

Поведение модели при сложном нагружении определяется вполне однозначно равенствами (1), так как деформации ползучести по существу одномерны.

Заметим, что использование линейной теории наследственности (оператор G в (1)) не связано непосредственно с построением модели. В технических расчетах при плавно меняющихся нагрузках можно использовать более простые теории ползучести; наоборот, при резко меняющихся нагрузках, при высоких напряжениях можно использовать более точные нелинейные соотношения [11, 12, 9]. Такие упрощения или уточнения можно произвести соответствующей заменой последнего равенства в (1).

Автор благодарен Ю. Н. Работнову и Н. И. Малинину за ценные советы и помощь в работе.

Поступила 5 VIII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Ашкенази Е. К. Анизотропия механических свойств некоторых стеклопластиков. Л., 1961.
2. Жуков А. М., Вялухина С. Д. Механические свойства стеклопластика при комнатной температуре. Инж. ж., 1962, т. 2, вып. 4.
3. Гуревич Б. Г., Стреляев В. С. Исследование прочностных характеристик некоторых стеклопластиков. Пластич. массы, 1963, № 5.
4. Львов Б. С., Колтунов М. А., Кузнецов В. Н., Шпакowska Е. И. Физико-механические показатели стеклопластиков на основе полиэфирной смолы. Упругие постоянные стеклопластиков. Пластические массы, 1962, № 8.
5. Ломакин В. А., Огибалов П. М. О расчете стеклопластиков при высоком напряженном состоянии. Вестник МГУ, 1960, № 6.
6. Брызгалин Г. И. К расчету на ползучесть пластинок из стеклопластиков. ПМТФ, 1963, № 4.
7. Баев Л. В., Малинин Н. И., Работнов Ю. Н., Шубин И. А. Установка для испытаний пластмасс на ползучесть и релаксацию. Заводская лаборатория, 1962, № 4.
8. Работнов Ю. Н. Равновесие упругой среды с последствием. ПММ, 1948, т. 12, № 1.
9. Брызгалин Г. И. О ползучести при переменных напряжениях. ПМТФ, 1962, № 3.
10. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. Гостехтеоретиздат, 1957.
11. Розовский М. И. О нелинейных интегральных уравнениях ползучести бетонной цилиндрической оболочки, находящейся под внешним давлением. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 9.
12. Работнов Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести. Вестник МГУ, 1948, № 10.

О САМОПРОИЗВОЛЬНОМ РАЗРУШЕНИИ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

П. О. Паишков

(Волгоград)

Деформирование хрупких и пластичных тел заканчивается образованием и развитием трещины, которая в некоторый момент становится неустойчивой, после чего разрушение приобретает самопроизвольный характер.

После работы Гриффитса обычно полагается, что самопроизвольное разрушение возможно, если

$$dW = dA \quad (1)$$

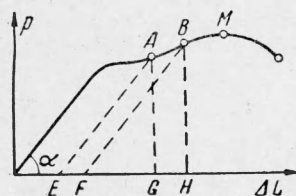
Здесь dW — изменение освобождающейся энергии упругой деформации тела при росте в нем трещины, dA — изменение поверхностной энергии, затрачиваемой на образование новых поверхностей растущей трещины.

Если dW меньше dA , то самопроизвольный рост трещины невозможен. Последующие опыты, однако, показали, что фактическая энергия, затрачиваемая на разрушение хрупких материалов, всегда больше поверхностной энергии. Это заставило предположить о вероятном наличии, даже при хрупком по внешним признакам разрушении, некоторой пластической деформации, сопровождающей движущуюся трещину. Теперь обычно принимается, что величина dA должна включать в себя, кроме поверхностной энергии, и энергию, затрачиваемую на пластическую деформацию.

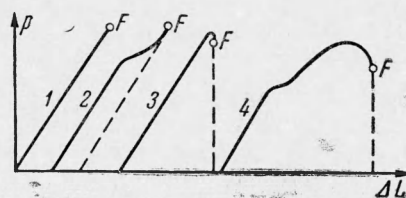
В теории Гриффитса рассматривается тело в виде пластины бесконечно больших размеров при толщине, равной единице. Это позволило пренебрегать возмущениями в поле напряжений на контуре тела, где приложены внешние силы, и упростить задачу.

Однако есть еще геометрические условия разрушения, которые могут нарушаться при переходе к телам конечных размеров и которые обычно не принимаются во внимание. Это — должное соответствие между возможной общей деформацией тела и необходимой деформацией, чтобы разрушение могло произойти. Требование становится важным, когда разрушение предваряется пластической деформацией, приводящей к остаточному изменению общих или местных (в зоне разрушения) размеров тела.

Рассмотрим общий случай деформирования тела в обычной замкнутой системе конечных размеров: станина разрывной машины, ее подвижные детали, передающие разрывное усилие, растягиваемый образец. Типичный записываемый график изменения разрывающей силы в зависимости от общей деформации системы представлен на фиг. 1. При разрыве достаточно пластичного образца на диаграмме будет максимум — точка M .



Фиг. 1



Фиг. 2

Жесткость всей замкнутой системы выражается наклоном упругого участка графика, т. е. углом α . Введем обычное понятие жесткости K (величина силы, необходимой, чтобы продеформировать систему на единицу длины)

$$K = \operatorname{tg} \alpha = dP / dL \quad (2)$$

На восходящей ветви кривой (левее точки M), чтобы продеформировать материал от точки A до близкой к ней точки B , потребуется сообщить образцу (точнее, системе) дополнительное общее — упругое и пластическое — удлинение GH . Часть этого удлинения EF будет остаточной (пластической) деформацией образца, остальное — упругой деформацией всей системы. Следовательно, для бесконечно малого промежутка времени будет справедливо выражение

$$dL = dL_0 + dL_y \quad (3)$$

Упругая деформация системы до точки M возрастает, т. е. $dL_y > 0$. На нисходящей ветви (правее точки M), наоборот, при увеличении общей деформации системы упругая деформация будет убывать, т. е. $dL_y < 0$. Приросты общей и пластической деформации всегда положительны по знаку.

Если рассматривать изменение деформаций в такой системе, то переход к самопроизвольному разрушению возможен в двух случаях. Во-первых, при $dL_0 = 0$, что приводит к разрушению по схеме Гриффитса. Во-вторых, $dL = 0$, когда возникает несовместимость упругой и остаточной деформаций системы, что приводит к мгновенному ее разрушению. Первое условие, если учесть (2), сводится к соотношению

$$\partial P / \partial L = K \quad (4)$$

Второе условие приводит к выражению

$$\partial P / \partial L_0 = -K \quad (5)$$

На фиг. 2 представлены возможные виды диаграмм разрушения по переходу к самопроизвольному процессу. Изменение разрывающей силы P на нем представлено в функции от общей деформации системы. Точка F — момент перехода к самопроизвольному разрушению.

Кривые 1 и 2 фиг. 2 соответствуют первому условию разрушения для хрупкого (1) и пластичного (2) тел. Наклон линий разгрузки должен совпадать с наклоном линий упругого нагружения.

Кривая 3 представляет случай квазихрупкого разрушения, подчиняющийся второму условию — выражение (5). Самопроизвольному пластическому разрушению, также по критерию (5), соответствует кривая 4. Случай 3 возможен, очевидно, только с помощью механизма, когда на некоторой стадии деформации образуется трещина, первоначально медленное развитие которой приводит к уменьшению разрывающей силы, т. е. к переходу к условию (5).

Следовательно, при разрушении систем конечных размеров самопроизвольность разрушения наступает не только как следствие роста напряжения до критического

значения прочности тела с трещиной. Процесс определяется, как показывает опыт, дополнительным условием совместности деформации системы и деформации разрушаемого образца (условие (5)), ибо разрушение пластически деформируемого тела становится самопроизвольным в момент, когда изменение упругой деформации, разгружающейся вследствие разрушения системы, становится больше пластического удлинения разрушаемого образца. Второй случай практически единственно распространен при разрушении обычных конструкционных материалов. Уменьшение жесткости системы будет приводить к преждевременному разрушению согласно (5), что и наблюдалось [1, 2].

Переход к самопроизвольному разрушению означает резкий, на 4 и более порядков величины рост скорости разрушения, которая в пределе может достигать скорости звука [3]. Разрушение приобретает крайне опасный для замкнутых конструкций «взрывной» характер. Такие случаи разрушения многократно наблюдались [1, 4] и всегда приводили к опасным авариям. Поэтому выполненный выше анализ является существенным для разработок по разрушению твердых тел. Корректность таких разработок должна оцениваться с его учетом.

Скорости самопроизвольного разрушения квазихрупких металлических пластинок, когда общее пластическое удлинение образцов было неизмеримо мало, экспериментально изучались в работах [3, 5]. Опытами была обоснована модель квазихрупкого разрушения пластинок [3], наиболее удовлетворительно объясняющая наблюдения. Не повторяя опубликованных в [3] данных, исследуем эту модель с точки зрения полученных выше выводов.

На фиг. 3 схематически изображена конфигурация идеально хрупкой трещины в процессе разрушения, соответствующая модели. Трещина, имеющая постоянную скорость, движется слева направо. Пунктиром указано ее положение после продвижения на dz . На участке z разорванные кромки образца, имевшего полное упругое удлинение (системы) x_0 , полностью разгружены (напряжение и упругая деформация равны нулю). Здесь потенциальная энергия упругой деформации превратилась в кинетическую энергию движения материала образца в сторону зажимов машины. На участке z_0 возникает упругая деформация сдвига, неизбежная из-за неодновременности начала движения к зажимам разорванных волокон образца. Величина этого относительного сдвига для рассматриваемой упрощенной модели $q = x_0/z_0 = V_x/V_z$, где V_x и V_z — соответственно скорость перемещения материала к зажимам и скорость трещины.

При постоянстве V_z и, следовательно, постоянной конфигурации острия трещины изменение энергии при продвижении трещины на dz составит из слагаемых:

а) затрачивается энергия на образование поверхностей разрыва (γ — поверхностная энергия, b — толщина)

$$\gamma b dz$$

б) освобождается упругая энергия в зоне z_0 (σ — среднее напряжение в образце)

$$- \sigma b z_0 dx$$

в) возникает кинетическая энергия движения разорванных волокон вдоль оси x

$$\frac{\rho}{u} V_x^0 b L_0 dz$$

(ρ — плотность, u — ускорение силы тяжести, L_0 — полудлина образца).

Других изменений при постоянной скорости трещины нет. По закону сохранения энергии

$$- \sigma b z_0 dx + \gamma b dz + \frac{\rho}{u} V_x^2 b L_0 dz = 0$$

Отсюда, учтя малость поверхностной энергии по сравнению с двумя другими видами затрат энергии и соотношение $q = x_0/z_0 = V_x/V_z$, получаем

$$V_z = \frac{z_0}{L_0} \sqrt{\frac{u}{\rho}} E = \frac{z_0}{L_0} c = \frac{e_0}{g} c$$

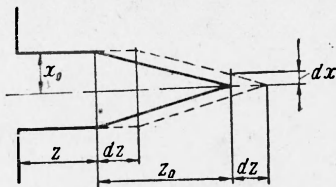
Фиг. 3

где c — скорость распространения упругих волн (скорость звука), $e_0 = x_0/L_0$ — относительное удлинение системы.

Как видно, эта предельная скорость хрупкого разрушения определяется скоростью распространения упругой волны сдвига вдоль оси образца к захватам разрывной машины. При напряжении сдвига $\tau = \sigma$, применяя закон Гука, получаем предельно большое значение скорости хрупкой трещины:

$$V_m = \frac{G}{E} C \approx 0.4 C \quad (7)$$

Это значение по существу совпадает с выводами Мотта [6] и последующих работ [7] и вполне удовлетворительно подтверждается опытом [8, 9].



Следовательно, модель оправдывается и в предельных случаях.

При наличии не зависящего от скорости трещины [3] локального пластического удлинения — обозначим его абсолютную величину Δx — упругое удлинение e_0 уменьшится

$$e = e_0 - \frac{\Delta x}{L_0} = \frac{x_0 - \Delta x}{L_0}$$

Тогда выражение для скорости трещины (6) примет вид

$$V_z = \left(1 - \frac{\Delta x}{x_0}\right) \frac{z_0}{L_0} C \quad (8)$$

Уже при таком простейшем предположении полученные результаты соответствуют опытными данным. При $\Delta x = x_0$ самопроизвольного разрушения быть не может, что также вытекает из первой части данной работы. При уменьшении доли пластической деформации в общем упругом удлинении системы скорость разрушения такого, сопровождаемого даже сравнительно большой пластической деформацией материала, асимптотически приближается к скорости хрупкого разрушения. Это также соответствует опыту. В [5] скорость трещин в узких и длинных пластинках наклепанной меди достигала почти 0.1 от скорости звука, а согласно [10] скорость разрушения железа — 0.2 от нее.

Поступила 29 VI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Дроздовский Б. А. и Фридман Я. Б. Влияние трещин на механические свойства конструкционных сталей. Металлургиздат, 1960.
2. Шимелевич И. Л. Распространение трещин в стальных листах под влиянием внутренних напряжений. Сб. Металловедение. Судпромгиз, Л., 1957.
3. Лозовская В. Ф. и Пашков П. О. Кинетика разрушения металлических тонких листов. Изв. СО АН СССР, 1963, № 2.
4. Быков В. А. Пластичность, хрупкость и усталостная прочность конструкционной стали. Судпромгиз, Л., 1959.
5. Лозовская В. Ф., Пашков П. О., Серебряков А. В. О кинетике роста трещин при разрушении медной фольги. ПМТФ, 1961, № 5.
6. Mott N. E. Brittle fracture in mild-Steel plates. II, Engineering, 1948, 165, 16.
7. Delaney E. N., Grace N. F. Velocity behavior of a growing crack. J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, No 12.
8. Sharf N. Velocity effects in fracture. Fracture, J. Willey & Sons, N. Y., 1959.
9. Кузьмин Е. А., Пух В. П. Скорость роста хрупкой трещины в стекле и канифоли. Сб. Некоторые проблемы прочности твердого тела. Изд. АН СССР, М.—Л., 1959.
10. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. ИЛ, 1954.

ЗАМЕЧАНИЕ К РАБОТЕ Н. И. ДОЛБИНА, «РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ», ПМТФ, № 1, 1963 г.

В работе выводятся уравнения (1.8) и (1.9) для скалярного ϕ и векторного F потенциалов вектора перемещения $u = \text{grad } \phi + \text{rot } F$ ($\text{div } F = 0$) для идеально проводящей среды, находящейся в постоянном магнитном поле H .

Однако при наличии магнитного поля не всегда возможно такое представление вектора перемещения. Анализ уравнений (1.3) — (1.5) показывает, что при распространении плоских волн в изограниченной среде такое представление вектора перемещения u возможно, если H либо коллинеарно с нормалью к плоскости волны (продольное поле), либо лежит в плоскости волны (поперечное поле).

В случае распространения упругих поверхностных волн в полупространстве наличие границы накладывает еще ограничения, и только если магнитное поле в полупространстве будет $H = \{0, H_y \neq 0, 0\}$, возможно такое представление вектора u . (Здесь x — направление распространения волны, z — направление, нормальное к границе полупространства; колебания происходят в плоскости xz .) Все дальнейшие результаты, в том числе и уравнение (2.17), верны при $H_x = 0$. Примеры неверны.

Автор благодарен Я. С. Уфлянду, обратившему внимание на необходимость установления условий такого представления вектора перемещения.

Н. И. Долбин