

## ЛИТЕРАТУРА

1. Maxwell J. C. On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature.— In: Maxwell J. C. the Scientific Papers. Vol. 2, 1927.
2. Акиншин В. Д., Борисов С. Ф., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Экспериментальное исследование течения разреженных газов в капиллярном сите при различных температурах.— ПМТФ, 1974, № 2.
3. Lund L. M., Berman A. S. Flow of noble gases at low pressures through porous media and capillaries.— *J. Chem. Phys.*, 1958, vol. 28, p. 363—364.
4. Борисов С. Ф., Калинин Б. А., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Микроманометр с цифровым отсчетом.— «Приборы и техника эксперимента», 1972, № 4.
5. Черняк В. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Применение вариационного метода к задаче о термомолекулярной разности давлений в цилиндрическом капилляре.— «Ипж.-физ. журн.», 1974, т. 26, с. 446—450.
6. Борисов С. Ф., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Экспериментальное исследование течения газов в капиллярах.— ЖТФ, 1972, т. 42, с. 1310—1314.
7. Черняк В. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Движение разреженного газа в длинных трубах с аккомодирующими стенками.— ЖТФ, 1973, т. 43, с. 2420—2426.
8. Suetin P. E., Porodnov B. T., Chernjak V. G., Borisov S. F. Poiseuille flow at arbitrary Knudsen numbers and tangential momentum accommodation.— *J. Fluid Mech.*, 1973, vol. 60, p. 581—592.
9. Породнов Б. Т., Суетин П. Е., Борисов С. Ф., Неволин М. В. Влияние шероховатости стенок на вероятность прохождения молекул в плоском канале.— «Изв. высш. учеб. заведений. Физика», 1972, № 10.

УДК 536.629.7

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАСТЕКАНИЯ ТЕПЛА  
В ИЗМЕРИТЕЛЬНОМ СЛОЕ  
НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ  
ГРАДИЕНТНЫМ МЕТОДОМ**

*Э. Н. Вознесенский, В. И. Немченко*  
(Москва)

Одним из широко известных методов измерения теплового потока является стационарный градиентный метод, или метод вспомогательной стенки [1]. Однако этим методом, несмотря на его высокую чувствительность и относительную простоту, сравнительно редко пользуются в модельном газодинамическом эксперименте. Практически отсутствуют сведения о применении метода вспомогательной стенки в исследованиях теплообмена, проводимых на моделях в аэродинамических установках низкой плотности. Основными причинами, препятствующими его широкому использованию в подобного рода измерениях, являются недостаточное пространственное разрешение индивидуальных тепломеров при относительно малых размерах самих моделей и областей воздействия газового потока и появление в ряде случаев температурных «ступенек» на поверхности исследуемой модели в местах установки тепломеров. Указанные недостатки, однако, в значительной степени устраняются при осуществлении метода вспомогательной стенки в постановке, которая предложена в работе [2] для тел с плоской или слабо искривленной поверхностью. Смысл предложенной реализации заключается в следующем: термостатированный каким-либо образом корпус модели покрывается слоем малотеплопроводного материала (измерительным слоем), столь тонким, что растекание тепла в нем в наиболее важных с точки зрения теплообмена местах становится несущественным. При этом локальный перепад температуры на противоположных сторонах слоя с известной теплопроводностью материала  $\lambda = \text{const}$  пропорционален местному значению падающего теплового потока, и задача сводится к тому, чтобы зафиксировать этот перепад температуры с необходимой точностью. Измерение распределения разности температур между поверхностями измерительного слоя выполняется дифферен-

циальными микротермопарами, горячие спаи которых размещены на наружной поверхности слоя определенным образом, учитывающим отвод тепла по термопарным проводам [2].

Следовательно, при реализации метода вспомогательной стенки в данном варианте наряду с вопросом о правильном размещении спаев дифференциальных термопар, обсуждавшимся ранее [2], важным моментом является учет влияния тангенциальных потоков тепла в измерительном слое и определение ошибки, вносимой этими потоками в результат измерений. Корректная оценка последней сделала бы возможным подбирать необходимую толщину измерительного слоя, отвечающую условиям конкретного эксперимента. Анализ эффектов растекания тепла производился ранее в основном для нестационарных способов измерения тепловых потоков [3, 4]. Применительно к методу вспомогательной стенки задача растекания тепла в общем виде, по-видимому, не ставилась. Известны лишь отдельные частные примеры [1, 2].

В данной работе сделана попытка вывести из достаточно общих посылок приближенные зависимости, связывающие погрешность измерения распределения тепловых потоков вследствие растекания тепла в измерительном слое с параметрами слоя и характеристиками измеренной величины. Пригодность полученных соотношений для практического использования проверяется путем сравнения приближенных значений погрешности, рассчитанных по этим соотношениям, с точными для ряда модельных задач теплопроводности, допускающих аналитическое решение, а также экспериментальное.

В конкретном устройстве [2] тонкий измерительный слой наклеивался на термостатированный корпус. Кроме того, для защиты спаев термопар и устранения гидродинамических возмущений на внешнюю поверхность измерительного слоя в некоторых случаях может быть нанесена специальная защитная пленка. Таким образом, при постановке задачи растекания тепла для метода вспомогательной стенки следует иметь в виду, что реальное покрытие, вообще говоря, многослойно.

1. Рассмотрим с учетом сделанных замечаний стационарную задачу теплопроводности в тонкослойном комбинированном покрытии, нанесенном на плоскую или слабо искривленную изотермическую поверхность и состоящем из трех однородных слоев. Тепловой контакт между всеми слоями полагаем идеальным. Толщину и коэффициент теплопроводности внутреннего слоя (слой 1) обозначим соответственно  $h_1$  и  $\lambda_1$ , те же параметры для центрального слоя (слой 2), выполняющего роль измерительного слоя —  $h_2$  и  $\lambda_2$  и для наружного слоя (слой 3) —  $h_3$  и  $\lambda_3$ . Ортогональную систему координат возьмем обычным образом: координаты  $x$  и  $y$  — вдоль изотермической поверхности,  $z$  — по нормали к ней.

Тогда внутри каждого слоя температурное поле может быть описано уравнением Лапласа в виде

$$(1.1) \quad \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$

Пусть на наружную поверхность покрытия падает тепловой поток  $q_w(x, y)$ , причем функция  $q_w(x, y)$  непрерывна. Запишем граничные условия задачи и условия стыковки решений при переходе от слоя 1 к слою 2 и от слоя 2 к слою 3 в виде

$$(1.2) \quad z = 0, \quad T(x, y, 0) = T_0 = \text{const};$$

$$(1.3) \quad z = h_1, \quad T(x, y, h_1 - 0) = T(x, y, h_1 + 0) = T_1,$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_1-0} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_1+0};$$

$$(1.4) \quad z = h_{12}, \quad T(x, y, h_{12} - 0) = T(x, y, h_{12} + 0) = T_2,$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_{12}-0} = \lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_{12}+0};$$

$$(1.5) \quad z = h_{123}, \quad \lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_{123}} = q_w(x, y),$$

где  $h_{12} = h_1 + h_2$ ;  $h_{123} = h_1 + h_2 + h_3$ . В (1.5) учтено, что направления оси  $Oz$  и действующего теплового потока противоположны. Интегрирование (1.1) поперек слоев 2 и 3 приводит к следующим соотношениям:

$$(1.6) \quad \lambda_3 \int_{h_{12}}^{h_{123}} \Delta' T d\zeta + \lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_{123}} - \lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_{12}+0} = 0;$$

$$(1.7) \quad \lambda_2 \int_{h_1}^{h_{12}} \Delta' T d\zeta + \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_{12}-0} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_1+0} = 0;$$

$$(1.8) \quad \frac{\lambda_2}{h_2} \int_{h_1}^{h_{12}} dz \int_{h_1}^z \Delta' T d\zeta + \lambda_2 \frac{T_2 - T_1}{h_2} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{h_1+0} = 0,$$

где  $\Delta' = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ . Из (1.4)–(1.8) можно получить точное выражение для величины погрешности  $\varepsilon$  вследствие растекания

$$(1.9) \quad \varepsilon = \frac{1}{q_{in}(x, y)} \left[ \lambda_2 \frac{T_2 - T_1}{h_2} - q_w(x, y) \right] = \frac{1}{q_w(x, y)} \times \\ \times \left[ \lambda_3 \int_{h_{12}}^{h_{123}} \Delta' T dz + \lambda_2 \int_{h_1}^{h_{12}} \Delta' T dz - \frac{\lambda_2}{h_2} \int_{h_1}^{h_{12}} dz \int_{h_1}^z \Delta' T d\zeta \right].$$

Пусть суммарная толщина покрытия  $h_{123}$  такова, что растекание тепла в нем всюду в рассматриваемой области мало (т. е.  $\varepsilon \ll 1$ ). Это значит, что распределение температуры по координате  $z$  внутри каждого слоя близко к линейному и, кроме того, в силу (1.2)–(1.4)

$$\lambda_1 \frac{T_1 - T_0}{h_1} \approx \lambda_2 \frac{T_2 - T_1}{h_2} \approx \lambda_3 \frac{T_3 - T_2}{h_3},$$

где  $T_3 = T(x, y, h_{123})$ . Оценивая на основании этих соображений интегралы в равенстве (1.9), получаем достаточно простое приближенное выражение для значения

$$(1.10) \quad \varepsilon \approx \frac{\lambda_2 h_2}{3q_{in}(x, y)} \left[ 1 + 3 \frac{\lambda_3 h_3}{\lambda_2 h_2} + \frac{3}{2} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} + \frac{3}{2} \left( \frac{h_2}{h_3} \right)^2 + 3 \frac{\lambda_3 h_3 h_1}{\lambda_1 h_2^2} \right] \times \\ \times \Delta' (T_2 - T_1) \approx \frac{h_2^2}{3} \left[ 1 + 3 \frac{\lambda_3 h_3}{\lambda_2 h_2} + \frac{3}{2} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} + \frac{3}{2} \left( \frac{h_2}{h_3} \right)^2 + 3 \frac{\lambda_3 h_3 h_1}{\lambda_1 h_2^2} \right] \frac{\Delta' (T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}.$$

Полученные зависимости дают возможность проследить влияние различных параметров покрытия на степень растекания тепла и тем самым оценить толщины защитного, клеевого и измерительного слоев, обеспечивающие допустимую величину погрешности, удовлетворяющую требованиям конкретного исследования.

Так, для того чтобы можно было пренебречь растеканием тепла из-за наличия клеевого и защитного слоев, необходимо удовлетворить условиям

$$\lambda_3 h_3 \ll \lambda_2 h_2, \quad \lambda_2 / h_2 \ll \lambda_1 / h_1, \quad h_3 \ll h_2.$$

Тогда

$$(1.11) \quad \varepsilon \approx \frac{\lambda_2 h_2}{3} \frac{\Delta' (T_2 - T_1)}{q_{in}(x, y)} \approx \frac{h_2^2}{3} \frac{\Delta' (T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}.$$

В тех случаях, когда защитный слой отсутствует, но толщина клеевого

слоя сравнима с толщиной измерительного, ошибка вследствие растекания оценивается по формуле

$$(1.12) \quad \varepsilon \approx \frac{\lambda_2 h_2}{3q_m(x, y)} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} \right) \Delta' (T_2 - T_1) \approx \frac{h_2^2}{3} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} \right) \frac{\Delta' (T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}.$$

Выражения (1.10)–(1.12) в зависимости от соотношений между параметрами слоев, составляющих покрытие, можно применять для приближенного расчета погрешности по результатам измерений. Ниже используются лишь соотношение (1.11) и вытекающие из него следствия, как ближе всего соответствующие особенностям реального покрытия [2]. Если функция  $q_w(x, y)$  является дважды дифференцируемой, искомую погрешность можно приближенно рассчитать по следующей формуле, эквивалентной (1.11):

$$(1.13) \quad \varepsilon \approx \frac{h_2^2}{3} \frac{\Delta' q_w(x, y)}{q_m(x, y)}.$$

Данной формулой удобно пользоваться для сравнения приближенных значений погрешности вследствие растекания тепла с точными, получаемыми из решения задач теплопроводности.

Приведенные формулы (в том числе и относящиеся к многослойному покрытию) остаются справедливыми всюду для слоя конечных размеров с теплоизолированной боковой поверхностью. При другом характере боковых граничных условий их применение допустимо для участков измерительного слоя, достаточно удаленных от его краев. Реально это удаление составляет пять толщин измерительного слоя [5].

Для практических целей важен общий вывод, который вытекает из формул (1.11) или (1.13): при весьма малой толщине измерительного слоя погрешность вследствие растекания пропорциональна квадрату толщины этого слоя и имеет порядок

$$(1.14) \quad \varepsilon \sim (h_2/L_*)^2,$$

где  $L_*$  — характерный геометрический размер неоднородности действующего теплового потока.

Это обстоятельство является главным для выбора толщины измерительного слоя при конструировании модели.

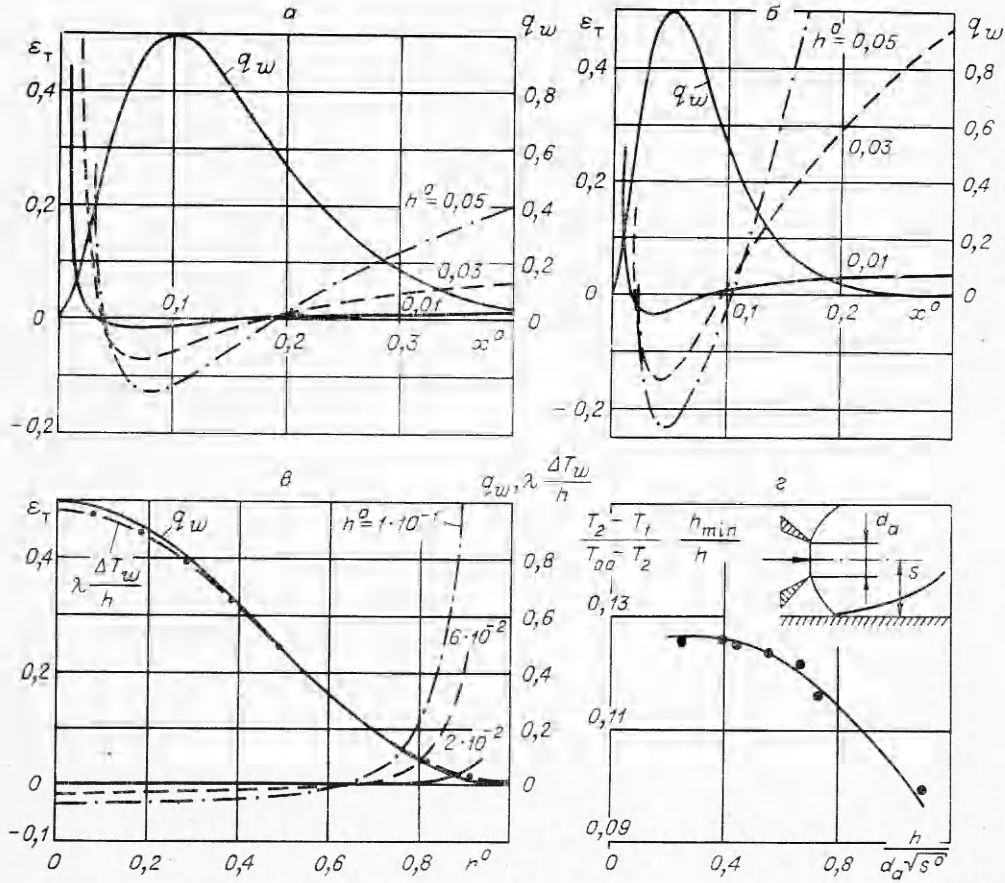
2. Для проверки правомерности приведенных выше оценок погрешности метода, обусловленных растеканием тепла, обратимся к двумерным задачам теплопроводности в однородных плоских пластинах, имеющих аналитическое решение, с граничными условиями, соответствующими условиями работы измерительного слоя. Рассмотрим вначале плоскую задачу

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0,$$

$$(2.1) \quad T(x, 0) = T_1 = \text{const}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h} = q_w \left( \frac{x}{L} \right)$$

( $h$  и  $L$  — соответственно толщина и длина пластины). Из решения этой смешанной краевой задачи, которое может быть получено методом разделения переменных, вытекает следующее соотношение для величины  $\lambda(T_2 - T_1)/h = \lambda \Delta T_w/h$ :

$$(2.2) \quad \lambda \frac{\Delta T_w}{h} = \int_0^1 q_w(\xi) d\xi + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{th } \pi n h^0}{\pi n h^0} \cos \pi n x^0 \int_0^1 q_w(\xi) \cos \pi n \xi d\xi,$$



Фиг. 1

где  $x^0 = x/L$ ;  $h^0 = h/L$ ;  $T_2 = T(x, h)$ ;  $\Delta T_w = T_2 - T_1$ ,  $L$  — длина пластины. На ЭВМ проделаны численные расчеты ряда (2.2) для функции (2.3)

$$q_w(x^0) = (Ax^0/2)^2 \exp(-Ax^0 + 2)$$

при  $A = 20; 30; 40$  и  $h^0 = 0,01; 0,02; 0,03; 0,05; 0,05^*$ .

Точная величина погрешности  $\varepsilon_T$  по результатам этих расчетов представлена на фиг. 1, а, б для  $A = 20$  и  $40$  соответственно. Видно, во-первых, что уменьшение толщины пластины приводит к сближению величины  $\lambda \Delta T_w/h$  с  $q_w(x^0)$  при всех  $x^0$ , во-вторых, чем более пологой является функция  $q_w(x^0)$  (чем меньше значение параметра  $A$ ), тем быстрее  $\lambda \Delta T_w/h$  сходится к  $q_w(x^0)$ . Это означает, что поперечные профили температуры в пластине с уменьшением ее толщины приближаются к линейным, и, следовательно, должна иметь место тенденция к сближению приближенных  $\varepsilon_T$  и точных  $\varepsilon_T$  значений погрешности.

Такая закономерность, подтверждающая справедливость выведенных в п. 1 оценок погрешности, действительно наблюдается. Иллюстрацией ее служит табл. 1, которая содержит данные расчета ошибок для ряда зна-

\* Расчеты выполнены В. А. Бужинским.

Т а б л и ц а 1

A=20				A=40				
$x^0$	$-\varepsilon_T$	$-\varepsilon_{II}$	$\varepsilon_{II}/\varepsilon_T$	$h^0$	$-\varepsilon_T$	$-\varepsilon_{II}$	$\varepsilon_{II}/\varepsilon_T$	$x^0$
0,05	0,0327	0,0533	1,630	$1 \cdot 10^{-2}$	0,0330	0,0504	1,527	0,03
	0,0530	0,1200	2,264	$2 \cdot 10^{-2}$	0,0897	0,2015	2,246	
	0,0645	0,2133	3,307	$3 \cdot 10^{-2}$	0,1238	0,4543	3,662	
	0,0701	0,3333	4,755	$4 \cdot 10^{-2}$	0,1455	0,8059	5,539	
				$5 \cdot 10^{-2}$	0,1638	1,2592	7,687	
0,07	0,0390	0,0446	1,144	$1 \cdot 10^{-2}$	0,0336	0,0383	1,140	0,04
	0,0632	0,1004	1,589	$2 \cdot 10^{-2}$	0,0966	0,1533	1,587	
	0,0892	0,1786	2,002	$3 \cdot 10^{-2}$	0,1504	0,3450	2,294	
	0,1116	0,2790	2,500	$4 \cdot 10^{-2}$	0,1910	0,6133	3,211	
				$5 \cdot 10^{-2}$	0,2233	0,9582	4,291	
0,10	0,0267	0,0267	1,000	$1 \cdot 10^{-2}$	0,0310	0,0267	0,861	0,05
	0,0566	0,0600	1,060	$2 \cdot 10^{-2}$	0,0883	0,1067	1,208	
	0,0887	0,1067	1,203	$3 \cdot 10^{-2}$	0,1449	0,2400	1,656	
	0,1201	0,1667	1,388	$4 \cdot 10^{-2}$	0,1919	0,4267	2,224	
				$5 \cdot 10^{-2}$	0,2294	0,6668	2,907	

чений  $x^0$  из окрестности максимума  $q_w(x^0) = q_{\max}$ , представляющей, как правило, наибольший интерес в приложениях. Расчет значений  $\varepsilon_{II}$  сделан по формуле (1.13). Определение порядка  $\varepsilon$  по соотношению (1.14) свидетельствует, что он совпадает с истинным для рассматриваемой окрестности во всем диапазоне значений  $h^0$ . За характерный размер  $L_*$  взято наименьшее из расстояний от точки максимального значения  $q_w(x^0)$  до точки, в которой  $q_w(x^0) = 0,1 q_{\max}$ .

Перейдем теперь к рассмотрению осесимметричного случая. Постановка задачи аналогична (2.1):

$$(2.4) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0,$$

$$T(r, 0) = T_1 = \text{const}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=h} = q_w \left( \frac{r}{R} \right).$$

Здесь  $h$  и  $R$  — соответственно толщина и радиус плоского диска. В качестве примера функции распределения теплового потока выбрана функция

$$(2.5) \quad q_w(r^0) = \frac{1}{1,4028} [0,4028 + J_0(3,8317r^0)],$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя 1-го рода 0-го порядка;  $r^0 = r/R$ . Решая задачу (2.4) с учетом (2.5), получаем

$$(2.6) \quad \lambda \frac{\Delta T_w}{h} - \frac{1}{1,4028} \left[ 0,4028 + \frac{\text{th } 3,8317h^0}{3,8317h^0} J_0(3,8317r^0) \right] \\ (h^0 = h/R; T_z = T(r^0, h^0); \Delta T_z = T_2 - T_1).$$

Т а б л и ц а 2

$r^0$	$h^0$	$\varepsilon_T$	$\varepsilon_{II}$	$\varepsilon_{II}/\varepsilon_T$
0	$2 \cdot 10^{-2}$	$-1,3922 \cdot 10^{-3}$	$-1,3955 \cdot 10^{-3}$	1,0024
	$6 \cdot 10^{-2}$	$-1,2299 \cdot 10^{-2}$	$-1,2559 \cdot 10^{-2}$	1,0212
	$1 \cdot 10^{-1}$	$-3,2950 \cdot 10^{-2}$	$-3,4887 \cdot 10^{-2}$	1,0588
0,261	$2 \cdot 10^{-2}$	$-1,2791 \cdot 10^{-3}$	$-1,2825 \cdot 10^{-3}$	1,0026
	$6 \cdot 10^{-2}$	$-1,1303 \cdot 10^{-2}$	$-1,1542 \cdot 10^{-2}$	1,0212
	$1 \cdot 10^{-1}$	$-2,9924 \cdot 10^{-2}$	$-3,2062 \cdot 10^{-2}$	1,0715
0,496	$2 \cdot 10^{-2}$	$-0,8032 \cdot 10^{-3}$	$-0,8050 \cdot 10^{-3}$	1,0032
	$6 \cdot 10^{-2}$	$-0,7094 \cdot 10^{-2}$	$-0,7252 \cdot 10^{-2}$	1,0223
	$1 \cdot 10^{-1}$	$-1,9020 \cdot 10^{-2}$	$-2,0145 \cdot 10^{-2}$	1,0592
0,757	$2 \cdot 10^{-2}$	$2,4519 \cdot 10^{-3}$	$2,4599 \cdot 10^{-3}$	1,0032
	$6 \cdot 10^{-2}$	$2,1677 \cdot 10^{-2}$	$2,2139 \cdot 10^{-2}$	1,0213
	$1 \cdot 10^{-1}$	$5,8084 \cdot 10^{-2}$	$6,1510 \cdot 10^{-2}$	1,0590

Результаты расчета  $\varepsilon_T$  из (2.5), (2.6) для значений  $h^0 = 2 \cdot 10^{-2}$ ;  $6 \cdot 10^{-2}$ ;  $1 \cdot 10^{-1}$ , а также  $q_w(r^0)$  и  $\lambda \Delta T_w/h$  при  $h^0 = 1 \cdot 10^{-1}$  показаны на фиг. 1, в. Приближенные и точные значения погрешности вследствие растекания тепла и их сравнение даются в табл. 2.

Можно видеть, что отмеченные при рассмотрении плоской задачи особенности поведения приближенных и точных значений погрешности здесь также сохраняются, причем в последнем случае имеет место значительно более хорошее согласие между данными приближенных и точных расчетов. Полученный результат не является случайным и легко объясним с позиций п. 1. Действительно, функция (2.5) в отличие от (2.3) в плоской задаче является достаточно пологой, так как для нее  $L_* \sim R$  и во всех случаях  $h/L_* \ll 1$ , тогда как для функции (2.3) при выбранных значениях параметра  $AL_* \ll L$  и в большинстве вариантов  $h/L_* \ll 1$ .

Экспериментальное изучение влияния растекания тепла в измерительном слое на точность измерения теплового потока проводилось на вакуумной аэродинамической трубе применительно к задаче взаимодействия сильно недорасширенной струи подогретого газа с плоской преградой. Известно, что при этом на поверхности преграды реализуется распределение теплового потока, отличающееся большой неравномерностью с наличием характерного максимума [6].

Модель преграды представляла собой полый медный корпус с вводами для термостатирующей жидкости, на который наклеивались эпоксидной смолой сменные пластины из органического стекла толщиной от  $1 \cdot 10^{-3}$  до  $4,4 \cdot 10^{-3}$  м. Толщина слоя смолы (теплопроводность ее близка к теплопроводности оргстекла [1]) составляла примерно  $1 \cdot 10^{-3}$  м. Пластины из оргстекла, выполняющие роль измерительного слоя, были снабжены дифференциальными и абсолютными (для определения температуры внутренней поверхности слоя) микротермопарами. Модель устанавливалась в камере трубы рабочей плоскостью параллельно оси сопла — источника струи на расстоянии от нее  $s^0 = s/d_a = 6$ , где  $d_a$  и  $s$  — соот-



ветственно размерные диаметр выходного сечения сопла (в экспериментах  $d_a = 1,65 \cdot 10^{-3}$  м) и расстояние от оси сопла до поверхности модели. В ходе экспериментов методом последовательных приближений отыскивалась необходимая толщина измерительного слоя.

На фиг. 1, 2 приведены результаты обработки экспериментов для точки  $q_{\max}$  для одного из режимов работы трубы [2]. По оси абсцисс отложена безразмерная толщина измерительного слоя, по оси ординат — величина, пропорциональная отношению измеренного теплового потока к фактическому ( $T_{00}$  — температура торможения струи,  $h_{\min}$  — наименьшая толщина пластины из оргстекла из числа использованных в экспериментах). Кривая, построенная по опытным данным, не только наглядно показывает ослабление влияния растекания тепла в измерительном слое при уменьшении его толщины, но и одновременно свидетельствует в пользу соотношений п. 1. Так, оценка погрешности вследствие растекания тепла по соотношению (1.14) с использованием данных из работы [2] по распределениям  $q_w$  на модели с измерительным слоем из оргстекла толщиной  $0,94 \cdot 10^{-3}$  м дает для нее величину порядка 1,5%, что вполне согласуется с поведением кривой на фиг. 1, 2 вблизи соответствующего значения координаты  $h/d_a \sqrt{s^0} = 0,247$ .

3. Особый интерес представляют случаи разрывных распределений теплового потока. В местах разрыва растекание тепла всегда значительно (речь идет о таких разрывах, когда скачок теплового потока сравним со средним арифметическим значений теплового потока на краях разрыва), и важно знать размеры той окрестности, за пределами которой влиянием разрыва можно пренебречь. Чтобы выделить это явление в чистом виде, была вновь рассмотрена стационарная задача теплопроводности для пластины в плоской (2.1) и осесимметричной (2.4) постановке с тепловым потоком на поверхности пластины в виде ступенчатой функции

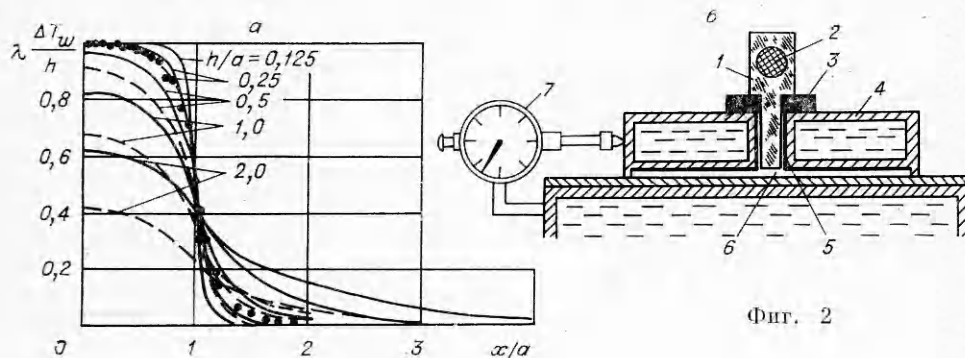
$$q_w(x), q_w(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < x < a, \quad 0 \leq r < a, \\ 0 & \text{при } a < x \leq L, \quad a < r \leq R, \end{cases}$$

где  $a$  — параметр, определяющий геометрические размеры области действия разрывного распределения теплового потока. Результаты ее решения\* и экспериментальной проверки одного из вариантов ( $h/a = 0,24$ ) для плоского случая приведены на фиг. 2, а. Схема эксперимента на фиг. 2, б. Тепловой поток почти П-образной формы создавался тепловым излучением зачерненной нижней грани фигурного тела 1, выполненного из меди и снабженного омическим подогревателем 2. Положение этого тела фиксировалось при помощи теплоизолирующей прокладки 3 внутри паза охлаждаемой платформы 4 таким образом, чтобы излучающая грань тела была расположена заподлицо с нижней плоскостью платформы. Стенки паза были покрыты отражающей майларовской пленкой 5 с коэффициентом отражения 0,95—0,98.

Платформа перемещалась вдоль зачерненной поверхности измерительного слоя из органического стекла. Смещение платформы по отношению к контрольной дифференциальной микротермопаре 6 определялось с помощью микрометра 7. Расстояние между плоскостью излучающей грани и поверхностью модели составляло  $0,3 \cdot 10^{-3}$  м, размеры излучающей грани  $7,9 \cdot 10^{-3}$  м  $\times$   $70 \cdot 10^{-3}$  м, толщина слоя органического стекла  $0,95 \cdot 10^{-3}$  м. Эксперимент проводился в условиях вакуума. Соответствие его результатов с расчетом вполне удовлетворительное (точки на фиг. 2, а). Некоторое расхождение, наблюдающееся вне зоны действия теплового

\* Расчеты на ЭВМ данной задачи выполнены В. Е. Исасвым.





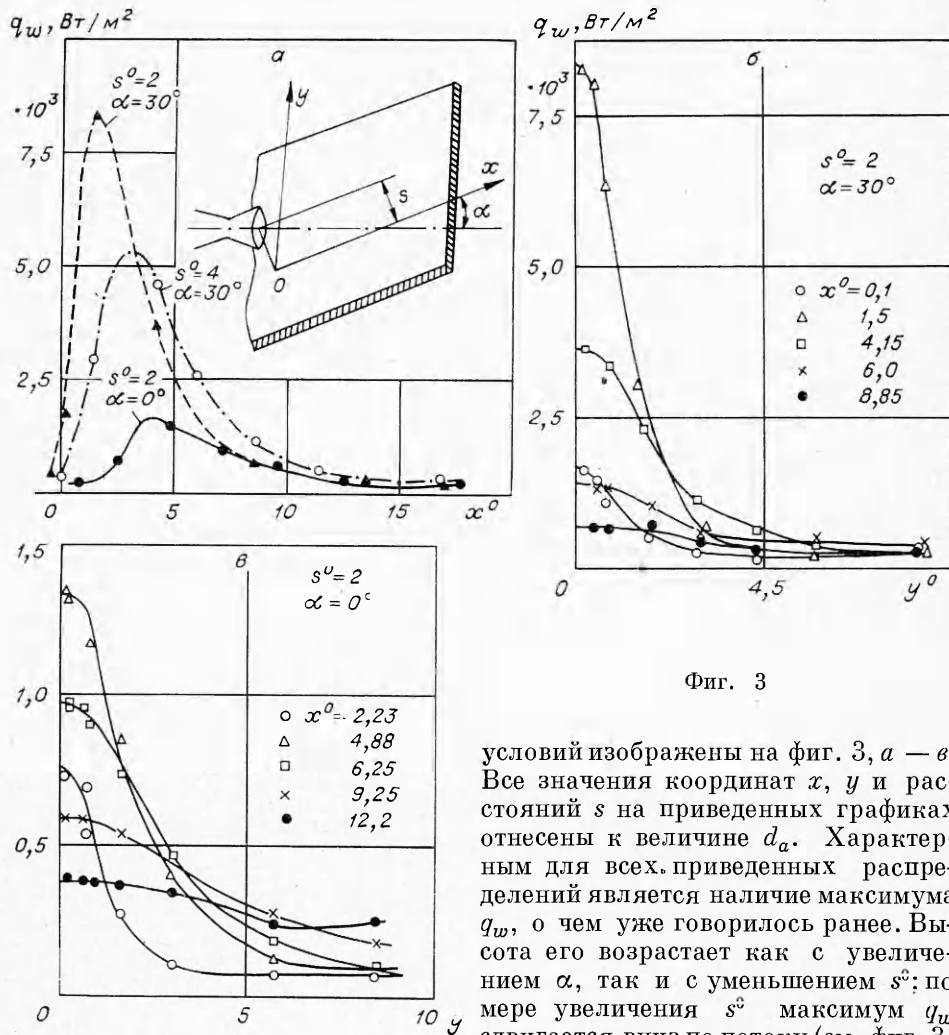
Фиг. 2

потока, по-видимому, объясняется неизбежным отклонением формы реализованного теплового потока от П-образной. На фиг. 2, а приведены результаты расчетов для пластины конечных размеров при  $h/L = 2 \cdot 10^{-2}$  (сплошные кривые) в плоском и  $h/R = 1 \cdot 10^{-2}$  (штриховые кривые) в осесимметричном случаях. Были выполнены, кроме того, расчеты плоской задачи для пластины бесконечных размеров (значение  $h$  фиксировано). Результаты их в первых трех-четыре значащих цифрах совпадают с приведенными. Не вызывает сомнения, что подобное соответствие имеет место и в осесимметричной задаче.

Сравнивая решения плоской и осесимметричной задачи, замечаем, что с ростом параметра  $a$  (т. е. с увеличением характерного пространственного размера теплового потока по отношению к толщине измерительного слоя) различие между ними исчезает. В частности, для  $h/a = 0,125$  оба решения при  $x, r < a$  совпадают с точностью около 2%.

Наконец, на основании анализа выполненных расчетов может быть сформулировано следующее общее суждение относительно влияния разрывов теплового потока на степень растекания тепла в измерительном слое: ошибка, вызванная разрывом теплового потока, на расстояниях  $\Delta x, \Delta r \geq 5h$  от места разрыва становится по абсолютному значению меньше 0,01 величины этого разрыва и, следовательно, может не учитываться при практических оценках. Таким образом, при соответствующем выборе толщины измерительного слоя можно с удовлетворительной для практики точностью измерять разрывные распределения тепловых потоков всюду, за исключением определенной выше достаточно малой окрестности каждого разрыва.

В заключение в качестве примера приведем результаты измерения распределений тепловых потоков на плоской преграде при воздействии на нее сильно недорасширенной струи, полученные методом вспомогательной стенки на вакуумной аэродинамической трубе. Использовались модель с измерительным слоем из оргстекла толщиной  $0,95 \cdot 10^{-3}$  м и система измерений, описанные в работе [2]. Плоская преграда помещалась в поле течения сильно недорасширенной воздушной струи с числом  $M$  на срезе сопла без учета пограничного слоя  $M_{a_{геом}} = 3,25$ . Диаметр выходного сечения сопла  $d_a = 3,66 \cdot 10^{-3}$  м. Давление и температура торможения струи равны соответственно  $p_0 = 7 \cdot 10^4 - 7,2 \cdot 10^4$  Па;  $T_{00} = 400$  К, диапазон значений температурного фактора  $\bar{T}_w = T_2/T_{00} = 0,72 - 0,84$ , давление в рабочей камере вне струи  $p_{св} = 1,3 \cdot 10^4$  Па,  $\alpha = 0$  и  $30^\circ$ ,  $s^0 = 2$  и  $4$  ( $s^0 = s/d_a$ ,  $\alpha$  — угол между осью сопла и рабочей плоскостью модели). Полученные распределения тепловых нагрузок для указанных



Фиг. 3

условий изображены на фиг. 3, а — в. Все значения координат  $x$ ,  $y$  и расстояний  $s$  на приведенных графиках отнесены к величине  $d_a$ . Характерным для всех приведенных распределений является наличие максимума  $q_w$ , о чем уже говорилось ранее. Высота его возрастает как с увеличением  $\alpha$ , так и с уменьшением  $s^0$ ; по мере увеличения  $s^0$  максимум  $q_w$  сдвигается вниз по потоку (см. фиг. 3, а). Максимумы боковых продольных распределений  $q_w$  (вдоль линий  $y^0 = \text{const}$ ) с ростом  $y^0$  сдвигаются вниз по потоку (см. фиг. 3, б, в). Таким образом, распределения тепловых потоков на плоской поверхности присущи те же качественные особенности, что и распределения силовых нагрузок [7].

Оценочные расчеты погрешности вследствие растекания тепла, согласно (1.14), дают величину порядка 1% для всех представленных случаев. Суммарная погрешность измерений теплового потока составляет в данных опытах приблизительно 7% (за счет ошибок калибровки микротермопар и определения коэффициента теплопроводности материала измерительного слоя).

Представленные выше результаты показывают, что метод вспомогательной стенки в постановке, предложенной в работе [2], позволяет проводить с хорошей точностью и высокой локальностью измерения распределений малых тепловых потоков на моделях в аэродинамических трубах низкой плотности.

Поступила 27 VI 1977

## ЛИТЕРАТУРА

1. Геращенко О. А. Основы теплотехники. Киев, «Наукова думка», 1971.
2. Вознесенский Э. Н., Немченко В. И. Воздействие сильно недорасширенной струи подогретого воздуха на плоскую пластину. — В кн.: Труды XVIII научной конференции МФТИ 1972. Сер. Аэромеханика. Процессы управления. Долгопрудный, 1973.
3. Джордж, Рейнке. Теплопроводность в процессе теплоотдачи к тонким телам и температура восстановления модели. — «Ракетн. техн. и космонавтика», 1963, т. 1, № 8.
4. Майкапар Г. И. О методике измерения теплового потока к моделям в аэродинамических трубах. — «Труды ЦАГИ», 1968, вып. 1106.
5. Хейджер мл. Тонкопленочный измеритель теплового потока. — «Приборы для научных исследований», 1965, № 11.
6. Мэддокс. Взаимодействие недорасширенных струй с примыкающими поверхностями. — «Ракетн. техн. и космонавтика», 1968, т. 6, № 7.
7. Лейтес Е. А. Моделирование силового воздействия сильно недорасширенной струи на плоскую поверхность, параллельную ее оси. — «Учен. зап. ЦАГИ», 1975, т. VI, № 1.

УДК 533.951.8 : 621.3014.31

### ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ

А. А. Бобнев

(Новосибирск)

1. Предполагая плазму термической, пренебрегая излучением и изменением плотности за счет электромагнитных сил, уравнения для стационарной электрической дуги, горящей в цилиндрическом канале без потока газа, в безразмерном виде запишем следующим образом (см., например, [1]):

$$(1.1) \quad \begin{aligned} (1/r)[r\lambda(T)T']' + E^2\sigma(T) &= 0, \\ (1/r)(rH)' &= \sigma(T), \quad \rho T = 1, \\ c_p &= c_p(T), \quad J = E\sigma(T), \quad H_\phi = EH. \end{aligned}$$

В качестве граничных условий можно выбрать

$$(1.2) \quad T|_{r=0} = 1, \quad T'|_{r=0} = H|_{r=0} = 0$$

при заданном  $E = \text{const}$ .

Масштабами температуры  $T$ , плотности  $\rho$ , теплопроводности  $\lambda$ , электропроводности  $\sigma$ , теплоемкости при постоянном давлении  $c_p$  являются значения соответственных параметров на оси канала  $T_m$ ,  $\rho_m$ ,  $\lambda_m$ ,  $\sigma_m$ ,  $c_{pm}$ .

За масштаб длины выбран радиус канала  $R_m$ . В качестве масштабов напряженности электрического поля  $E$ , напряженности собственного магнитного поля  $H_\phi$ , плотности тока  $J$  выбраны соответственно

$$E_m = (1/R_m)\sqrt{\lambda_m T_m / \sigma_m}, \quad H_m = E_m \sigma_m R_m, \quad J_m = E_m \sigma_m.$$

Следует отметить,<sup>1</sup> что в качестве граничного условия, кроме (1.2), можно выбрать еще  $T|_{r=1} = T_R$ , где  $T_R$  — безразмерная тем-