

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.375

ОСОБЕННОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ХРУПКИХ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРИСТИК ЗЕРЕН

В. П. Ефимов

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: efimov-pedan@mail.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Представлены результаты испытаний образцов хрупких горных пород при одноосном сжатии, разрушение которых происходит в виде столбчатого растрескивания вдоль оси приложения силы. Результаты испытаний сопоставлены с характерными величинами, определяющими прочность при растяжении. Разрушение образцов моделируется с учетом характеристик слагаемых породу зерен, что позволяет провести оценку отношения прочности на сжатие к прочности на растяжение.

Прочность, трещиностойкость, разрушение горных пород, структурный параметр, минеральное зерно

DOI: 10.15372/FTPRPI20180203

Процесс разрушения образцов горных пород при сжатии зависит от условий на поверхности контактов сжимающих плит. Чаще всего реализуются три сценария: разрушение по конической или пирамидальной поверхности, разрушение по диагонали и раскол вдоль линии приложения силы. Разрушение с образованием конусов или пирамидок у контактных площадок, возникающих из-за сильного стеснения материала, вызванного трением между образцом и нагрузочными плитами, начинается, как правило, в центральной части. Здесь эффект стеснения невелик и фрагменты разрушения могут иметь явную столбчатую структуру. Разрушение в виде раскола вдоль линии приложения силы характерно для хрупких пород, но может наблюдаться и для некоторых пластичных пород при использовании нагрузочных плит, размер которых равен размеру поперечного сечения образца, или при других условиях уменьшения стеснения породы по торцам образца [1, 2]. Специальный термин “растрескивание” для данного вида разрушения подчеркивает его отличие от разрушения сдвигом, которое часто встречается при проведении испытаний на одноосное сжатие. На рис. 1 представлены фотографии фрагментов разрушения горных пород при сжатии: *a* — по диагонали, сдвиговый механизм под действием касательных напряжений, *b* — с образованием пирамидок под нагрузочными плитами, *в* — раскол вдоль линии приложения нагрузки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-05-00757).

Описание процесса разрушения с позиций термофлуктуационной кинетической концепции прочности [3] неизбежно приводит к выводу, что в основе разрушения твердых сред лежит процесс множественного накопления стабильных зародышевых трещин, размер которых задается структурой среды [4]. Характерные физические параметры в данной модели могут быть определены из экспериментов по разрушению исследуемых сред при различных напряженных состояниях.

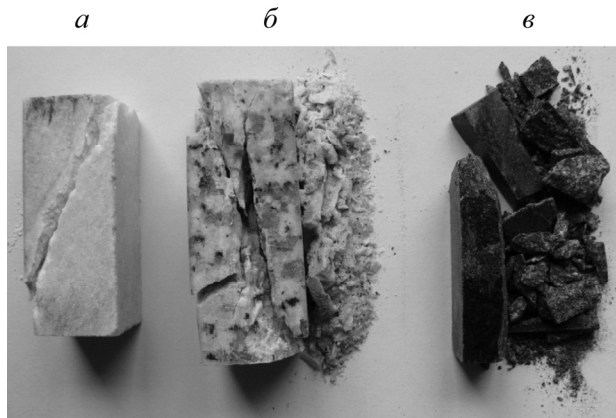


Рис. 1. Образцы горных пород, разрушенные при одноосном сжатии: *a* — мрамор; *б* — гранит; *в* — долерит

Проведенные в [5–7] эксперименты для определения физических параметров разрушения горных пород показывают, что для прочных горных пород начальная энергия активации разрушения U_0 не зависит от вида приложенной нагрузки, в частности этот параметр одинаков для растяжения и сжатия таких пород. В табл. 1 приведены значения U_0 для трех видов испытаний: сжатия — верхний индекс “сж”, растяжения (методом бразильской пробы) — верхний индекс “р”, изгиба — верхний индекс “и”. Временная прочность на сжатие, растяжение и изгиб, обозначенная σ , имеет те же индексы только нижние, как и структурная постоянная γ .

ТАБЛИЦА 1. Прочность горных пород и кинетические константы, используемые в концепции разрушения С. Н. Журкова

Порода	σ_p	$\sigma_{и}$	$\sigma_{сж}$	U_0^p	$U_0^и$	$U_0^{сж}$	γ_p	$\gamma_{и}$	$\gamma_{сж}$
	МПа			кДж/моль			кДж/(моль·МПа)		
Мрамор	6.9	17.4	80	133	139.9	163.8	8.44	3.73	1.155
Гранит лейкократовый	10.6	14.8	130	—	137.1	139.0	—	4.60	0.483
Гранит биотитовый	10.4	10.9	177	152	151.2	156.2	7.4	7.28	0.453
Габбро-диорит	13.4	20.8	190	138	148.7	149.5	4.79	3.73	0.378
Габброид	20.4	37.0	290	—	143.6	153.3	—	1.95	0.268
Долерит	25.0	38.3	379	—	141.1	140.7	—	1.88	0.170

Исходя из того, что начальная энергия активации разрушения одинакова для различных напряженных состояний, можно предположить, что в основе разрушения при сжатии прочных горных пород лежит механизм разрушения напряженных связей растяжением. Переходя от разрыва напряженных связей к росту уже имеющихся дефектов с позиций термофлуктуационной модели разрушения, можно говорить о развитии разрушения под действием растяжения в условиях тотального сжатия. На рис. 2 показана корреляция прочности на сжатие с прочностью на растяжение и с трещиностойкостью отрыва для изученных пород, которые косвенно подтверждают это предположение.

А. А. Гриффитс в работе [8] показал, что растягивающие напряжения возникают вблизи кончиков трещин, ориентированных под углом к приложенному напряжению как при растяжении, так и при сжатии. Хорошо известен вывод этой работы, сделанный на основе представления твердого тела как среды, содержащей разноориентированные трещиноподобные дефекты: соотношение прочности на сжатие и растяжение для хрупких сред равно 8. Следует заметить, что в его рассмотрении фигурирует критерий разрушения в терминах молекулярной прочности связи и геометрии трещины при растяжении.

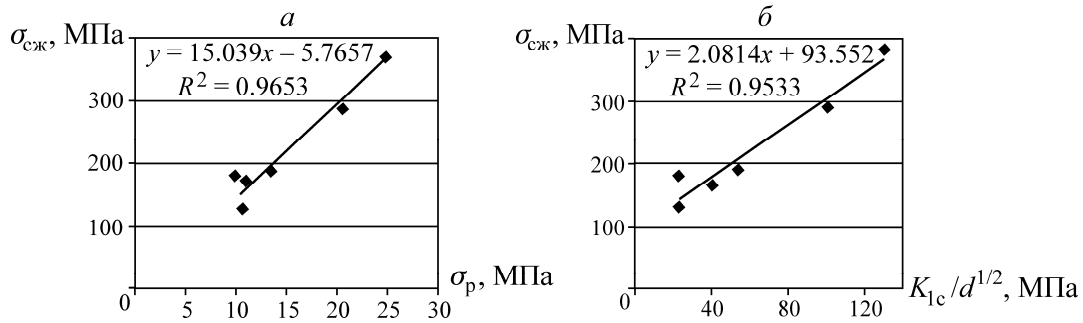


Рис. 2. Взаимосвязь прочности на сжатие с прочностью на растяжение (а) и с трещиностойкостью отрыва (б) испытанных горных пород

РАЗРУШЕНИЕ ОБРАЗЦОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПОР

Образец сплошной среды, содержащей дефекты в виде трещин, не единственно возможная модель трансформации сжимающих напряжений в растягивающие. Распределение упругих напряжений вокруг шаровой поры, расположенной в бесконечном теле, подверженном одноосному сжатию на бесконечности [9], дает растягивающее напряжение на полюсах поры, которое может также служить центром зарождения микротрещин отрыва, приводящих к макроразрушению. Возникающие растягивающие напряжения сопоставимы со сжимающими напряжениями, но крайне локализованы в пространстве. Применение традиционных локальных критериев прочности для определения разрушающих напряжений в такой геометрии не всегда оправданно.

Для описания разрушения в неоднородных полях напряжений разработаны модели, привлекающие нелокальные критерии прочности [10–16], которые эффективно работают в подобных случаях. В этих моделях разрушение материала исследуется не только в опасной точке, но и в некоторой окрестности, линейный размер которой является характеристикой материала. За критерий разрушения принимается достижение усредненными на характерной длине напряжениями величины, равной прочности на растяжение, измеренной по стандарту в однородном поле, которое приводит к макроскопическому разрушению. При таком подходе отношение прочности на сжатие и растяжение зависит от характеристик материала.

Рассмотрим данный подход на примере сжатия образца, содержащего единичную шаровую пору. Напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ и $\sigma_{\varphi\varphi}$ при одноосном силовом воздействии находятся из решения задачи Леона [9]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \sigma \left(1 + \frac{4-5\nu}{14-10\nu} \frac{a^3}{r^3} + \frac{9}{14-10\nu} \frac{a^5}{r^5} + \left(-1 + 5 \frac{2-5\nu}{14-10\nu} \frac{a^3}{r^3} - \frac{21}{14-10\nu} \frac{a^5}{r^5} \right) \cos^2 \theta \right), \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma \left(-3 \frac{2-5\nu}{14-10\nu} \frac{a^3}{r^3} + \frac{3}{14-10\nu} \frac{a^5}{r^5} + \left(15 \frac{1-2\nu}{14-10\nu} \frac{a^3}{r^3} - \frac{15}{14-10\nu} \frac{a^5}{r^5} \right) \cos^2 \theta \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где a — радиус поры; r — расстояние от центра поры; θ — полярный угол, отсчитываемый от оси приложения силы; φ — азимутальный угол; ν — коэффициент Пуассона.

Возле опасных точек имеем следующее распределение напряжений:
на полюсах вдоль линии приложения силы

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{3\sigma}{14-10\nu} \left((3-5\nu) \frac{a^3}{r^3} - 4 \frac{a^5}{r^5} \right); \quad (2)$$

на экваторе поры

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma \left(1 + \frac{4-5\nu}{14-10\nu} \frac{a^3}{r^3} + \frac{9}{14-10\nu} \frac{a^5}{r^5} \right). \quad (3)$$

Как видно из (2), на полюсах сферы имеются напряжения обратного знака по отношению к приложенному, а на экваторе — концентрация напряжений. Распределение напряжений резко убывает с ростом r . В качестве критерия разрушения возьмем интегральный критерий В. В. Новожилова [10]:

$$\sigma_p = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \sigma_n(r) dr, \quad (4)$$

где σ_n — напряжения, нормальные к плоскости трещины; σ_p — прочность на растяжение, измеренная в однородном поле, которая должна быть достигнута как в случае растяжения в области экватора поры, так и в случае сжатия, но на полюсе поры; δ — структурный параметр размерности длины, определяемый отношением критического коэффициента интенсивности напряжений трещин отрыва K_{1c} к прочности на растяжение [13]:

$$\delta = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{1c}}{\sigma_p} \right)^2. \quad (5)$$

Выполнив интегрирование выражений (2) и (3), получим отношение прочности на сжатие к прочности на растяжение:

$$\frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} = \frac{1}{6} \left(\frac{4(14-10\nu)(1+b)^4 + 2(4-5\nu)(2+b)(1+b)^2 + 9(4+6b+4b^2+b^3)}{(3-5\nu)(2+b)(1+b)^2 - 2(4+6b+4b^2+b^3)} \right), \quad (6)$$

где $b = \delta/a$ — безразмерный параметр.

На рис. 3 приведен график, построенный по (6) в зависимости от относительного параметра структуры, из которого следует, что отношение прочности на сжатие к прочности на растяжение для материала, содержащего такой дефект, зависит от его структурных особенностей.

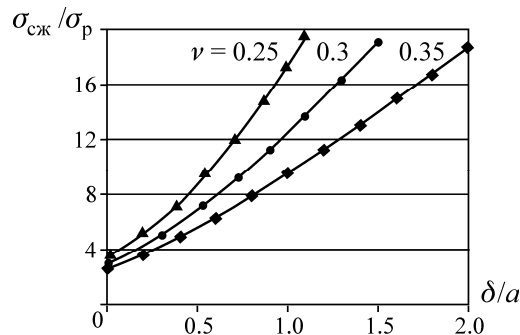


Рис. 3. Зависимость отношения прочности на сжатие к прочности на растяжение от отношения структурного параметра к радиусу поры при разных значениях коэффициента Пуассона

МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ СЖАТИИ

Переходя к реальной горной породе, можно ожидать качественно подобных результатов, поскольку структурные особенности пород должны влиять на соотношение прочностей при сжатии и растяжении. В [17, 18] представлены различные модели развития разрушения в условиях сжатия для материалов с упорядоченной структурой, некоторые элементы которой могут трансформировать сжатие в локальное растяжение. Моделирование разрушения отрывом при сжатии для различных твердых сред, в том числе и горных пород, можно найти в [19–26]. Рассматривая ненарушенную горную породу как сплошную среду с усредненными параметрами, которая содержит зерна с разными механическими характеристиками, имеем гетерогенную среду, в которой не только на порах, но и на границах зерен возможна трансформация напряжений сжатия в растяжение. Для прочных горных пород типа гранитов, пористость которых достаточно мала, эффект трансформации напряжений может быть связан не с величиной пор, а с размером зерен породы. Представляя наиболее твердые зерна как включения или как основу в зависимости от их концентрации, а более мягкие как заполненные поры, помещенные в основной материал, получаем трансформацию напряжений на полюсах мягких зерен.

В табл. 2 приведены некоторые механические характеристики ряда горных пород. Подготовку образцов, методику проведения испытаний, способы регистрации исходной информации для сжатия и изгиба можно найти в [5]. Прочность на растяжение определена бразильским способом, экспериментальная процедура которого изложена в [16], измерение трещиностойкости выполнено по методике [27].

ТАБЛИЦА 2. Механические характеристики и минеральный состав исследованных горных пород

Порода	E , ГПа	ν	K_{1c} , МПа·м ^{1/2}	$\sigma_{сж}$	σ_p	$\sigma_{сж}/\sigma_p$	d , мм	Минеральный состав, об. %
				МПа				
Долерит	112	0.36	1.9	379	25	15.2	0.25	60–65 плагиоклаз, 25–30 пироксен, 3–5 магнетит, 2–5 калишпат, 1–2 амфибол, 1 патит, 1 биотит
Габброид	105	0.34	2.0	290	20.4	14.2	0.4	60–65 пироксен, 30 плагиоклаз, 3–5 рудные, 2 хлорит, 1–2 амфибол, 1 калишпат
Габбро-диорит	62	0.27	1.1	190	13.4	14.2	0.45	60–65 плагиоклаз, 18–20 пироксен, 1–2 биотит, 10–15 калишпат, 1–3 амфибол, 1 магнетит, 1 хлорит
Гранит	55.7	—	1.14	168	11.2	15	0.8	—
Гранит биотитовый	42	0.31	0.7	177	10.4	17	0.9	30–35 калишпат (ортоклаз), 25–30 плагиоклаз, 25–35 кварц, 1 биотит
Гранит лейкократовый	52	0.36	0.8	130	10.6	12.3	1.15	50–55 калишпат, 25–30 плагиоклаз, 20–25 кварц

Примечание. E — модуль Юнга; d — средний размер зерна

Используя механические параметры минералов [28], слагающих данные породы, можно определить наиболее мягкие минеральные зерна. В исследуемых образцах это: калишпат ($E = 6.7 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.29$), амфибол ($E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.26$), биотит ($E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.26$) и хлорит ($E = 6.5 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.22$), а также наиболее твердые: пироксен ($E = 16 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.25$) и плагиоклаз ($E = 8.2 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.28$). Предполагая, что начальное разрушение материала образца горной породы связано с наличием зон растяжения на полюсах мягких мине-

ральных зерен, можно построить следующую модель разрушения. Будем считать, что области растяжения, равномерно распределенные по объему образца в соответствии с концентрацией мягких зерен, являются источником первичных микротрещин. Расстояние между соседними полюсами определяется концентрацией мягких зерен, а размер возникающих первичных микротрещин, которые затем объединяются в более крупные, — условием выполнения концентрационного критерия [29]:

$$K = C^{-1/3} (l^*)^{-1},$$

где C — концентрация трещин (в данном случае концентрация мягких зерен); l^* — длина микротрещины.

Характерные длины микротрещин указаны в табл. 3. Оценка коэффициента интенсивности напряжений в вершине этих трещин приводит к выводу, что они находятся в докритическом режиме. Скорость их роста экспоненциально зависит от напряжения, поэтому напряжение сжатия, до которого нужно нагрузить образец, чтобы прорасти микротрещины нужной длины, оценим исходя из следующего соображения. При достижении на характерной длине трещины среднего напряжения, равного измеренной прочности на растяжение в однородном поле, образуется устойчивая микротрещина. Такие микротрещины появляются возле полюсов мягких зерен по всему объему образца. Длины их существенно меньше равновесной трещины, длина которой при достигнутом уровне напряжений составляет несколько минеральных зерен. Как только возрастающее напряжение обеспечит возможность появления подобных трещин, происходит их слияние вплоть до макроразрушения и раскалывания образца.

ТАБЛИЦА 3. Концентрация мягких зерен и расчетные параметры для испытанных горных пород

Порода	$C, \%$	s/d	l^*/d	$q^{\text{тран}}$	$(\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}})_{\text{лок}}$	$(\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}})_{\text{нелок}}$	$(\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}})_{\text{экс}}$
Долерит	6	1.55	0.331	0.16	6.2	24.3	15.2
Габброид	5	1.71	0.342	0.153	6.5	26.5	14.2
Габбро-диорит	15	0.88	0.176	0.07	14.2	36.7	14.2
Гранит биотитовый	33	0.45	0.09	0.07	14.2	23.3	17.0
Гранит лейкократовый	52	0.24	0.05	0.08	12.3	16.3	12.3

Примечание. $s/d = \sqrt[3]{100/C} - 1$ — среднее расстояние между полюсами мягких зерен; l^*/d — критическая длина при $K = 3$; $q^{\text{тран}}$ — коэффициент трансформации сжимающих напряжений в растягивающие; $(\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}})_{\text{лок}}$, $(\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}})_{\text{нелок}}$, $(\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}})_{\text{экс}}$ — отношения прочностей на сжатие и растяжение для локального и нелокального критериев разрушения и экспериментальные значения

Для описания разрушения по такой модели введем коэффициент $q^{\text{тран}}$, определив его как отношение возникающего растягивающего напряжения на полюсах мягких зерен к напряжению одноосного сжатия: $q^{\text{тран}} = |\sigma_{\text{р}}/\sigma|$. Проведена оценка коэффициента трансформации на основе известного аналитического решения задачи о впаянной упругой шайбе в плоской постановке [30] по следующим соотношениям:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2} \left[1 + \gamma \frac{R^2}{r^2} - \left(1 - \frac{3\beta R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right], \quad (7)$$

$$\gamma = \frac{E(1-2\nu^0) - E^0(1-2\nu)}{E^0 + E(1-2\nu^0)}, \quad \beta = \frac{E^0(1+\nu) - E(1+\nu^0)}{E(1+\nu^0) + E^0(1+\nu)(3-4\nu)},$$

где R — радиус шайбы; E , ν — упругие постоянные среды; E^0 , ν^0 — упругие постоянные шайбы. Полученные значения коэффициента трансформации для испытанных пород представлены в табл. 3. Из сравнения значений $q^{\text{тран}}$ для объемного и плоского решений в случае незаполненной поры или отверстия видно их небольшое различие. Так, при $\nu = 0.3$ эффективность трансформации напряжений на поре равна ~ 0.7 от эффективности на отверстии. При этом коэффициент концентрации напряжений на экваторе поры составляет ~ 2 , а в плоском случае при одноосном растяжении — 3, что указывает на примерно одинаковое отношение $\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}}$ в плоском и объемном случае.

При использовании традиционного локального критерия прочности отношение $\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}}$ принимает значение 6–14. Применение нелокального критерия прочности по Новожилову в виде (4), где под площадкой осреднения следует понимать средний размер критической трещины l^* , приводит к большим значениям $\sigma_{\text{сж}}/\sigma_{\text{р}}$, которые находятся с помощью зависимостей, показанных на рис. 3, и вычисленного коэффициента трансформации. В табл. 3 представлены как расчетные, так и экспериментальные отношения прочностей на сжатие и растяжение испытанных пород. Видно, что экспериментальные значения отличаются от полученных по локальному и нелокальному критерию разрушения, но расположены между ними.

ВЫВОДЫ

Корреляционные зависимости между прочностью на сжатие, растяжением и трещиностойкостью на отрыв для прочных скальных пород свидетельствуют о тесной связи процессов разрушения при этих видах испытаний, если при сжатии наблюдается растрескивание вдоль линии приложения силы. Для такого разрушения характерно наличие нескольких магистральных трещин, формирование которых определяется фазой первичного роста множественных микротрещин. Рост магистральных трещин вдоль направления приложенной сжимающей нагрузки обуславливается слиянием микротрещин, ориентированных вдоль линии приложения силы.

Развиваемая модель разрушения отрывом при сжатии позволяет оценить отношение прочности на сжатие к прочности на растяжение, экспериментально наблюдаемые значения которых лежат между значениями данного отношения, рассчитанными с помощью локального и нелокального критериев разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fairhurst C. and Cook N. G. W. The phenomenon of rock splitting parallel to the direction of maximum compression in the neighbourhood of a surface, Proc. of the 1st Congress of the International Society of Rock Mechanics, Lisbon, September 1966. — P. 687–692 (Edited by J. G. Zeitlen).
2. Введение в механику скальных пород / под ред. Х. Бока. — М.: Мир, 1983. — 276 с.
3. Журков С. Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел // Изв. АН СССР. Сер. Неорган. материалы. — 1967. — Т. 3. — № 10. — С. 1767–1777.
4. Гелазов М. А., Куксенко В. С., Слуцкер А. И. Фибриллярная структура и субмикроскопические трещины в ориентированных кристаллических полимерах // ФТТ. — 1970. — Т. 12. — С. 100–108.
5. Ефимов В. П. Исследование длительной прочности горных пород в режиме постоянной скорости нагружения // ФТПРПИ. — 2007. — № 6. — С. 37–44.
6. Кучерявый Ф. И., Михалюк А. В., Демченко Л. А. Энергия активации и энергоемкость разрушения горных пород // Изв. вузов. Горн. журн. — 1980. — № 5. — С. 57–63.
7. Векслер Ю. А. Долговечность горных пород при сжатии // ФТПРПИ. — 1979. — № 3. — С. 71–76.
8. Griffith A. A. Theory of rupture, Proc. First Int. Congr. Applied Mechanics, Delft, 1924. — P. 55–63.

9. Хан Х. Теория упругости. — М.: Мир, 1988. — 343 с.
10. Новожилов В. В. К основам теории равновесных трещин в упругих телах // ПММ. — 1969. — Т. 33. — Вып. 5. — С. 797–812.
11. Lajtai E. Z. Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1972, Vol. 9, No. 5. — P. 569–578.
12. Сукнев С. В., Новопашин М. Д. Определение локальных механических свойств материалов // ДАН. — 2000. — Т. 373 — № 1. — С. 48–50.
13. Леган М. А. О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. — 1993. — Т. 34. — № 4. — С. 146–154.
14. Харлаб В. Д., Минин В. А. Критерий прочности, учитывающий влияние градиента напряженного состояния // Исследования по механике строительных конструкций и материалов: межвуз. темат. сб. тр. — Л.: ЛИСИ, 1989. — С. 53–57.
15. Корнев В. М. Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. — 2002. — Т. 43. — № 5. — С. 153–161.
16. Ефимов В. П. Испытания горных пород в неоднородных полях растягивающих напряжений // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 5. — С. 199–209.
17. Гольдштейн Р. В. Разрушение при сжатии // Успехи механики. — 2003. — Т. 2. — С. 3–20.
18. Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Структуры в процессах разрушения // Изв. РАН. МТТ. — 1999. — № 5. — С. 49–71.
19. Hoek E. and Bieniawski Z. T. Brittle rock fracture propagation in rock under compression, Int. J. Fract. Mech., 1965, Vol. 1, Issue 3. — P. 137–155.
20. Lajtai E. Z. Brittle fracture in compression, Int. J. Fract., 1974, Vol. 10, Issue 4. — P. 525–536.
21. Lajtai E. Z, Lajtai V. N. The collapse of cavities, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1975, Vol. 12, No. 4. — P. 81–86.
22. Evans A. G., Biswas D. R., and Fulrath R. M. Some effects of cavities on the fracture of ceramics: I. Cylindrical cavities; II. Spherical cavities, J. Am. Ceram. Soc., 1979, Vol. 62. — P. 95–106.
23. Sammis C. G. and Ashby M. F. The failure of brittle porous solids under compressive stress states, Acta Metall., 1986, Vol. 34, No. 3. — P. 511–526.
24. Davis T., Healy D., Bubeck A., and Walker R. Stress concentrations around voids in three dimensions: The roots of failure, Journal of Structural Geology, 2017, Vol. 102. — P. 193–207.
25. Одинцев В. Н. О механизме зональной дезинтеграции массива горных пород вблизи глубоких выработок // ФТПРПИ. — 1994. — № 4. — С. 10–19.
26. Никитин Л. В., Одинцев В. Н. Механика отрывного разрушения сжатых газоносных горных пород // Изв. АН СССР. МТТ. — 1988. — № 6. — С. 135–144.
27. Сроули Д. Е. Вязкость разрушения при плоской деформации. Разрушение. Т. 4 — М.: Машиностроение, 1977. — 400 с.
28. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород: ред. Н. В. Мельников. — М.: Недра, 1975. — 278 с.
29. Журков С. Н., Куксенко В. С., Петров В. А., Савельев В. Н., Султанов У. О прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1977. — № 6. — С. 11–18.
30. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 707 с.

Поступила в редакцию 22/1 2018