

УДК 532.526

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНВАРИАНТНОГО ГРАДИЕНТНОГО КРИТЕРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ НАТУРНЫХ УСЛОВИЙ ОБТЕКАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ В ЗОНАХ НАЧАЛА ПЕРЕХОДА И РЕЛАМИНАРИЗАЦИИ

С. А. Гапонов, А. М. Павлюченко, А. Н. Попков

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены количественные результаты исследования инвариантного градиентного критерия устойчивости, теоретически полученного Н. Н. Яненко и С. А. Гапоновым, для летных условий обтекания головных частей аэрофизических комплексов в зонах ламинарного течения и точках начала ламинарно-турбулентного перехода и реламинаризации.

**Введение и постановка задач.** Для получения надежных данных о тепловом состоянии сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов, их сопротивлении и динамике необходимо иметь достоверные результаты о числах Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода и эффекте реламинаризации (обратного перехода) в сверх- и гиперзвуковых пристеночных пограничных слоях. Проблемы устойчивости и перехода несжимаемых и сжимаемых ламинарных пристеночных течений в турбулентные, реламинаризации турбулентных пограничных слоев являются одними из самых сложных в механике сплошной среды. Их актуальность и практическое значение подчеркнуты в [1–5]. Несмотря на большое количество теоретических работ, обзор которых представлен, например, в [2, 4–6], в настоящее время не существует законченной теории перехода ламинарной формы течения в пограничном слое к турбулентной. В связи с применением эффективных численных методов наибольшее развитие получили методы, основанные на теории гидродинамической устойчивости, как линейной [2, 4, 7, 8], так и нелинейной [9–13]. Принимая во внимание трудности теоретического исследования перехода в пристеночных пограничных слоях и его практическое значение, в [14] отмечена важность определения условий устойчивости и перехода на основе локальных свойств поля течения.

В настоящее время невозможно получить надежные данные о переходе на моделях в сверхзвуковых аэродинамических трубах прежде всего из-за наличия в их рабочих частях акустического поля [15, 16]. В [17, 18] показано, что числа Рейнольдса перехода на конусах в полете многократно превышали измеренные в трубах. Дополнительный вклад в различие наземных и летных данных по ламинарно-турбулентному переходу при  $M_\infty \geq 2,0$ , кроме акустического поля, вносят масштабные эффекты, связанные с тем, что в сверх- и гиперзвуковых аэродинамических трубах не моделируются одновременно натурные числа Рейнольдса, Маха и температурный фактор, внешние возмущения потока, влияние работающих двигателей, аэроупругие свойства тел. В [1] подчеркнута необходимость постановки тщательно планируемых летных экспериментов для изучения ламинарно-турбулентного перехода. К настоящему времени проведено сравнительно немного таких экспериментов [17–21]. Например, в Институте теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН проведен натурный эксперимент на аэрофизическом комплексе типа «Облако» с работающим двигателем [22]. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с резуль-

татами летных испытаний NASA [18] на свободно летящих конусах для одного режима при идентичных числах  $Re_{1,\infty}$  и  $M_\infty$ . Однако для некоторых чисел Рейнольдса и Маха работающие двигатели на «Облаке» влияли на переход.

Таким образом, с одной стороны, конечной практической целью теории устойчивости и перехода является предсказание натуральных чисел Рейнольдса перехода на телах различной формы, с другой стороны, как отмечено в [1], осуществить это практически невозможно. Измерить достоверно числа Рейнольдса перехода, близкие к натуральным, на моделях в сверхзвуковых трубах также проблематично [15, 16]. К настоящему времени надежная информация о ламинарно-турбулентном переходе в сверх- и гиперзвуковых пограничных слоях получена в летных экспериментах [18, 22].

Актуальной в аэродинамике больших скоростей является и проблема реламинаризации сжимаемого турбулентного пограничного слоя. Эффект реламинаризации впервые зафиксирован А. И. Леонтьевым в 1952 г. на основе тепловых измерений в сопле. Далее он подтвержден экспериментально Стернбергом при внешнем сверхзвуковом обтекании цилиндра с коническим носком [23], в сверхзвуковых соплах, трубе и т. д. [24–26], а также в летных условиях на головной части ракеты «Викинг-10» [20]. Однако механизм реламинаризации практически не изучен при гиперзвуковых скоростях. Имеется несколько работ, в которых реламинаризация исследовалась теоретически [27, 28]. Масштабные эффекты и наличие акустического поля в сверх- и гиперзвуковых аэродинамических трубах не позволяют экстраполировать на летные условия опытные данные, полученные в наземных экспериментах. Это требует проведения натуральных экспериментов.

В летных условиях эффект реламинаризации сверхзвукового турбулентного пограничного слоя на конусе зафиксирован Снодграссом на ракете «Викинг-10» на основе тепловых измерений [20]. Для более сложных условий полета аэрофизического комплекса многоцелевого и многоцелевого использования типа М 100 натурные данные ИТПМ СО РАН о реламинаризации представлены в [29, 30]. Для получения достоверных результатов об эффекте реламинаризации необходимы дальнейшие летные эксперименты, без которых невозможно надежно определить сопротивление, тепловые потоки и другие характеристики сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов.

С практической точки зрения актуальным является вопрос о быстром определении режима обтекания на основе локальных свойств среды [14, 31]. Число Рейнольдса  $Re$  является одним из важнейших критериев подобия в современной аэродинамике. Традиционное число Рейнольдса также широко используется в теории устойчивости ламинарных пограничных слоев. Оно не сохраняется инвариантным, когда скорость потока изменяется на постоянную величину. Кроме того, критическое значение числа Рейнольдса до нескольких порядков отличается для различных типов течения. Неустойчивость связана с наличием неоднородности течения, и абсолютное значение скорости желательно исключить из рассмотрения в пользу ее градиентов.

Идея о том, что неустойчивость ламинарных пограничных слоев связана с неоднородностью течения, учитываемой с помощью градиента скорости течения, ранее была реализована Ван-Дристом и Блумером [32]. Ими получен градиентный критерий устойчивости на основе величины

$$T_r = \frac{y^2}{\nu} \frac{du}{dy}.$$

Здесь  $y$ ,  $u$ ,  $\nu$  — соответственно вертикальная координата, скорость и кинематическая вязкость в пограничном слое. Так как эта величина содержит координату  $y$ , то соответствующий критерий не является инвариантным относительно преобразования координат.

Разработка нового инвариантного градиентного критерия устойчивости ламинарных несжимаемых и сжимаемых пристеночных пограничных слоев с учетом локальных свойств

потока осуществлена в [14, 31]. В [31] использованы линеаризованные уравнения для изучения условий устойчивости плоскопараллельного потока относительно возмущений типа  $q = q(y) \exp[i(\alpha x + \beta z - \alpha ct)]$ , которые имеют вид

$$\begin{aligned} \rho i \alpha (u - c) f + \rho u'_y \varphi &= -i \alpha \pi + \mu f''_{yy}, & \rho i \alpha (u - c) h &= -i \beta \pi + \mu h''_{yy}, \\ \rho i \alpha (u - c) \varphi &= -\pi'_y, & i \alpha (u - c) r + \rho'_y \varphi + (i \alpha f + i \beta h + \varphi'_y) &= 0, \\ c_V \rho i \alpha (u - c) \vartheta + \rho c_V T'_y \varphi &= -P(i \alpha f + i \beta h + \varphi'_y) + \lambda \vartheta''_{yy}. & \frac{\pi}{p} &= \frac{r}{\rho} + \frac{\vartheta}{T}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $u$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $P$  — скорость, плотность, температура, давление основного потока;  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $c_V$  — коэффициенты динамической вязкости, теплопроводности и удельной теплопроводности при постоянном объеме;  $f$ ,  $h$ ,  $\varphi$ ,  $r$ ,  $\vartheta$  — амплитуда возмущений соответственно продольной боковой и нормальной скоростей, давления, плотности и температуры; индекс  $y$  означает дифференцирование по  $y$ .

Наиболее интенсивные колебания параметров потока (скорости, температуры, плотности) наблюдаются вблизи критического слоя, где скорость потока  $u$  равна фазовой скорости  $c$ . Поэтому можно предположить, что решение системы (1) в сильной степени определяется локальными свойствами среды в окрестности этого слоя. Вблизи критического слоя можно принять  $u - c = u'_y(y_c)(y - y_c)$ , где  $y_c$  — вертикальная координата критического слоя, а другие параметры основного потока равными их локальным значениям.

В [31] показано, что если выполнить ряд замен и исключить давление из (1), то для построения решения в окрестности критического слоя можно использовать систему дифференциальных уравнений шестого порядка и с привлечением анализа размерностей получить следующий инвариантный критерий устойчивости в виде градиентного числа Рейнольдса

$$Re_{gr} = \max_y \left( \frac{\rho u'_y}{\mu \alpha^2} \right)^{1/3},$$

где

$$\alpha = \max_{y=\text{const}} \left\{ \left| \frac{u''_{yy}}{u'_y} \right|, \varepsilon_1 \left| u'_y \cos \left( \frac{\rho}{P} \right)^{1/2} \right|, \varepsilon_2 \left| \frac{\rho'_y}{\rho} \right|, \varepsilon_3 \left| \frac{a'_y}{a} \right| \right\}.$$

Здесь  $\alpha$  — волновое число,  $a$  — ускорение частицы. Выбор постоянных  $\varepsilon_i$  может быть сделан на основе сопоставления данных по устойчивости. Например, в [31] получено, что  $\varepsilon_3 \approx 1/36$ . Аналогичным образом для сжимаемых течений можно определить  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ .

Важными являются, во-первых, инвариантность числа  $Re_{gr}$ , во-вторых, его постоянство или слабое изменение для чисел Маха  $M_\infty \leq 4,0$ . Следует отметить, что градиентный критерий был проверен для сравнительно простых условий обтекания (профили скоростей из семейства Фокнера — Скен, теплоизолированная поверхность). Расчеты [31] показали, что для ламинарного режима обтекания  $Re_{gr} \leq 30$ . В [14, 31] отмечено, что градиентное число  $Re_{gr}$  может быть использовано и как критерий ламинарно-турбулентного перехода.

Выше отмечена первостепенная роль летных экспериментов в получении достоверной информации о сверхзвуковом ламинарно-турбулентном переходе и реламинаризации. Принимая во внимание трудности их проведения и интерпретации летных данных, необходимо искать новые пути решения упомянутых проблем. Одно из направлений их решения может быть связано с проверкой эффективности и универсальности градиентного числа  $Re_{gr}$  в летных условиях сверхзвукового обтекания тел. Важным представляется проведенное в [31] физическое и математическое обоснование градиентного критерия, возможность с его помощью быстро оценить потерю устойчивости на основе данных о локальных свойствах потока.

В соответствии с изложенным ставится задача получить в условиях реального полета по траектории при работающих ракетных двигателях на твердом топливе (РДТТ) с учетом газодинамических особенностей обтекания количественные данные о градиентном числе  $Re_{gr}$  [31] для головных частей летных аэрофизических ракетных комплексов типа:

1) «Облако» в зоне начала ламинарно-турбулентного перехода при числах  $Re_{L,\infty} \leq 2 \cdot 10^7$ ,  $M_\infty \leq 2,0$  и ускорении  $a \leq 12g$ ;

2) М 100 в зоне начала реламинаризации при числах  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $M_\infty \leq 4,5$  и ускорении  $a \leq 32g$ .

**Определение градиентного числа  $Re_{gr}$  для устойчивого ламинарного сверхзвукового обтекания комплексов типа «Облако» и М 100.** Для решения различных задач аэродинамики больших скоростей, термомеханики, включая вопросы ламинарно-турбулентного перехода, реламинаризации, отрыва, взаимодействия отрыва и перехода, аэродинамического нагрева и др. в ИТПМ СО РАН разработана программа летных научно-исследовательских экспериментов, ряд положений которой представлен в [33]. Соответствующие аэрофизические комплексы многоцелевого назначения и многоразового применения созданы на основе метеорокетов типа М 100 и «Облако». Результаты 16 летных аэрофизических экспериментов приведены в [29, 30, 34–36].

Проверка градиентного критерия для условий сверхзвукового обтекания головных частей аэрофизических комплексов типа М 100 и «Облако» осуществлена на основе метода интеграции численных расчетов и летных данных, разработанного А. М. Павлюченко и реализованного в [37, 38] с использованием методики [39]. Идея метода состоит в том, что при численном решении системы уравнений сжимаемого пограничного слоя в граничных условиях используются летные значения температуры стенки объектов М 100 или «Облако». Корректность задачи в такой постановке сохраняется и резко растет степень достоверности профилей скорости (температуры), рассчитанных с учетом реальных условий обтекания. Так как для определения  $Re_{gr}$  необходимы производные  $u'_y$ ,  $u''_{yy}$ , то для исключения дополнительных погрешностей при их вычислении расчетные профили скорости аппроксимировались сглаживающим кубическим сплайном.

В связи с тем что инвариантный критерий [31] установлен из анализа системы дифференциальных уравнений, полученных из общих уравнений устойчивости для критического слоя, являющегося областью максимального значения возмущений, представляет интерес зависимость положения этого слоя по высоте от числа Маха  $M_e$  на внешней границе ламинарного пограничного слоя. По экспериментальным данным различных авторов, представленных в [17], критический слой при возрастании скорости потока от малых ее значений до гиперзвуковых смещается из глубины пограничного слоя к его внешней границе. Для зоны наступления ламинарно-турбулентного перехода на головной части летного комплекса типа «Облако» числа Маха изменяются в диапазоне  $M_e = 1,45 \div 1,65$  [22], а в начале реламинаризации на комплексе типа М 100 —  $M_e = 3,3 \div 3,5$  [40]. Для этих значений  $M_e$  положение критического слоя, по данным [17], изменяется от  $y_c/\delta \cong 0,13$  для «Облака» до  $y_c/\delta \cong 0,38$  для М 100 ( $y_c$  — вертикальная координата критического слоя,  $\delta$  — толщина пограничного слоя). По результатам опытов [3] координата максимума возмущений не превышает величины  $y/\delta \cong 0,4$ . Таким образом, для чисел Маха  $M_e$ , реализованных в летных условиях на объектах типа М 100 и «Облако», критический слой расположен в глубине исследованных пограничных слоев, что позволяет корректно использовать полученные в [14, 31] результаты о  $Re_{gr}$  для проверки их в летных условиях.

Для решения поставленных задач на основе метода интеграции использовано численное интегрирование системы уравнений сжимаемого пристеночного пограничного слоя в модификации А. Н. Попкова [39]. В работах [29, 30, 40] показано, что при ускоренном полете по траектории комплексов типа «Облако» ( $a \leq 12g$ ) и М 100 ( $a \leq 32g$ ) газодинамические

и тепловые процессы при обтекании их головных частей являлись практически стационарными, а угол атаки в полете был близок к нулю при работающих двигателях. Так как толщины пограничных слоев на этих объектах были много меньше их диаметра ( $\delta \ll d$ ) и реализовывались практически нулевые углы атаки в полете, а также выполнялось условие квазистационарности, то обоснованно применялась система уравнений стационарного двумерного сжимаемого пограничного слоя [39], которая была апробирована ранее путем сравнения расчетных и опытных данных о различных аэрофизических характеристиках.

Исходная система осредненных уравнений двумерного стационарного пограничного слоя сжимаемого газа записывается с общепринятыми обозначениями в виде

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\mu} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \right]; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial H}{\partial x} + \nu \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{1}{Pr} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 1 + \frac{Pr}{Pr_T} \frac{\varepsilon}{\mu} \right) \frac{\partial H}{\partial y} \right] - \frac{1}{\rho} \left( \frac{1 - Pr}{Pr} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 1 + \frac{1 - Pr_T}{1 - Pr} \frac{Pr}{Pr_T} \frac{\varepsilon}{\mu} \right) u \frac{\partial u}{\partial y} \right]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial(r_w \rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(r_w \rho \nu)}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где  $P$ ,  $Pr$ ,  $Pr_T$ ,  $\mu$ ,  $\varepsilon$  — давление, число Прандтля, турбулентное число Прандтля, молекулярная и турбулентная вязкость, с граничными условиями

$$\begin{aligned} y = u = 0, \quad \nu = \nu_w(x), \quad \left( \lambda_1 H + \lambda_2 \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{y=0} = \Delta(x), \\ y \rightarrow \infty, \quad u \rightarrow u_e(x), \quad H = H_0, \quad |\bar{\lambda}_1| + |\bar{\lambda}_2| \neq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь индексы  $w$ ,  $e$ ,  $0$  соответственно обозначают условия на стенке, внешней границе пограничного слоя и торможения в критической точке;  $x$ ,  $y$  — соответственно продольная и нормальная координаты на поверхности тела;  $u$ ,  $\nu$  — соответственно продольная и нормальная компоненты вектора скорости;  $H$  — полная энтальпия; остальные обозначения переменных являются общепринятыми.

Система (2)–(4) интегрируется при следующем допущении относительно физических свойств газа: теплоемкости  $C_p$  и  $C_v$  постоянны. Справедливо уравнение состояния

$$P = \rho RT. \quad (6)$$

Зависимость коэффициента молекулярной вязкости от температуры определяется формулой Саттерленда. Течение газа вне пограничного слоя изоэнтропическое и безвихревое.

При построении численного алгоритма исходная система уравнений (2), (3) путем введения новых переменных

$$\varphi = u/\nu_e, \quad s = H/H_0 - 1; \quad (7)$$

$$\xi = \int_0^x \frac{\rho_e \mu_e}{\rho_0 \mu_0} \left( \frac{r_w}{r_0} \right)^2 (1 + \Gamma C_1 Re_x^{C_2}) \frac{u_e}{u_\infty} dx; \quad (8)$$

$$z = \frac{\mu_e \rho_e}{\mu_0} \frac{u_e}{u_\infty} \frac{(1 + \Gamma C_1 Re_x^{C_2})}{\sqrt{2\nu_0 \xi}} \frac{r_w}{r_0} \int_0^y \frac{dy}{\mu(1 + \varepsilon/\mu)}, \quad (9)$$

где  $C_1 = 3,25 \cdot 10^{-3} \frac{\hat{r}_w \hat{\mu}_w}{\rho_e \mu_e} \left( \frac{T_r}{T_0} \right)^{0,4} (12,5 + 2,5 M_e + 0,5 M_e^2)^{-1}$ ,  $C_2 = 0,8$ , с использованием уравнения неразрывности (4) записывается в виде системы двух уравнений

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \left( \Phi + \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\beta N_1}{1 - \alpha} (1 + s - \varphi^2) - \alpha N_2 \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( A_2 \frac{\partial s}{\partial z} \right) + \text{Pr} \left( \Phi + \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \frac{\partial s}{\partial z} - 2(1 - \text{Pr}) \varkappa \frac{\partial}{\partial z} \left( A_3 \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = \text{Pr} \alpha N_1 \varphi \frac{\partial s}{\partial z} \quad (11)$$

с граничными условиями

$$z = 0: \quad \varphi = 0, \quad \Phi = \Phi_w(\xi), \quad |\lambda_1| s_w + |\lambda_2| \left. \frac{\partial s}{\partial z} \right|_{z=0} = \Delta(\xi), \quad z \rightarrow \infty, \quad \varphi \rightarrow 1, \quad s \rightarrow 0,$$

где  $N_1 = (\rho\mu/\rho_e\mu_e)(1 + \varepsilon/\mu)/(1 + \Gamma C_1 \text{Re}_x^{C_2})$  — приведенный коэффициент турбулентной вязкости,  $\Gamma = 0$  для ламинарного режима,  $\Gamma = 1$  для турбулентного режима;

$$\Phi = \int_0^z N_1 \varphi dz, \quad \alpha = 2\xi, \quad \beta = \frac{\alpha}{u_e} \frac{du_e}{d\xi}; \quad \varkappa = \frac{2u_e^2}{H_0}.$$

Коэффициенты  $A_2$  и  $A_3$  представляют собой дробно-линейные функции чисел Прандтля  $\text{Pr}$ ,  $\text{Pr}_T$  и турбулентной вязкости. При расчетах турбулентного пограничного слоя для замыкания системы уравнений (2)–(4) использована модифицированная модель пути смешения Прандтля, которая для многих важных для практики задач обеспечивает удовлетворительное соответствие теоретических и опытных данных.

Подробно алгоритм и разностная схема изложены в работе [39]. Следует отметить, что использование турбулентной вязкости в преобразовании нормальной координаты (9) позволило существенно упростить вид уравнений, которые напоминают запись уравнений ламинарного погранслоя и совместно с нормирующим множителем  $1 + \Gamma C_1 \text{Re}_x^{C_2}$  устраняют большие градиенты профилей скорости и температуры у стенки, которые присущи турбулентным течениям. Таким образом, осуществляется автоматическое растяжение математической нормальной координаты и устраняется «жесткость» исходных решений. Поскольку растяжение всегда связано с физической постановкой задачи и в подавляющем большинстве случаев не требует вмешательства, использовалась достаточно простая разностная схема Кранка — Николса, обеспечивающая второй порядок точности по обеим координатам. Показано, что решение можно получить на одной и той же сетке для всех режимов течения в пограничном слое от ламинарного ( $\Gamma = 0$ ) до турбулентного ( $\Gamma = 1$ ) в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса, параметров отсоса и вдува, градиента давления, шероховатости, теплообмена. Поперек пограничного слоя можно использовать постоянный шаг интегрирования, что значительно упрощает численную реализацию алгоритма, делает его универсальным для большого класса задач. Программа расчета двумерного стационарного ламинарного и турбулентного пограничных слоев прошла всестороннее тестирование и в составе пакета программ принята в государственный фонд алгоритмов и программ. Для решения задач по апробации градиентного числа  $\text{Re}_{gr}$  в летных условиях осуществлены следующие исследования.

1. Проведена проверка метода интеграции численных расчетов и летных данных о температуре стенки, используемых в граничных условиях системы уравнений сжимаемого пограничного слоя.

В работе [34] приведены результаты летных экспериментов о температуре стенки головных частей осесимметричных комплексов типа М 100 и «Облако» при безотрывном обтекании. Погрешность измерения на М 100 не превышала 2%, а на «Облаке» составляла  $0,5 \div 1\%$  [30, 34]. Проверка метода интеграции состояла в определении сопротивления трения головной части М 100 при ее турбулентном безотрывном обтекании в условиях теплообмена и сравнении с известными результатами опытов и расчетов. Имея рассчитанные этим методом профили скорости по длине головной части М 100 при различных числах Маха, используя сглаживающий кубический сплайн и корректно определяя производную скорости  $u'_y$  на стенке, можно рассчитать сопротивление трения в исследуемых

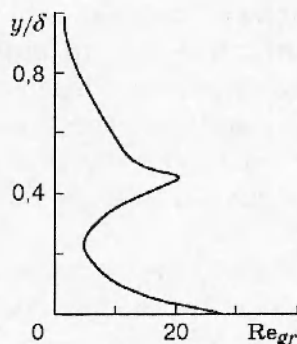


Рис. 1

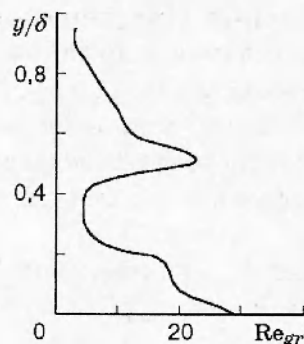


Рис. 2

точках по длине на основе закона трения Ньютона. Сравнение полученных данных о сопротивлении трения для М100 с результатами опытов в аэродинамических трубах Мура, Харкнесса и других авторов [41] с универсальной интегральной кривой Уилсона и расчетами по теории С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьева [42] показало эффективность метода интеграции численных и летных данных. Соответствующие результаты сравнения приведены в [30, 37, 38].

2. Проведена проверка для летных условий в зонах сверхзвукового ламинарного обтекания головных частей аэрофизических комплексов типа «Облако» и М100 теоретического результата Н. Н. Яненко, С. А. Гапонова [31], состоящего в том, что для устойчивых ламинарных пограничных слоев  $Re_{gr} \leq 30$ . При этом интегрировались уравнения пограничного слоя (10), (11) для ламинарного режима обтекания.

В работах [22, 29] на основе прямого сравнения результатов расчетов и летных экспериментов по температуре стенки, использования теории устойчивости показано, что на головной части комплекса типа «Облако» формируются ламинарный и переходный режимы течения в пограничном слое. В [29, 40] путем сравнения расчетных и летных данных о температуре стенки установлено, что на головной части комплекса типа М100 после старта формируется турбулентный режим обтекания, а затем при движении по траектории в результате эффекта реламинаризации наступает квазиламинарный режим течения. Наличие устойчивых ламинарного и квазиламинарного сверхзвуковых режимов обтекания при работающих двигателях на головных частях объектов типа «Облако» и М100 позволило получить распределение числа  $Re_{gr}$  по высоте ламинарных пограничных слоев и проверить теоретические оценки авторов [31] в условиях аэродинамического нагрева.

На рис. 1, 2 приведены распределения  $Re_{gr}$  по толщине сверхзвуковых ламинарных пограничных слоев соответственно на метеоракете типа «Облако» и М100 при наличии аэродинамического нагрева и работающих двигателей, обсужденные ранее в [37, 38]. Видно, что по высоте устойчивых ламинарных пограничных слоев  $Re_{gr} < 30$  (это не противоречит теоретическим оценкам [31]), по толщине пограничных слоев имеется два максимальных значения  $Re_{gr}^{\max}$  (внутри слоя и вблизи стенки), свидетельствующих о возможности потери устойчивости как внутри пограничного слоя, так и вблизи стенки при нестационарных воздействиях. Потеря устойчивости ламинарного пограничного слоя, по данным [31], наступает, если  $Re_{gr}^{\max}(y) > 30$ .

Данные о распределении  $Re_{gr}(y)$  для условий полета аэрофизических комплексов типа «Облако» и М100 (рис. 1, 2) позволили перейти к решению задач о проверке этих критериев в зонах начала ламинарно-турбулентного перехода на комплексе типа «Облако» и реламинаризации на М100.

Распределение градиентного числа  $Re_{gr}$  в зонах начала перехода на летном комплексе типа «Облако» и начала реламинаризации на комплексе типа М 100. Выше была доказана эффективность процедуры численного определения  $Re_{gr}$  для зон устойчивого ламинарного сверхзвукового обтекания головных частей комплексов типа «Облако» (в зоне до точки перехода) и М 100 (в зоне после наступления реламинаризации). Этот результат можно рассматривать как обоснование для решения двух более сложных задач:

1) определения распределений  $Re_{gr}(y)$  по высоте сверхзвукового пограничного слоя в зоне начала ламинарно-турбулентного перехода на головной части комплекса типа «Облако»;

2) определения распределений  $Re_{gr}(y)$  в сверхзвуковом пограничном слое в зоне начала реламинаризации на головной части М 100.

Данные задачи рассматриваются в условиях работающих двигателей (РДТТ) летных комплексов и при одновременном изменении в полете по траектории чисел Рейнольдса, Маха и температурного фактора. Результаты летных экспериментов по определению чисел Рейнольдса перехода на «Облаке» и реламинаризации на М 100 приведены в [22, 29]. Каждому заданному моменту времени наступления перехода на «Облаке» или реламинаризации на М 100 в различных точках головных частей соответствовала комбинация натуральных значений чисел Рейнольдса, Маха и температурного фактора. Ламинарно-турбулентный переход во времени в трех точках по длине головной части «Облака» наступал при  $\tau = 6 \div 7$  с, а реламинаризация во времени в 12 точках по длине головной части М 100 начиналась при  $\tau = 14 \div 16$  с [22, 29, 40].

На основе метода интеграции численных методов и летных значений температуры стенки, используемых в граничных условиях, проведен расчет профилей скорости для ламинарных режимов течения от носка головных частей летных комплексов до точек, в которых при фиксированном времени  $\tau$  на траектории наступает переход («Облако») или реламинаризация (М 100), что физически обосновано в [29, 36, 37, 40]. Определены профили скорости по длине головных частей «Облака» и М 100 в точках начала перехода на «Облаке» и начала реламинаризации на М 100 с использованием летных данных о температуре стенок этих объектов в граничных условиях системы уравнений (2)–(11). Далее определены распределения  $Re_{gr}$  с использованием сглаживающих кубических сплайнов для аппроксимации расчетных профилей скорости.

На рис. 3 приведены данные о распределении  $Re_{gr}(y/\delta)$  в точке начала ламинарно-турбулентного перехода на головной части аэрофизического комплекса типа «Облако» в трех сечениях по длине: кривая 1 при  $x = 0,4$  м и  $Me = 1,45$  (материал стенки 1X18H9T, толщина ее  $\delta_w = 1$  мм); кривая 2 при  $x = 0,25$  м и  $Me = 1,56$  (материал стенки Д16Т, толщина ее  $\delta_w = 4$  мм); кривая 3 при  $x = 0,28$  м и  $Me = 1,65$  (материал стенки Д16Т, толщина ее  $\delta_w = 1,8$  мм). Каждая из кривых соответствует одной из трех комбинаций  $Re_x$ ,  $Me$ ,  $T_w$ . Координата  $x$  отсчитывается от носка головной части вдоль продольной оси,  $Me$  — число Маха на внешней границе сжимаемого пограничного слоя,  $T_w$  — температурный фактор.

Видно, что распределение  $Re_{gr}(y/\delta)$  (кривые 1–3) в точках начала ламинарно-турбулентного перехода на «Облаке» имеют один максимум в окрестности стенки в отличие от двух максимумов распределения  $Re_{gr}(y/\delta)$  в зоне устойчивого ламинарного обтекания на этом объекте (см. рис. 1). Если данные рис. 1 указывают на возможность потери устойчивости вблизи стенки или внутри пограничного слоя, то на рис. 3 видно, что ламинарно-турбулентный переход обусловлен развитием возмущений в окрестности стенки при  $y/\delta \cong 0,075 \div 0,2$ . Значения чисел  $Re_{gr,1,2,3}^{max} = 28 \div 49$  в трех точках перехода на «Облаке» (рис. 3) превышают величину  $Re_{gr}^{max} = 26,5$  (см. рис. 1) для устойчивого



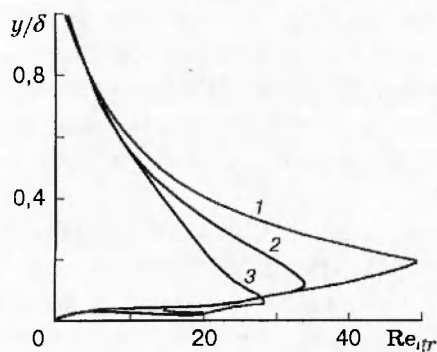


Рис. 3

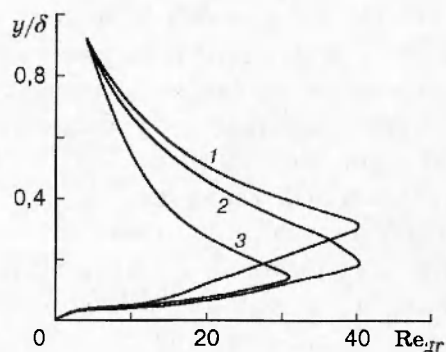


Рис. 4

ламинарного пограничного слоя на «Облаке», что с физической точки зрения правильно. Отдельные данные о  $Re_{gr}$  в начале перехода в одной точке на головной части «Облака» приведены в [38].

Количественные результаты по распределению  $Re_{gr}(y/\delta)$  в точках начала реламинизации сверхзвукового турбулентного пограничного слоя и, как показано в [29, 40], начала практически ламинарного режима обтекания на стальной головной части аэрофизического комплекса типа М100 представлены на рис. 4: кривая 1 при  $x = 0,49$  м и  $Me = 3,5$ ; кривая 2 при  $x = 0,245$  м и  $Me = 3,4$ ; кривая 3 при  $x = 0,139$  м и  $Me = 3,3$ . Каждой из трех кривых соответствует одна из комбинаций значений  $Re_x$ ,  $Me$  и температурного фактора. Измеренные в полете значения температуры стенки во времени и по длине головной части комплекса типа М100, используемые в граничных условиях системы (2)–(11), представлены в [34].

Из рис. 4 следует, что распределения  $Re_{gr}(y/\delta)$  (кривые 1–3) в точках начала реламинизации сверхзвукового турбулентного пограничного слоя на головной части М100 имеют по одному максимуму в окрестности стенки в отличие от двух максимумов  $Re_{gr}(y/\delta)$  в зоне устойчивого практически ламинарного обтекания на этом объекте (см. рис. 2). Если данные о распределении  $Re_{gr}(y/\delta)$ , представленные на рис. 2, указывают на возможность подавления турбулентности или в окрестности стенки, или внутри пограничного слоя, то результаты, приведенные на рис. 4, позволяют сделать вывод о том, что вырождение турбулентного режима течения определяется факторами, действующими в окрестности стенки при  $y/\delta \cong 0,14 \div 0,32$ . Различие кривых на рис. 4 объясняется некоторым отличием условий обтекания и теплообмена при трех комбинациях значений чисел Рейнольдса, Маха и температурного фактора. Значения чисел  $Re_{gr,1,2,3}^{max} = 30,6 \div 40$  превышают величину  $Re_{gr}^{max} = 28,5$  (см. рис. 2) для устойчивого практически ламинарного пограничного слоя, формирующегося на головной части объекта типа М100 в результате реламинизации. Ранее полученные данные о распределении  $Re_{gr}$  в начале реламинизации в одной точке на головной части М100 приведены в [38].

**Выводы.** 1. Впервые для условий сверхзвукового полета осесимметричных аэрофизических комплексов типа М100 ( $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $Ma_\infty \leq 4,5$ ,  $a \leq 32g$ ) и «Облако» ( $Re_{L,\infty} \leq 2 \cdot 10^7$ ,  $Ma_\infty \leq 2,0$ ,  $a \leq 12g$ ) при нулевых углах атаки и работающих РДТТ апробированы градиентные критерии устойчивости, полученные теоретически Н. Н. Яненко, С. А. Гапоновым [14, 31] и учитывающие локальные свойства потока, с использованием концепции интеграции численного метода расчета и летных значений температуры обтекаемых поверхностей объектов, позволившей обеспечить достоверность полученных результатов.

2. Математически обоснованное инвариантное число  $Re_{gr}$  изменяется в натуральных условиях для принципиально различных режимов течения в сверхзвуковом пограничном слое на головных частях аэрофизических комплексов типа М 100 и «Облако» (ламинарный режим, начало ламинарно-турбулентного перехода, начало реламинаризации) в достаточно узком диапазоне значений ( $Re_{gr}^{max} = 26,5 \div 49$ ), что указывает в известной степени на его универсальный характер.

3. Полученные результаты по распределению  $Re_{gr}$  (рис. 1–4) являются обобщением теоретических работ Н. Н. Яненко, С. А. Гапонова на натурные условия сверхзвукового обтекания объектов типа М 100 и «Облако» при наличии сжимаемости, аэродинамического нагрева, работающих двигателей, ускорения, ламинарно-турбулентного перехода и эффекта реламинаризации.

4. Установлено, что для обтекания головных частей летных осесимметричных комплексов типа «Облако» и М 100 градиентный критерий позволяет ответить на вопрос об устойчивости или неустойчивости ламинарного режима обтекания в натуральных условиях. Он может быть использован как критерий ламинарно-турбулентного перехода (см. рис. 3) и реламинаризации (см. рис. 4) для исследованного диапазона параметров в натуральных условиях двумерного обтекания тел. Инвариантный критерий отличается некоторой универсальностью. Необходимы дальнейшие исследования критерия для натуральных условий обтекания в широком диапазоне изменения чисел  $Re_{L,\infty}$ ,  $M_\infty$  и  $\bar{T}_w$ .

5. Полученные данные о слабой зависимости критического значения  $Re_{gr}$  от параметров потока открывают новые возможности для исследования устойчивости, перехода и реламинаризации в натуральных условиях сверхзвукового обтекания тел, не моделируемых в аэродинамических трубах; вносят вклад в решение проблемы масштабных эффектов в аэродинамике больших скоростей, обусловленной известными ограничениями современных сверхзвуковых аэродинамических труб и теоретических методов.

Авторы выражают благодарность академику А. И. Леонтьеву за плодотворные обсуждения, профессору А. Г. Решетину за поддержку исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Решотко Э. Устойчивость ламинарного пограничного слоя и его переход в турбулентный // Вихревое движение жидкости. М.: Мир, 1979. С. 11–57.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980.
3. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982.
4. Жигулев В. Н., Тумин А. А. Возникновение турбулентности. Новосибирск: Наука, 1987.
5. Mack L. M. A numerical method for the prediction of high speed boundary-layer transition linear theory // NASA SP-347. 1975. P. 101–123.
6. Козлов Л. Ф. Влияние акустических возмущений на переход ламинарного течения в турбулентное в сжимаемом пограничном слое // Прикл. механика. 1982. Т. 18, № 6. С. 108–115.
7. Линь Цзя-Цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
8. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1977.
9. Струминский В. В. К нелинейной теории развития аэродинамических возмущений // Докл. АН СССР. 1963. Т. 153, № 3. С. 547–550.
10. Жигулев В. Н. Нелинейная теория развития возмущений // Аэродинамика и физическая кинетика: Сб. ст. Новосибирск: Наука, 1977. С. 7–43.

11. **Stuart J. T.** Nonlinear stability theory // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1971. V. 3. P. 347–370.
12. **Stewartson K.** Some aspects of nonlinear stability theory // *Fluid Dyn. Transactions.* 1974. V. 7, pt 1. P. 101–128.
13. **Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.** Нелинейное развитие волны в пограничном слое // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1977. № 3. С. 49–58.
14. **Яненко Н. Н., Гапонов С. А.** Локальные критерии гидродинамической устойчивости. Новосибирск, 1978 (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 20).
15. **Пейт С. Р., Шюлер С. И.** Влияние излучения аэродинамического шума на переход пограничного слоя в сверхзвуковых и гиперзвуковых аэродинамических трубах // *Ракет. техника и космонавтика.* 1969. Т. 7, № 3. С. 80–89.
16. **Кендолл.** Экспериментальное исследование процесса перехода к турбулентному режиму в сверхзвуковом и гиперзвуковом пограничных слоях // *Ракет. техника и космонавтика.* 1975. Т. 13, № 3. С. 47–60.
17. **Гендерсон А.** Гиперзвуковые вязкие течения // *Современные проблемы газовой динамики.* М.: Мир, 1971. С. 88–136.
18. **Beckwith I. E., Bertram M. H.** A Survey of NASA Langley Studies on High-Speed Transition and Quiet Tunnel. N. Y., 1980 (NASA TM X-2566).
19. **Beckwith I. E., Greel T. R., Chen F. J.** Free stream noise and transition measurement in a Mach 3,5 pilot quiet tunnel // *AIAA-83, 21st Aerospace Sci. Meeting,* 1983.
20. **Снодграсс.** Полетные испытания по определению аэродинамического нагрева и точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на носовой конической части ракеты «Викинг-10» // *Вопр. ракет. техники.* 1957. № 1. С. 28–39.
21. **Berkowitz A. M., Kyriss C. L., Martelluci A.** Boundary Layer Transition Flight Test Observations. N. Y., 1975 (Paper / AIAA, N 75). P. 77–125.
22. **Павлюченко А. М., Максимова Е. М.** Численный метод обработки летного теплового эксперимента на метеорокете типа «Облако» с учетом теории турбулентных пятен Эммонса // *Изв. СО АН СССР.* 1983. Вып. 2, № 8. С. 27–35.
23. **Sternberg J.** The transition from a turbulent to a laminar boundary layer // *Ballistic Research (Rep. 906).* Maryland, USA, 1954.
24. **Sibulkin M.** Transition from turbulent to laminar pipe flow // *Phys. Fluids.* 1962. V. 5. P. 280–284.
25. **Back L. H., Cuffel R. F., Massier P. F.** Laminarization of a turbulent boundary layer in nozzle flow // *AIAA J.* 1969. V. 7, N 4. P. 930–933.
26. **Дейч М. Е., Лазарев Л. А.** Исследование перехода турбулентного пограничного слоя в ламинарный // *Инж.-физ. журн.* 1964. Т. 7, № 4. С. 18–24.
27. **Леонтьев А. И., Шишов Е. В., Афанасьев В. Н. и др.** Исследование пульсационной структуры теплового турбулентного пограничного слоя в условиях ламинаризации потока // *Конвективный теплообмен. Материалы VI Всесоюз. конф. по теплообмену,* Минск, сент. 1980 г. Минск, 1980. С. 136–146.
28. **Зубков В. Г.** Об изменениях структуры турбулентных течений под действием ускорения потока // *Инж.-физ. журн.* 1990. Т. 59, № 2. С. 196–202.
29. **Pavluchenko A. M.** Heat transfer on axisymmetric rocket nose cones with separationless and separated flow // *Heat Transfer / Soviet Research.* 1984. V. 4, N 4. P. 115–129.
30. **Pavluchenko A. M.** Heat transfer, skin friction and aerophysical characteristics of nose cones of axisymmetric flight objects for laminar, transitional and turbulent boundary layer // *Heat Transfer / Soviet Research.* 1993. V. 25, N 3. P. 329–334.

31. Яненко Н. Н., Гапонов С. А. Инвариантные критерии устойчивости течений сжимаемой жидкости // Докл. АН СССР. 1981. Т. 259, № 5. С. 1056–1059.
32. Van Driest E. R., Blumer C. V. Boundary layer transition: freestream turbulence and pressure gradient effects // AIAA J. 1963. V. 1, N 6. P. 1303–1306.
33. Желтухин Н. А., Павлюченко А. М. Научные проблемы создания летного научно-исследовательского аэрофизического комплекса // Прикл. аэрогазодинамика и тепловые процессы. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1980. С. 3–22.
34. Павлюченко А. М., Брагин О. А., Тютин А. А. Летные измерения температуры и давления на спасаемых головных частях метеорокетов типа М100 и «Облако» // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1983. Вып. 1, № 3. С. 46–54.
35. Павлюченко А. М., Брагин О. А., Тучков Г. А. Аэрофизические эксперименты на метеорокете типа М100 в условиях отрыва турбулентного пограничного слоя перед ступенькой // Изв. СО АН СССР. 1987. Вып. 2, № 7. С. 71–79.
36. Павлюченко А. М., Брагин О. А. Исследование аэрофизических и динамических характеристик на летном комплексе с головной частью многоразового использования // Сиб. физ.-техн. журн. 1992. Вып. 1. С. 66–67.
37. Павлюченко А. М., Попков А. Н., Максимова Е. М. и др. Численный расчет аэрофизических характеристик сверхзвуковых осесимметричных объектов с использованием летных данных в граничных условиях // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ, Ин-т теорет. и прикл. механики. 1990. Т. 4 (21), № 1. С. 136–140.
38. Leontjev A. I., Pavluchenko A. M. Gradient criteria of transition, relaminarization and friction drag in supersonic boundary layers on flying objects at heat exchange // Proc. 10th Intern. Heat Transfer Conf. Brighton, 1994. V. 3. P. 41–45.
39. Колобов Б. П., Кузнецов Б. Г., Попков А. Н. и др. Пакет программ для научных исследований в области аэродинамики и гидродинамики // Вопр. разработки и эксплуатации пакетов прикл. программ. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1981. С. 3–32.
40. Максимова Е. М., Павлюченко А. М. Сравнение расчетных и летных данных по теплообмену для осесимметричных тел, движущихся по траектории при  $M_\infty \leq 5,0$  // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1982. Вып. 3, № 13. С. 40–52.
41. Мур, Харкнесс. Экспериментальные исследования сжимаемого турбулентного пограничного слоя при очень больших числах Рейнольдса // Ракет. техника и космонавтика. 1965. Т. 3, № 4. С. 70–79.
42. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1985.

Поступила в редакцию 7/II 1997 г.