0}Vk\varepsilon\left(\frac{P_{xic}^{2-1/\gamma_{u}}-1}{2-1/\gamma_{u}} - P_{xic}+1\right) +$$

$$= p_{0}Vk\varepsilon \left(p_{xic} - p_{xic}^{1/\gamma_{u}}\right)\left(p_{xic} - \gamma_{b} - 1\right)$$

$$+\frac{p_0 V \kappa \varepsilon}{\gamma_b - 1} (P_{xic} - P_{xa}^{1/\gamma_u}) \left(P_a - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1} \right)$$

После преобразований получаем

$$\Delta P = \frac{k\varepsilon P_{xic} \ln P_{xic}}{(1-k)/(\gamma_b - 1) + (k\varepsilon)/(\gamma_u - 1)} +$$

$$+ \frac{\frac{\gamma_u}{\gamma_u - 1} k\varepsilon \left(\frac{P_{xic}^{2 - 1/\gamma_u} - 1}{2 - 1/\gamma_u} - P_{xic} + 1\right)}{(1 - k)/(\gamma_b - 1) + k\varepsilon/(\gamma_u - 1)} + \frac{\frac{k\varepsilon}{\gamma_b - 1} (P_{xic} - P_{xa}^{1/\gamma_u}) \left(P_a - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1}\right)}{(1 - k)/(\gamma_b - 1) + k\varepsilon/(\gamma_u - 1)}.$$

Здесь первый член в правой части отвечает за снижение давления вследствие изотермического сжатия (ΔP_w), второй — за снижение вследствие охлаждения свежего газа (ΔP_{hl}), третий член — за снижение давления вследствие меньшей массы сгоревшего газа (ΔP_{uq}).

Из рис. 5 видно, что теплопотери из свежего газа за счет его охлаждения пористой средой и работы изотермического сжатия мало влияют на снижение давления. Основной фактор, влияющий на снижение давления, это уменьшение количества свежего газа, сгорающего в свободном пространстве. Итак, снижение максимального давления обусловлено в основном дополнительным количеством несгоревшего свежего газа, находящегося в ПС к моменту подхода пламени к ней. Снижение давления вследствие действия всех трех факторов (кривая 4 на рис. 5) имеет максимум вблизи k = 0.23.



Рис. 5. Влияние различных причин на снижение давления в момент подхода пламени к пористой среде при различных коэффициентах заполнения:

1 — работа изотермического сжатия ΔP_w , 2 — теплопотери из нагретого свежего газа в ПС ΔP_{hl} , 3 — меньшая масса сгоревшего газа ΔP_{ug} , 4 — $\Delta P_w + \Delta P_{hl} + \Delta P_{ug}$

Рассмотрим уравнение (13) без учета потерь тепла Q_w , Q_{hl} , так как они малы. Уравнение (13) принимает простой вид:

$$P_x[1 - k + k\varepsilon P_a] = (1 - k + k\varepsilon)P_a,$$

$$P_x = \frac{1 - k + k\varepsilon}{1 - k + k\varepsilon P_a}P_a.$$
(17)

Рассчитанная по уравнению (17) зависимость $P_x(k)$ показана на рис. 3 (кривая 7). Видно, что кривые 6 и 7 близки. Это еще раз указывает на то, что уменьшение давления из-за потерь тепла от свежего газа и работы адиабатического сжатия мало влияет на оценку давления. Для быстрых практических оценок удобно использовать уравнение (17).

3.2.4. Влияние теплопотерь из продуктов сгорания в свободном пространстве на максимальное давление

Мы уже рассмотрели влияние на максимальное давление теплопотерь из свежего газа в ПС. Увеличение теплопотерь приводит к снижению давления вследствие появившейся возможности больше вместить свежего газа в ПС. Рассмотрим, как повлияют на максимальное давление теплопотери из продуктов сгорания в свободном пространстве. С одной стороны, очевидно, что это приведет к снижению давления газа, а с другой стороны, это приведет к тому, что меньшее количество свежего газа будет находиться в ПС к моменту подхода пламени, т. е. свежего газа сгорит больше, это должно снизить падение давления, вызванного теплопотерями. Рассмотрим этот эффект подробнее. Пусть охлаждение продуктов сгорания за время распространения пламени в свободном пространстве до ПС уменьшило внутреннюю энергию всего газа на величину ΔU_{-} . Это вызвало бы снижение давления по сравнению с адиабатическим сгоранием в области продуктов сгорания на величину

$$\Delta p_{-} = \frac{\Delta U_{-}}{V[(1-k)/(\gamma_{b}-1) + k\varepsilon/(\gamma_{u}-1)]}$$

Но так как при снижении давления меньшее количество свежей смеси на величину Δm войдет в ПС и ее сгорание увеличит давление, то падение давления будет ниже, обозначим это падение Δp . Тогда невошедшая масса свежей смеси будет

$$\Delta m = \frac{\mu_u V k\varepsilon}{RT_0} \,\Delta p$$

Эта смесь сгорит и вызовет увеличение внутренней энергии всего газа на величину

$$\Delta U_{+} = \Delta m Q_{hr} = \frac{Vk\varepsilon}{\gamma_b - 1} \left(P_a - \frac{\gamma_b - 1}{\gamma_u - 1} \right) \Delta p.$$

Таким образом, внутренняя энергия газа уменьшится не на ΔU_{-} , а на меньшую величину $\Delta U_{-} - \Delta U_{+}$. Падение давления Δp находим из следующего уравнения:

$$\Delta p = \frac{\Delta U_{-} - \Delta U_{+}}{V[(1-k)/(\gamma_{b}-1) + k\varepsilon/(\gamma_{u}-1)]} = \frac{\Delta U_{-} - \frac{Vk\varepsilon}{\gamma_{b}-1} \left(P_{a} - \frac{\gamma_{b}-1}{\gamma_{u}-1}\right)\Delta p}{V[(1-k)/(\gamma_{b}-1) + k\varepsilon/(\gamma_{u}-1)]}$$

откуда получаем

$$\Delta p = \frac{\Delta U_{-}}{V[(1-k)/(\gamma_b - 1) + k\varepsilon/(\gamma_u - 1)]} \times \left\{ 1 + \frac{k\varepsilon/(\gamma_b - 1)[P_a - (\gamma_b - 1)/(\gamma_u - 1)]}{(1-k)/(\gamma_b - 1) + k\varepsilon/(\gamma_u - 1)} \right\}^{-1}$$

Рассмотрим отношение

$$\frac{\Delta p_{-}}{\Delta p} = 1 + \frac{k\varepsilon/(\gamma_b - 1)[P_a - (\gamma_b - 1)/(\gamma_u - 1)]}{(1 - k)/(\gamma_b - 1) + k\varepsilon/(\gamma_u - 1)}.$$

Видно, что оно изменяется от 1 при k = 0 до $\Delta p_{-}/\Delta p = 1 + [(\gamma_u - 1)/(\gamma_b - 1)]P_a > 10$ при $k \rightarrow 1$. Это означает, что при высоких значениях k теплопотери из продуктов сгорания несильно снижают давление по сравнению с адиабатической оценкой по уравнению (13).

Оценить изменение температуры вследствие теплопотерь из продуктов сгорания для первой сгоревшей порции газа можно по уравнению (2) с начальными условиями $P_0 = 1$, $\theta_0 = \theta_{b0} = T_{b0}/T_0$. В этом случае решение (2) принимает вид

 $\theta =$

$$=\frac{\{[(\gamma_b-1)/\gamma_b]r+1\}\theta_{b0}}{\theta_{b0}+\{[(\gamma_b-1)/\gamma_b]r+1-\theta_b\}P_0^{-[(\gamma_b-1)/\gamma_b+1/r]}}$$

где $\gamma_b = 1.2$, $\theta_{b0} = 7.7$ для данного газа при $p_0 = 0.1$ МПа. При увеличении давления в три раза (P = 3) температура не увеличивается, а

уменьшается с 7.7 до 2.8. Для этой оценки предполагаем, что продукты сгорания охлаждаются быстрее, чем свежий газ из-за свободной конвекции, и что r = 3. Очевидно, что для следующих порций продуктов сгорания снижение температуры будет больше.

Одно из важных предположений, лежащих в основе оценок, — отсутствие теплообмена между продуктами сгорания и стенками сосуда в области, свободной от ПС. Сделанная выше оценка температуры и экспериментальные данные по конечному давлению при распространении пламени в данном сосуде без ПС показывают, что теплопотери в свободном пространстве из продуктов сгорания довольно высоки. Поэтому можно было бы ожидать, что экспериментальные точки будут лежать ниже теоретической кривой 6 на рис. 3 во всем диапазоне изменения k. Однако хорошее соответствие между экспериментальными значениями P_m и теоретической оценкой (кривая 6, рис. 3) при k > 0.5, несмотря на относительно высокие теплопотери, указывает на то, что описанный выше механизм компенсирует теплопотери из продуктов сгорания за счет сгорания дополнительного количества свежей смеси. С уменьшением объема ПС (k < 0.5) в нее нагнетается меньше свежей смеси в процессе распространения пламени. Поэтому эффект компенсации падения давления уменьшается и, таким образом, падение давления становится значительнее. Это проявляется в том, что экспериментальные данные всё больше отклоняются от теоретических зависимостей, полученных в предположении отсутствия теплообмена продуктов сгорания со стенками сосуда в области. свободной от ПС.

Таким образом, теплопотери из свежего газа в ПС приводят к значительному снижению максимального давления, а теплопотери из продуктов сгорания в стенки трубы значительно менее эффективно снижают максимальное давление, особенно при высоких заполнениях сосуда пористой средой.

Следует еще раз отметить, что, даже если пламя будет дальше распространяться через ПС, давление будет уменьшаться, а не увеличиваться. Поэтому оценка максимального давления, полученная с точностью до небольшого повышения давления при проникновении пламени в ПС, как уже упоминалось ранее, является правильной и для случая дальнейшего распространения пламени.

выводы

Экспериментально получена зависимость максимального давления в сосуде при распространении пламени от коэффициента заполнения пористой средой. Показано, что давление не зависит от материала пористой среды и характерного размера элемента среды.

Дана аналитическая оценка этой зависимости, которая удовлетворительно согласуется с экспериментом при коэффициентах заполнения выше 0.5.

Проанализировано влияние потерь тепла из свежего газа и продуктов сгорания в ПС и стенки сосуда на величину максимального давления.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. — М: Изд-во иностр. лит., 1948.
- 2. Бабкин В. С., Кононенко Ю. Г. Анализ уравнений для определения нормальной скорости пламени методом бомбы постоянного объема // Физика горения и взрыва. 1969. Т. 5, № 1. С. 84–93.
- 3. Babkin V. S. Filtrational combustion of gases. Present state of affairs and prospects // Pure Appl. Chem. — 1993. — V. 65, N 2. — P. 335–344.
- Пинаев А. В., Лямин Г. А. Основные закономерности дозвукового и детонационного горения газов в инертных пористых средах // Физика горения и взрыва. — 1989. — Т. 25, № 4. — С. 75–85.
- Бабкин В. С., Бунев В. А., Коржавин А. А., Клименко А. С., Зубков В. И., Григорьев В. М. Горение газа в закрытом сосуде с высокопористой инертной средой // Физика горения и взрыва. — 1985. — Т. 21, № 5. — С. 17–22.

- Гельфанд Б. Е., Медведев С. И., Поленов А. И., Тимофеев Е. Н., Фролов С. М., Цыганов С. А. Измерение скорости слабых возмущений в пористых средах насыпной плотности // ПМТФ. — 1986. — № 1. — С. 141–144.
- Korzhavin A. A., Bunev V. A., Babkin V. S. Dynamics of gas combustion in closed systems with an inert porous medium // Combust. Flame. — 1997. — V. 109. — P. 507–520.
- Коржавин А. А., Бунев В. А., Бабкин В. С. Нестационарные эффекты при горении газа в закрытых сосудах с инертной пористой средой // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, № 1. — С. 24–32.
- Babkin V. S. The problems of porous flamearresters // Prevention of Hazardous Fires and Explosions / V. E. Zarko et al. (Eds). — Netherlands: Kluwer Acad. Publ., 1999. — P. 199–213.
- Коржавин А. А., Бунев В. А., Абдуллин Р. Х., Бабкин В. С. О зоне пламени при горении газа в инертной пористой среде // Физика горения и взрыва. — 1982. — Т. 18, № 6. — С. 20–23.
- Babkin V. S., Korzhavin A. A., Bunev V. A. Propagation of premixed explosion flames in porous media // Combust. Flame. — 1991. — V. 87, N 2. — P. 182–190.
- Математическая теория горения // Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. / отв. ред. Р. И. Солоухин. — М.: Наука, 1980.
- Бабкин В. С., Кононенко Ю. Г. Уравнения для определения нормальной скорости пламени в сферической бомбе постоянного объема // Физика горения и взрыва. — 1967. — Т. 3, № 2. — С. 268–275.

Поступила в редакцию 24/VI 2017 г.