

УДК 532.516.5

## МЕТОДИКА ВЫБОРА МОДЕЛЬНЫХ СРЕД ДЛЯ РАСПЛАВОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ В ЗЕМНЫХ И КОСМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

П. К. Волков, Б. Г. Захаров

Научно-исследовательский центр «Космическое материаловедение»  
Института кристаллографии РАН, 248033 Калуга

На основе теории подобия представлен полный набор безразмерных параметров, позволяющий указать единственно возможные геометрические, температурные и другие условия, приводящие к подобию явлений в расплавах полупроводников и модельных средах. Проведенные прямые расчеты системы уравнений Обербека — Буссинеска подтверждают правильность теоретического подхода к выбору модельных сред для разных жидкостей и условий гравитации.

**Введение.** Получение монокристаллических материалов с заданными электрическими или иными свойствами — сложная технологическая задача. Расплавы полупроводников являются маловязкими жидкостями с большим коэффициентом поверхностного натяжения, что объясняет сильную чувствительность расплавов к любым источникам возмущений. Создание виброзащитных платформ или подвесов существенно снижает уровень и частоту внешних возмущений, проникающих в расплав. Однако низкочастотные моды или малые составляющие массовых сил вдоль фронта кристаллизации, обусловленные, например, отклонением установки от вертикали, могут привести к существенным сдвиговым течениям вблизи поверхности фазового перехода. Наличие свободной поверхности и градиентов температуры на ней создает мощный источник возмущений, ослабить воздействие которого достаточно сложно, особенно в космических условиях. Поскольку процесс кристаллизации протекает, как правило, при больших температурах и в вакууме, а расплавы непрозрачны, диагностика процессов в расплавах сильно затруднена. О происходящих в расплаве процессах можно судить, только исследуя кристаллы, что ухудшает качество информации. Решение проблемы выбора модельных сред, в которых гидродинамические процессы подобны процессам в расплавах полупроводников, может ускорить решение технологических задач по созданию материалов с заданными свойствами.

**1. Математическая модель и анализ размерностей.** Для описания процессов в расплавах полупроводников используется система уравнений Обербека — Буссинеска [1]. Математическая модель термогравитационных течений с учетом переноса примеси и термокапиллярной конвекции для двумерных нестационарных задач разработана и апробирована на различных типах течений [2]. При традиционном способе обезразмеривания по некоторой скорости  $U$  и диаметру области  $L$  имеем общепринятые параметры подобия [2]

$$\begin{aligned} \text{Gr} = \frac{g\beta L^3}{\nu^2} \Delta\theta, \quad \text{Re} = \frac{UL}{\nu}, \quad \text{Fr} = \frac{U^2}{gL}, \quad \text{We} = \frac{\rho_0 U^2 L}{\sigma_0}, \\ \text{Mn} = \frac{\sigma_0 k_\sigma L}{\rho_0 \nu^2} \Delta\theta, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{k_\theta}, \quad \text{Sc} = \frac{\nu}{k_C}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $Gr$  — число Грасгофа,  $Re$  — Рейнольдса,  $Fr$  — Фруда,  $We$  — Вебера,  $Mn$  — Марангони,  $Pr$  — Прандтля,  $Sc$  — Шмидта;  $\rho_0$  — плотность;  $\nu$ ,  $\sigma_0$ ,  $\beta$ ,  $k_\theta$ ,  $k_C$  — коэффициенты кинематической вязкости, поверхностного натяжения, температурного расширения, температуропроводности, диффузии;  $k_\sigma$  — постоянная;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\Delta\theta$  — характерный перепад температур. Для коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  принята линейная зависимость от температуры  $\theta$ :  $\sigma = \sigma_0(1 + k_\sigma(\theta - \theta_0))$ .

Большое количество параметров (1), нелинейная зависимость их от входных констант, нелинейность уравнений затрудняют эффективное прогнозирование влияния условий кристаллизации. Проблема выбора подобных сред, для которых числа (1) должны быть одинаковы [3], практически неразрешима. Однако, если в качестве  $L$  и  $U$  выбрать

$$L = (\sigma_0/(g\rho_0))^{1/2} = \delta_\sigma, \quad U = (\sigma_0 g/\rho_0)^{1/4} \quad (t = (L/U)t' = (\delta_\sigma/g)^{1/2}t'), \quad (2)$$

то уравнения движения и краевые условия примут вид [4]

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla\mathbf{V} = -\nabla(P + z) - Gr_g\theta\mathbf{n}_z + Re_g^{-1}\Delta\mathbf{V}, \quad \text{div } \mathbf{V} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla\theta = \frac{1}{Re_g Pr} \Delta\theta; \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla C = \frac{1}{Re_g Sc} \Delta C; \quad (5)$$

$$P - \frac{2}{Re_g} \mathbf{n} \cdot D \cdot \mathbf{n} = H + P_a; \quad (6)$$

$$2\boldsymbol{\tau} \cdot D \cdot \mathbf{n} = Mn_g Re_g \nabla_f \theta. \quad (7)$$

Здесь  $t$  — время;  $\mathbf{V}$  — вектор скорости;  $P$  — давление;  $\theta$  — температура;  $C$  — концентрация;  $\mathbf{n}_z$  — единичный вектор, направленный противоположно силе тяжести;  $\boldsymbol{\tau}$ ,  $\mathbf{n}$  — касательный и нормальный векторы на свободной поверхности;  $D$  — тензор скоростей деформаций;  $H$  — кривизна поверхности;  $P_a = \text{const}$  — давление на свободной поверхности;  $\nabla_f$  — градиент вдоль свободной поверхности. Остальные краевые условия предполагаются заданными.

Из (2) следует, что числа Фруда и Вебера равны единице, числа Прандтля и Шмидта не изменились. Другие безразмерные параметры имеют вид

$$Re_g = \left( \frac{\sigma_0^3}{\rho_0^3 g \nu^4} \right)^{1/4} = M^{-1/4}, \quad Gr_g = \beta \Delta\theta, \quad Mn_g = k_\sigma \Delta\theta. \quad (8)$$

Здесь  $M = \rho_0^3 \nu^4 g / \sigma_0^3$  — число Мортонна [5].

Включение  $g$  в характерные параметры (2) приводит к тому, что величина  $g$  содержится только в  $Re_g$  в комплексе с физическими константами среды. Параметр  $Re_g$  входит в уравнения (3)–(5) так же, как число Рейнольдса в исходные (является коэффициентом при старших производных). Это позволяет изучить поведение общих решений уравнений при изменении величины  $g$ . Простая структура остальных параметров позволяет легко определить классы подобных физических явлений. Для подобия двух физических явлений необходимо и достаточно, чтобы численные значения всех безразмерных параметров были одинаковы [3]. Из (3)–(7) следует, что для этого необходимо и достаточно равенства чисел  $Re_g$ ,  $Gr_g$ ,  $Mn_g$ ,  $Pr$ ,  $Sc$  (при определенном из (2) соответствии масштабов областей течения).

**2. Численные расчеты.** Все модельные расчеты проводились с использованием пакета программ COMGA [6]. Уравнения движения решались относительно функции тока и

№ п/п	Среда	$T, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$\nu, \text{см}^2/\text{с}$	$\sigma, \text{дин/см}$	Pr	M
1	Вода	20	1,00	0,01	72,8	7,1	$2,54 \cdot 10^{-11}$
2	Антимонид галлия (GaSb)	712	6,03	0,0038	454	0,05	$4,80 \cdot 10^{-13}$
3	Вода	80	0,97	0,0033	62,6	2,2	$4,32 \cdot 10^{-13}$
4	Германий	937	5,51	0,001 35	600	0,017	$2,52 \cdot 10^{-15}$

вихря в размерном виде. Необходимое преобразование характеристик течения к безразмерному виду, расчет безразмерных параметров и сопоставление решений для разных сред проводились непосредственно после получения численного решения. Точность вычислений проверялась на модельных задачах путем расчета на последовательности измельчающихся сеток. По данным экспериментов была выбрана сетка, содержащая порядка 8000 узлов с равномерным их распределением по координатам. Это позволило рассчитать течения с числом Рейнольдса более 1000. Сравнение численных решений проводилось путем сопоставления картин течений (изолиний функции тока и температуры), а также наибольших и наименьших значений функции тока.

При моделировании исходной среды использовались физические характеристики расплавов двух полупроводников: германия, легированного галлием, и антимонида галлия, легированного теллуrom (см. таблицу, среды 2, 4). Это типичные полупроводники, широко используемые в экспериментах по выращиванию монокристаллов. Геометрия области расплава и краевые условия аналогичны выбранным в модели кристаллизации по методу Бриджмена с нагревом сверху. Нижняя плоская и боковая цилиндрическая поверхности твердые, на них выполняются условия прилипания для скорости, верхняя поверхность плоская, свободная. Нижняя поверхность является изотермической, на боковой задан линейный профиль температуры по вертикали. Перепад температуры по вертикали на оси симметрии составляет  $150^\circ\text{C}$ , что соответствует данным в экспериментах по кристаллизации [7]. На свободной поверхности задается линейное по радиусу распределение температуры с перепадом в  $1^\circ\text{C}$ .

**3. Выбор модельных физических сред.** Ниже рассматриваются только температурные задачи. В этом случае для подобию двух сред необходимо и достаточно равенства чисел  $Re_g$ ,  $Gr_g$ ,  $Mn_g$ , Pr. Для простоты коэффициент теплопроводности модельной среды задаем таким, чтобы числа Прандтля были равными. Равенства значений  $Re_g$  для двух подобных сред наиболее легко достигнуть выбором соответствующей величины  $g$  для модельной среды при заданных физических константах. Равенство чисел  $Gr_g$  можно получить, задав перепад температур для модельной среды. Наконец, равенство чисел  $Mn_g$  при уже выбранном перепаде температур возможно только при определенном значении  $k_\sigma$  для модельной среды.

Поскольку в данной задаче имеется два перепада температур: радиальный и вертикальный, необходимо определить, какой является существенным и должен входить в (8). Радиальный перепад определяет нагрев сбоку, при котором в жидкости происходит развитие естественной конвекции. Вертикальный перепад температуры при нагреве сверху может влиять на структуру течений [8], однако в отсутствие радиального перепада не может привести в движение жидкость (устойчивая стратификация). Значит, в (8) входит радиальный перепад температуры и равенство чисел  $Gr_g$  задает радиальный перепад для модельной среды. Вертикальный перепад для модельной среды будем определять, руководствуясь тем же правилом. Таким образом, для модельной среды установлена последовательность выбора внешних параметров задачи, при которых безразмерные комплексы (8) будут такими же, как у исходной. Осталось выяснить геометрические размеры области модельной среды. В качестве характерного размера выбрана капиллярная постоянная Ла-

пласа. Ее величину для модельной среды определим по найденному значению  $g$ . Далее с учетом отношения геометрических размеров области исходной среды к ее капиллярной постоянной легко вычисляются линейные размеры области для модельной среды.

3.1. *Подобие течений при большом различии чисел  $M$  для исходной и модельной сред.* Для примера в качестве модельной среды рассмотрим воду (см. таблицу, среда 1). Приведенные в таблице значения физических характеристик сред являются приближенными и могут отличаться от справочных. При  $g = 0,097$  см/с<sup>2</sup> число  $M$  для воды равно числу  $M$  для германия.

Пусть область, занимаемая расплавом германия, имеет радиус 1,1 см и высоту 1,0 см. Из (2) следует, что для германия  $U = 18,07$  см/с,  $L = 0,333$  см. По найденному  $g$  с учетом (2) получим  $U = 1,63$  см/с,  $L = 27,39$  см для воды. Тогда высота и радиус области для воды равны соответственно 82 и 90 см.

Определим теперь перепады температуры для модельной среды. Поскольку для воды  $\beta = 0,0002$ , а для германия  $\beta = 0,0001$ , то в радиальном и вертикальном направлениях перепады равны соответственно 0,5 и 75 °С.

Равенство чисел  $Mn_g$  при выбранных перепадах температур будет иметь место при  $k_\sigma = 0,000333$  для модельной среды и  $k_\sigma = 0,000166$  для исходной. Таким образом, физические, геометрические и температурные параметры для модельной среды найдены. Для выбранных сред и соответствующих краевых условий проведены две серии расчетов, позволившие определить установившиеся типы течений. Наиболее интенсивным является течение на свободной поверхности, инициируемое термокапиллярной конвекцией, где максимальное значение скорости составляет 0,5845 см/с. Движение жидкости на свободной поверхности передается в глубь расплава, формируя вихревое течение под свободной поверхностью. Естественная конвекция от более нагретой боковой стенки приводит в движение весь расплав с подъемом жидкости у более нагретой боковой стенки и ее опусканием на оси. Эти два источника движения образуют трехвихревую структуру течения с убывающей вниз интенсивностью. Максимальное и минимальное значения функции тока во всей области равны 0,003 и  $-0,01999$  см<sup>3</sup>/с, минимальное значение функции тока в третьем вихре  $-0,00006$  см<sup>3</sup>/с.

Распределение температуры в расплаве имеет слоистый характер. Расплавы полупроводников обладают большой теплопроводностью, поэтому неоднородности температуры по области быстро выравниваются. В установившейся картине имеет место практически линейное по вертикали распределение температуры (перенос тепла происходит вследствие диффузии).

В расчете для модельной среды получены аналогичные структура течения и распределение изолиний температуры. Наибольшее значение скорости жидкости на свободной поверхности составляет 0,05166 см/с. Наибольшие и наименьшие значения функции тока в жидкости равны 1,6137 и  $-11,1081$  см<sup>3</sup>/с.

Отношение минимального значения функции тока к максимальному для германия и модельной среды соответственно равно (по модулю) 6,66 и 6,88 (различие порядка 3%). Расчет обезразмеренных по (2) минимальных значений функции тока дает соответственно  $-0,0099$  и  $-0,0091$  (различие менее 9%). Числа Рейнольдса, Вебера и Фруда, вычисленные по максимальной скорости на свободной поверхности и радиусу области, равны 476; 0,0034; 0,000317 для исходной и 465; 0,0033; 0,000306 для модельной среды. Учитывая, что  $Gr = Re^2 Gr_g / Fr$ , получаем близость чисел Грасгофа для рассматриваемых течений с погрешностью до 1%. Сопоставление полученных данных показывает различие величин безразмерных параметров менее 3% при идентичных структурах течений. Таким образом, эти течения подобны. Анализ полученных расхождений приводит к необходимости точного расчета  $M$  для обеих сред, величины  $g$  и размеров области для модельной среды.

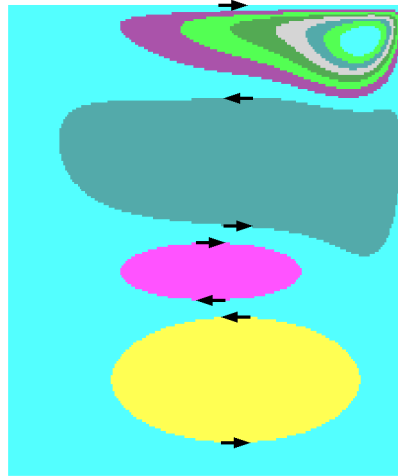


Рис. 1

Данный подход позволяет исследовать поведение расплавов полупроводников в земных условиях с использованием модельной жидкости в космосе, выбрав жидкость с соответствующими значениями  $M$  и  $Pr$ , а также геометрические и температурные параметры. Для моделирования поведения расплавов в космосе с использованием некоторой модельной жидкости на земле необходимо, чтобы число  $M$  жидкости в земных условиях было порядка  $10^{-18}$ .

3.2. *Подобие течений при близких значениях чисел  $M$  у сред.* Рассмотрим теперь среды 2 и 3 (см. таблицу). С точки зрения физики это разные среды, однако различие чисел  $M$  у них около 10%. Поскольку числа Прандтля у них разные, зададим, как и в п. 3.1, коэффициент теплопроводности для среды 3 так, чтобы числа Прандтля были равными ( $Pr = 0,05$ ). Пусть теперь исходной будет среда 3. Область, занятая жидкостью, представляет собой цилиндр радиусом 1,1 см и высотой 1,4 см. Верхняя поверхность открытая, плоская. Радиальный перепад температуры на ней составляет  $1\text{ }^\circ\text{C}$ , вертикальный на оси —  $75\text{ }^\circ\text{C}$ . Таким образом, в жидкости под действием конвекции Марангони и естественной конвекции от нагретой стенки развивается течение, установившаяся картина которого, полученная в результате численного решения, представлена на рис. 1. От свободной поверхности вниз видны четыре вихревые структуры с понижающейся интенсивностью. Локальные экстремумы функции тока для них равны соответственно  $-0,067$ ;  $0,0088$ ;  $-0,00027$ ;  $0,00015\text{ см}^3/\text{с}$  ( $Pr = 0,05$ ). Наибольшее значение скорости  $2,197\text{ см}/\text{с}$  наблюдается на свободной поверхности. Таким образом, числа Рейнольдса, Вебера и Фруда равны соответственно  $732$ ;  $0,0823$ ;  $44,77$  (число Грасгофа составляет  $8,025 \cdot 10^4$ ).

Число  $M$  для среды 2 будет равно числу  $M$  для среды 3 при  $g = 882\text{ см}/\text{с}^2$ . С учетом (2) радиус и высота области расплава должны составлять  $1,25$  и  $1,59\text{ см}$ . Радиальный перепад температуры равен  $3,35\text{ }^\circ\text{C}$ , вертикальный —  $251,25\text{ }^\circ\text{C}$  (для GaSb величина  $\beta = 0,0002$ , для среды 3  $\beta = 0,00067$ ). Из условия равенства чисел  $Mn_g$  следует  $k_\sigma = 0,000906$ . Теперь все параметры для расчета течения в модельной среде определены. Рассчитанные структура установившегося течения и характер изолиний температуры такие же, как на рис. 1. Наибольшее и наименьшее значения функции тока равны  $0,01164$  и  $-0,08798\text{ см}^3/\text{с}$ . Максимальное значение скорости расплава  $2,225\text{ см}/\text{с}$  достигается на свободной поверхности. Рассчитанные значения чисел Рейнольдса, Вебера и Фруда составляют  $731,9$ ;  $0,0823$ ;  $44,9$  соответственно. Безразмерные минимальные значения функции тока для рассматриваемых течений оказались практически равными:  $-7,63$  и  $-7,56$ . Таким образом, рассчитанные течения для сред 2 и 3 являются подобными.

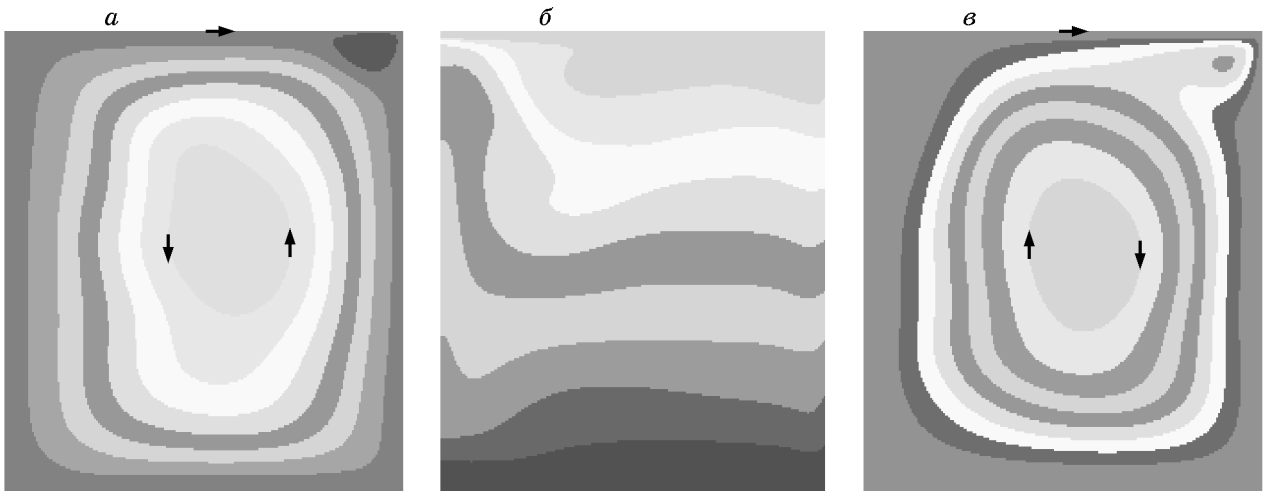


Рис. 2

Данный подход позволяет определить подобные процессы в земных условиях, если числа  $M$  (а также  $Pr$ ) расплава и модельной среды одинаковы, подобрав соответствующие геометрические и температурные параметры.

3.3. *Подобие по числу Прандтля.* Число Прандтля оказывает существенное влияние как на структуру течения, так и на его интенсивность. В приведенных выше расчетах коэффициент теплопроводности для модельной среды изменен таким образом, чтобы число Прандтля было малым, как у исходной среды. Расчеты для исходной и модельной сред при больших числах Прандтля ( $Pr = 2,2$ ) дают колебательные нестационарные режимы для полей скорости и температуры (рис. 2). Структура течения изменяется, проходя последовательно стадии от двухвихревой (рис. 2,а) до одновихревой (рис. 2,в). Пара вихрей имеет локальные экстремумы функции тока  $0,16$  и  $-0,0376$   $\text{см}^3/\text{с}$ . Первоначально под действием термокапиллярной конвекции развивается движение под свободной поверхностью, а в остальной части формируется вихревое движение, связанное с естественной конвекцией от более нагретой стенки. В результате вблизи оси формируется поле температуры с еще большим локальным радиальным перепадом, причем ближе к краю — с противоположным по знаку (рис. 2,б). Последнее создает условия для развития вихревого движения противоположного направления, что приводит к разрушению основного вихря. Появившийся вихрь объединяется с вихрем от конвекции Марангони, и далее формируется одновихревое движение во всей жидкости. В объединенном вихре имеется два локальных экстремума функции тока, равных  $-0,143$  и  $-0,042$  (рис. 2,в). Это приводит к перераспределению поля температуры в жидкости и возникновению течения типа приведенного на рис. 2,а. Процесс повторяется с практически не меняющейся интенсивностью течения в описанном временном цикле. Устойчивость колебательного режима обеспечивается нагревом сверху.

Конвекция Марангони развивает существенно менее интенсивное движение с локальным минимальным значением функции тока порядка  $-0,036$ . Максимальное значение скорости в объеме в  $1,5$  (рис. 2,в) и  $2,5$  раза (рис. 2,а) превосходит значение скорости на свободной поверхности.

Сравнение максимального значения функции тока и поля скоростей с расчетом для малых значений числа Прандтля (см. п. 3.2) показывает существенное увеличение интенсивности движения в объеме. Данные две серии расчетов демонстрируют необходимость соблюдения максимальной близости чисел Прандтля для модельной среды и расплава полупроводника.

3.4. *Подобные течения в условиях микрогравитации.* Условия микрогравитации моде-

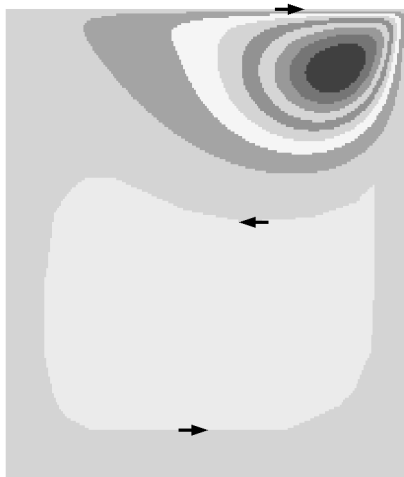


Рис. 3



Рис. 4

лируются малой величиной  $g$  в уравнениях движения. Поэтому, если в задачах пп. 3.2, 3.3 величины  $g$  для рассматриваемых сред уменьшить в одно и то же число раз, течения останутся подобными, моделирующими процессы в условиях невесомости.

На рис. 3 представлена картина течения, полученная в результате численных расчетов, для указанных в п. 3.2 условий и сред, но для значения  $g$ , уменьшенного в  $10^4$  раз. Локальные экстремумы функции тока равны  $-0,1026; 0,0075 \text{ см}^3/\text{с}$  ( $Pr = 0,05$ ). По сравнению с земными условиями возросла интенсивность движения: числа Рейнольдса, Вебера и Фруда равны соответственно 797; 0,0976 и 53, а число Грасгофа — 8,025. Таким образом, малые значения числа Грасгофа не гарантируют появления течения с низкой интенсивностью. Распределение температуры имеет слоистый характер (близкий к диффузионному). Однако в горизонтальных сечениях имеются неоднородности температуры по радиусу вплоть до нижней границы.

Расчет течений для этих сред при больших числах Прандтля дает практически те же структуры течения, что и на рис. 3, с теми же значениями чисел Рейнольдса, Вебера, Фруда и Грасгофа. Однако поле температуры сильно отличается (рис. 4 ( $Pr = 2,2$ ); см. также рис. 2, б). Таким образом, существенное уменьшение естественной конвекции приводит к установившимся типам течений для сред с большими числами Прандтля.

**4. Выводы.** Предложен способ записи уравнений движения и переноса тепла и массы с использованием собственных гидродинамических масштабов исследуемых сред. Продемонстрировано увеличение вклада конвективной составляющей в процессах тепломассопереноса при переходе к условиям микрогравитации. Показано, что в космических условиях конвективные течения дают больший вклад в распределение тепла, чем в земных условиях. Однако при уменьшении величины  $g$  развитие течений происходит существенно медленнее.

Простой вид большинства безразмерных параметров позволяет выделять классы подобных физических явлений. Подобные течения для разных сред и условий гравитации устанавливаются за разные физические времена. Как правило, время выхода на стационарный режим больше для течения при меньшем значении  $g$ .

Расчетами подтверждено совпадение всех величин безразмерных гидродинамических параметров для исходных и модельных сред, выбор которых определяется параметрами  $M$  (или  $Re_g$ ),  $Pr$ ,  $Gr_g$ ,  $Mn_g$ .

Правило выбора подобных неизотермических течений для разных сред требует прежде

всего равенства чисел  $M$  и  $R_T$ . Подобрав среды с близкими  $R_T$  и  $M$ , можно найти соответствие масштабов областей и перепады температуры. Это позволяет определить подобные течения в земных и космических условиях. В космических условиях оказалось возможным получить течения с подобной гидродинамикой для сред с разными числами Прандтля. В этом случае различие состоит только в распределениях температуры. Объяснением этого факта является преобладание конвекции Марангони. Вклад естественной конвекции в развитие движения является пренебрежимо малым. Этот вывод наглядно демонстрирует принципиальную важность учета негравитационных источников движения, которые в новых условиях могут оказаться доминирующими.

Исследование течений, вызванных градиентами концентрации примеси в расплаве и на свободной границе, в связи с изменением условий гравитации может быть проведено по аналогии с рассмотренными неизотермическими задачами. Характер течений для больших чисел Шмидта можно оценить по данным расчетов для больших чисел Прандтля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981.
2. Полежаев В. И., Бунэ А. В., Везуб Н. А. и др. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье — Стокса. М.: Наука, 1987.
3. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973. Т. 1.
4. Волков П. К., Захаров Б. Г. Гидродинамика и конвективный теплообмен в условиях слабой гравитации // Докл. РАН. 1998. Т. 361, № 5. С. 616–619.
5. Haberman W. I., Morton R. K. An experimental study of bubbles moving in liquids // Proc. Amer. Soc. Civil Engrs. 1954. V. 49. P. 367–387.
6. Ермаков Н. К., Никитин С. А., Полежаев В. И. Система и компьютерная лаборатория для моделирования процессов конвективного тепло- и массообмена // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 3. С. 21–38.
7. Zakharov V. G., Ossipyan Yu. A., Serebryakov Yu. A., et al. Peculiarities of Ge(Ga) directional solidification from thin melt layers // Proc. of the joint 10th Europ. and Russ. symp. “Physical sciences in microgravity”. St. Petersburg, Russia, 15–21 June, 1997. M.: Institute for problems in mechanics, 1997. V. 2. P. 114–118.
8. Волков П. К., Никитин С. А., Полежаев В. И. Моделирование процессов в расплаве при кристаллизации по методу Бриджмена с нагревом сверху // Тез. II Всерос. симп. «Процессы теплообмена и рост монокристаллов и тонкопленочных структур», Обнинск, 22–24 сент. 1997 г. Обнинск: Физ.-энерг. ин-т, РАН, 1998. С. 35.

*Поступила в редакцию 22/VI 1998 г.,  
в окончательном варианте — 29/IX 1998 г.*