

ОЦЕНКА ОСКОЛКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ РАЗРУШЕНИИ ШАРОВОЙ ОБОЛОЧКИ

С. В. Сериков

(Челябинск)

Изучение неустановившегося движения металлических оболочек вплоть до разрушения под действием интенсивных нагрузок представляет практический интерес. Известны работы теоретического и экспериментального характера [1—5], в которых рассматривался вопрос о расширении сферической оболочки под действием взрывных нагрузок.

В данной работе определяется закон неустановившегося движения полого шара под действием переменного внутреннего давления либо начального поля скоростей в схеме изотропной несжимаемой вязкопластической среды. В случае идеальной пластичности определяется время разрушения оболочки. Выводится формула для оценки количества осколков. Полученные результаты сравниваются с известными экспериментальными данными.

1. Постановка задачи. Полый шар под действием переменного внутреннего давления либо начального поля скоростей нестационарно расширяется при заданных начальных данных. На внешней границе шара давление отсутствует. Материал оболочки изотропен, несжимаем и удовлетворяет соотношениям вязкопластической среды.

При центральной симметрии деформации шара для компонент тензора напряжений σ_r , σ_θ , σ_φ , радиальной составляющей вектора скорости v в сферических координатах r , θ , φ имеем вне поля массовых сил следующие уравнения:

уравнение движения непрерывной среды

$$(1.1) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} (2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_\varphi) = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right);$$

уравнение неразрывности

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v) = 0;$$

соотношения вязкопластической среды [6] в сферических координатах при центральной симметрии

$$(1.3) \quad \sigma_r = \sigma - \frac{2}{3} \sigma_s + \mu \frac{\partial v}{\partial r}, \quad \sigma = \frac{1}{3} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\varphi),$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\varphi = \sigma + \frac{1}{3} \sigma_s + \mu \frac{v}{r}.$$

Здесь ρ — плотность материала шара; σ_s — динамический предел текучести; μ — динамический коэффициент вязкости; $t \geq 0$ — время.

На границах шаровой оболочки $r = R_i$ ($i = 1, 2$, $R_1 < R_2$) выполняются условия:

динамическое

$$(1.4) \quad \sigma_r = -p(t) \text{ при } r = R_1, \quad \sigma_r = 0 \text{ при } r = R_2;$$

кинематическое

$$(1.5) \quad dR_i/dt = v \text{ при } r = R_i.$$

Рассматривается нестационарное расширение шара под действием взрывной нагрузки. Различаются в дальнейшем два вида движения. Первое, когда движение шара начинается из состояния покоя под действием переменного внутреннего давления $p(t) = p_0 (R_{10}/R_1)^{3\gamma}$, где $\gamma > 1$ — показатель изэнтропы продуктов детонации. В этом случае начальные условия при $t = 0$ имеют вид

$$(1.6) \quad R_i = R_{i0}, \quad dR_i/dt = 0, \quad p = p_0 \neq 0.$$

Второе движение — инерционное, когда задано начальное поле скоростей. Давление внутри шара отсутствует. Тогда при $t = 0$ имеем

$$(1.7) \quad R_i = R_{i0}, \quad p = 0, \quad dR_i/dt = V_{i0} \neq 0.$$

Равенства (1.1)—(1.6) или (1.7) однозначно определяют задачу нестационарного движения шаровой оболочки из несжимаемого вязкопластического материала.

2. Закон изменения границ шара. Подставляя (1.3) в уравнение движения (1.1) и принимая во внимание значение первого интеграла (1.2), получим относительно среднего напряжения дифференциальное уравнение первой степени, которое затем интегрируется по переменной r . Определив таким образом значение для σ , v , из (1.3), (1.4) получим решение для компонент тензора напряжений σ_r , σ_θ , σ_φ , а отсюда вследствие (1.4)—(1.6) определяется закон изменения границ шара.

Введем безразмерные переменные и параметры при начальных данных (1.6) по формулам

$$(2.1) \quad \bar{R}_i = R_i/R_{10}, \quad \bar{t} = t \sqrt{p_0/\rho}/R_{10}, \quad \sigma_* = \sigma_s/p_0, \quad v = \mu/R_{10} \sqrt{p_0/\rho}, \\ \kappa = R_2/R_1, \quad \kappa_0 = R_{20}/R_{10}.$$

В случае инерционного движения шара с начальными условиями (1.7) необходимо сделать в (2.1) замену $p_0 \rightarrow \rho \bar{v}_{10}^2$. Черта в дальнейшем над безразмерными величинами опускается.

Тогда для определения изменения внутреннего радиуса шара под действием внутреннего переменного давления получим задачу Коши в виде

$$(2.2) \quad \ddot{R}_1 + a_1 \dot{R}_1^2 + a_2 \dot{R}_1 + a_3 = 0, \quad R_1(0) = 1, \quad \dot{R}_1(0) = 0,$$

$$\text{где} \quad a_1 = R_1^{-1} \left[2 - \frac{(1 - \kappa^{-4})}{2(1 - \kappa^{-1})} R_1^{-2} \right]; \quad \kappa = \left[1 + \frac{(\kappa_0^3 - 1)}{R_1^3} \right]^{1/3};$$

$$a_2 = \frac{2v}{R_1^2} \frac{(1 - \kappa^{-3})}{(1 - \kappa^{-1})}; \quad a_3 = \frac{\kappa R_1^{-1}}{\kappa - 1} (2\sigma_* \ln \kappa - R_1^{-3v});$$

точка означает дифференцирование по времени. При $v = 0$ задача сводится к известной [1].

Рассмотрим тонкостенный шар, когда $\kappa_0 = 1 + \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 = \delta_0/R_{10} \ll 1$, δ_0 — начальная толщина стенки оболочки. В этом случае получим из (2.2) дифференциальное уравнение второго порядка, содержащее малый параметр при старшей производной. Метод построения решения сингулярной задачи по малому параметру известен (см., например, [7]). Сделаем подстановку

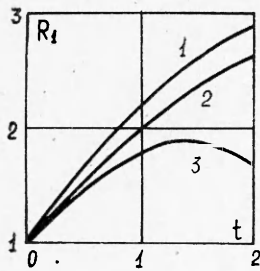
$$(2.3) \quad \dot{R}_1 = V_1, \quad \ddot{R}_1 = V_1 dV_1/dR_1.$$

Тогда уравнение (2.2) сводится к уравнению Абеля второго рода. Для тонкостенной оболочки с точностью до первого порядка малости относительно ε_0 получим из (2.2) вследствие (2.3) задачу Коши в виде

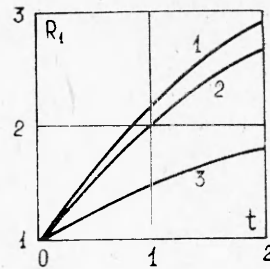
$$(2.4) \quad \varepsilon_0 V_1 \frac{dV_1}{dR_1} + 2\varepsilon_0 R_1^{-1} V_1 (2V_1 - 3v R_1^{-1}) + R_1^{-1} (R_1^{3(1-v)} - \\ - 3\varepsilon_0 \sigma_*) = 0, \quad V_1 = 0 \quad \text{при} \quad R_1 = 1.$$

В случае, когда материал шара соответствует условию идеальной пластичности ($v = 0$), из (2.4) имеем решение [8] в виде

$$(2.5) \quad V_1 = (1 - R_1^{-4}) \left[2 \int_1^{R_1} (x^{-4} - 1)^{-2} (3\sigma_* - \varepsilon_0^{-1} x^{3(1-v)}) x^{-1} dx \right]^{1/2}.$$



Ф и г. 1



Ф и г. 2

Интеграл в (2.5) выражается в элементарных функциях при определенных $\gamma > 1$, например целочисленных. Отсюда получим в квадратурах закон изменения внутренней границы шара. Построение решения для более общего случая (задача Коши (2.2)) осуществлялось численно методом Рунге — Кутты. В качестве примера на фиг. 1 представлен численный расчет задачи (2.2) относительно безразмерных величин R_1, t при фиксированных параметрах: $\nu = 0,1, \kappa_0 = 1,20, \gamma = 2,5$. Кривые 1—3 на фиг. 1 соответствуют значениям безразмерного параметра $\sigma_* = 0; 0,1; 1,0$.

На фиг. 2 показан характер изменения внутреннего радиуса шаровой оболочки относительно времени при различных значениях параметра ν : 1 — $\nu = 0$; 2 — 0,1; 3 — 1,0. Остальные параметры фиксированы: $\sigma_* = 0,1, \kappa_0 = 1,20, \gamma = 2,5$. Из расчетов также следует, что скорость расширения шара уменьшается, когда параметры κ_0, γ увеличиваются.

Пусть теперь шар расширяется по инерции с начальными данными (1.7). В этом случае закон изменения радиуса шара R_1 определяется из аналогичной задачи Коши (2.2), где переменный коэффициент a_3 принимает вид $a_3 = 2\sigma_* \kappa \ln \kappa / [(\kappa - 1)R_1]$. Для тонкостенной оболочки с точностью до первого порядка малости относительно ϵ_0 получим вследствие (2.3) задачу Коши для определения R_1 при инерционном расширении шара в виде

$$(2.6) \quad V_1 \frac{dV_1}{dR_1} + 2R_1^{-1} V_1 (2V_1 - 3\nu R_1^{-1}) - 3\sigma_* R_1^{-1} = 0, \quad V_1 = 1 \text{ при } R_1 = 1.$$

Здесь при разложении коэффициентов a_j ($j = 1, 2, 3$) в ряд по малому параметру ϵ_0 последний входит в дифференциальное уравнение (2.6) регулярным образом [7], начиная со степени ϵ_0^2 . Решение задачи (2.6) при $\nu = 0$ имеет вид (см., например, [8])

$$(2.7) \quad V_1 = 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_* (1 - R_1^{-4}) [(R_1^4 - 1)^{-1} - \ln(R_1^4 - 1)]^{1/2}.$$

Закон движения относительно внутреннего радиуса шара определяется из (2.5), (2.7) в квадратурах по формуле

$$(2.8) \quad t = \int_1^{R_1} \frac{dx}{V_1(x)}.$$

Отметим, что уравнения (2.5), (2.7) выражают закон сохранения энергии. Например, из (2.5) после возведения в квадрат обеих частей получим на единицу массы энергетическое соотношение

$$I_0 + \frac{V_1^2}{2} = I_1,$$

где $I_0 = (1 - R_1^{-4})^2 \epsilon_0^{-1} \int_1^{R_1} (1 - x^{-4})^{-2} x^{2-3\gamma} dx$ — работа продуктов взрыва;

$V_1^2/2$ — кинетическая составляющая энергии шара; $I_1 = (1 - R_1^{-4})^2 \times$

$\times 3\sigma_* \int_1^{R_1} (1-x^{-4})^{-2} x^{-1} dx$ — работа пластического деформирования.

В частности, из (2.5), (2.7) можно получить формулы для определения внутреннего радиуса шара в момент его максимального расширения ($V_1 = 0$) без нарушения сплошности. Приближенно они имеют вид:

для шара под давлением (при $\gamma = 3$)

$$R_{1p} = R_{10} \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{p_0 R_{10}}{3\sigma_s \delta_0} \right)^{-1} \right];$$

для инерционного движения шара

$$R_{1u} = R_{10} \left(1 + \frac{\rho V_{10}^2}{6\sigma_s} \right).$$

Из (2.8) следует обязательное разрушение шара ($R_{1p} \rightarrow \infty$) в случае выполнения соотношения

$$p_0 \geq 3\sigma_s \delta_0 / R_{10}.$$

Связь между значениями R_1 и R_2 тонкостенного шара выражается соотношением

$$(2.9) \quad R_2 \simeq R_1 \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{R_1^3} \right).$$

Для скоростей $V_1 = \dot{R}_1$, $V_2 = \dot{R}_2$ с той же степенью приближения из (1.2), (1.5) получим

$$(2.10) \quad V_2 \simeq V_1 (1 - 2\varepsilon_0 / R_1^3).$$

3. Разрушение шара. Для полного разрушения твердого тела по рассматриваемому сечению должны быть выполнены [9]: временной критерий подготовки тела к разрушению и интегральный временной критерий полного смыкания трещин, основывающийся на уравнении нестационарного роста трещины. Динамический критерий смыкания трещин и полного разрушения сводится к интегральному соотношению [10]

$$(3.1) \quad \int_0^{\tau} qcdt = \frac{\alpha}{1-k} \ln \frac{1}{S_0},$$

где τ — время разрушения; q — плотность энергии, высвобождаемой звуковой волной; c — скорость звука; α — работа образования единицы площади трещины; k — усредненный по времени коэффициент отражения потока энергии акустической волны; S_0 — начальная доля площади рассматриваемого сечения тела, перекрытая трещинами. Эффективная энергия динамического разрушения $\alpha_* = (\alpha \ln S_0) / (k - 1)$ определяется из эксперимента.

При $q = \sigma_0^2 / E$ с учетом объемности задачи разрушения шара получим из (3.1) по аналогии с кольцом [11] интегральное равенство

$$(3.2) \quad \int_0^{\tau_*} \sigma_0^2 R_2^2 (1 - R_1^2 / R_2^2) dt = \beta R_{2*}^2 (1 - R_{1*}^2 / R_{2*}^2), \quad \beta = \frac{\alpha_* E \sqrt{P_0 / \rho}}{c p_0^2 R_{10}},$$

где E — модуль Юнга; R_{1*} , R_{2*} — значения радиусов шара в момент разрушения; $\tau_* = \tau \sqrt{P_0 / \rho} / R_{10}$ — безразмерное время разрушения оболочки под действием внутреннего давления; $\tau_* = \tau V_{10} / R_{10}$ — в инерционном случае. Окружное напряжение σ_0 вязкопластического шара на внешней границе вследствие п. 1 и (2.1) имеет вид

$$(3.3) \quad \sigma_0 = \sigma_* + 3\nu R_2 / R_2.$$

Рассмотрим тонкостенный шар, когда $\kappa_0 = 1 + \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 \ll 1$. С точностью до первого порядка малости имеем

$$1 - R_1^2/R_2^2 \simeq 2\varepsilon_0/R_2^3.$$

Отсюда с учетом (3.2), (3.3) получим

$$(3.4) \quad \int_0^{\tau_*} (\sigma_*^2 + 6\nu\sigma_*\dot{e} + 9\nu^2\dot{e}^2) R_2^{-1} dt = \beta \bar{R}_{2*}^{-1} \dot{e} = \dot{R}_2/R_2.$$

Рассмотрим (3.4) в предположении, что истинная скорость деформации есть постоянная величина ($\dot{e} = \text{const}$). Тогда относительно пластической деформации $e = R_{2*}/R_{20} - 1$ из (3.4) приходим к соотношению

$$(3.5) \quad e = \beta \dot{e} (\sigma_* + 3\nu \dot{e})^2.$$

Анализируя формулу (3.5), отмечаем для пластической деформации существование максимума при $\dot{e} = \sigma_*/3\nu$, равного $e_{\text{max}} = \beta/12\nu\sigma_*$. Эта особенность динамического поведения вязкопластических сред (динамический пик пластичности) впервые получена и интерпретирована опытными данными в случае взрывной деформации труб в работе [11]. Для осесимметричной вязкопластической деформации трубы под действием внутренней нагрузки окружное напряжение на внешней границе выражается в наших обозначениях формулой [12] $\sigma_\theta = \sigma_* + 4\nu\dot{R}_2/R_2$. Тогда, повторяя предыдущие выкладки, получим из (3.2) относительно пластической деформации трубы аналогичное с (3.5) равенство

$$(3.6) \quad e = \beta \dot{e} (\sigma_* + 4\nu \dot{e})^2.$$

Соотношения (3.5), (3.6) подтверждают вывод, сформулированный в [11], что существование динамического пика пластичности имеет общую природу при разрушении оболочки и простейших конструкций, изготовленных из вязкопластических материалов.

4. Оценка осколкообразования. Количественное описание скорости и времени разрушения шара с помощью энергетического критерия (3.2) в настоящее время проблематично из-за отсутствия опытных данных для α_* . Здесь воспользуемся наиболее простым критерием разрушения по достижении предельной пластической деформации $e_* = R_{1*}/R_{10} - 1$ с учетом энергетических соотношений (2.5), (2.7). Такой подход дал хорошие количественные оценки при описании взрывного разрушения металлических колец (см., например, [13, 14]).

Вследствие (2.1) имеем на внутренней границе шара в момент разрушения $R_{1*} = 1 + e_*$. Принимая приближение $\ln[(1 + e_*)^4 - 1] \simeq \ln 4e_*$, $e_* \ln 4e_* \simeq -e_*$, $[1 - (1 + e_*)^{-4}] \simeq 4e_*$, получим из (2.5), (2.8) при $\gamma = 3$ значение скорости внутренней границы в момент разрушения и время разрушения соответственно

$$(4.1) \quad V_{1*} = \sqrt{\frac{2e_*}{\varepsilon_0} [1 + 3\sigma_*\varepsilon_0 - 4(1 - 3\sigma_*\varepsilon_0) e_*]^{1/2}}, \quad \tau_1 = \sqrt{2\varepsilon_0 e_* (1 + \sigma_*\varepsilon_0)^{1/2}},$$

В случае инерционного расширения шара в схеме идеальной пластичности из (2.7), (2.8) (с той же точностью) имеем

$$(4.2) \quad V_{1*} = 1 - \sqrt{6\sigma_* e_*}, \quad \tau_1 = e_* \left[1 + 2 \sqrt{\frac{2}{3} \sigma_* e_*} \right].$$

Время, когда фронт разрушения достигнет внешней границы оболочки,

Т а б л и ц а 1

Материал шара	e	c , м/с	$\rho \cdot 10^3$, кг/м ³	n_p	n_u
Дюралюминий $\sigma_s=0,29$ ГПа	0,52	5110	2,71	94	111
Медь $\sigma_s=0,22$ ГПа	0,57	3980	8,89	46	165
Титан $\sigma_s=0,37$ ГПа	0,35	4847	4,51	74	219
Цинк $\sigma_s=0,12$ ГПа	0,52	3700	7,14	68	223

определяется равенством

$$\tau_2 = \int_{x_0}^{R_{2*}} \frac{dx}{V_2(x)},$$

отсюда с точностью до первого порядка малости относительно ε_0 вследствие (2.9), (2.10) получим $\tau_1 = \tau_2 = \tau_*$. Здесь же отметим соотношение $e = e_*(1 - 3\varepsilon_0)$, $e = R_{2*}/R_{20} - 1$.

Для дальнейшего конкретизируем характер разрушения шара по аналогии с кольцевой оболочкой [13]. А именно предположим, что разрушение происходит при помощи образования радиальных трещин, а для оценки характерного размера осколка имеет место равенство $l = \sigma\tau$, где в соответствии с размерностью $\tau = \tau_* R_{10} / \sqrt{p_0/\rho}$ в случае разрушения шара под действием внутреннего давления, $\tau = \tau_* R_{10} / V_{10}$ — в инерционном случае.

По существу, значение l характеризует диаметр основания шаровых сегментов, на которые разрушается оболочка. Количество осколков n оценивается отношением поверхности шара $f = 4\pi R_{2*}^2$ к боковой поверхности шарового сегмента $f_* = 2\pi R_{2*} (R_{2*} - \sqrt{R_{2*}^2 - l^2/4})$, отсюда

$$(4.3) \quad n = f/f_* = \left[1 - \sqrt{1 - l^2/4R_{2*}^2}\right]^{-1} \simeq 8R_{2*}^2/l^2.$$

Из (2.1), (2.9) следует

$$R_{2*} = R_{10} (1 + e_*) [1 + \varepsilon_0/(1 + e_*)^3],$$

тогда вследствие (4.1)—(4.3) получим соотношения для оценки количества осколков при разрушении шара под действием внутреннего давления n_p или начального поля скоростей n_u соответственно

$$(4.4) \quad n_p = \frac{4p_0 (1 + e_*)^2}{\rho c^2 \varepsilon_0 e_*} \left[1 + \left(\frac{2}{(1 + e_*)^2} - \sigma_*\right) \varepsilon_c\right], \quad \sigma_* = \sigma_s/p_0;$$

$$(4.5) \quad n_u = 2 \left[\frac{2(1 + e_*) V_{10}}{\varepsilon_0 e_* c} \left(\frac{1 + \varepsilon_0/(1 + e_*)^3}{1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}\sigma_* e_*}} \right) \right]^2, \quad \sigma_* = \sigma_s/\rho V_{10}^2.$$

Из (4.4), (4.5), в частности, следует увеличение количества осколков с увеличением начальных параметров R_{10} , p_0 , V_{10} , что согласуется с общими выводами работ [5, 13]. В качестве примера в табл. 1 представлен расчет количества осколков по формулам (4.4), (4.5). Здесь предельная величина e и значение σ_s выписаны в соответствии с экспериментальными исследованиями [1] при разрушении шаровой оболочки радиуса $R_{10} = 0,115$ м с толщиной стенки $\delta_0 = 0,005$ м ($\varepsilon_0 = 0,043$). Шар из различного материала под действием взрывчатого вещества (гексогена) с начальным давлением $p_0 = 15,7$ ГПа интенсивно расширяется до разруше-

Таблица 2

Материал шара	ϵ	$\rho \cdot 10^3$, кг/м ³	τ , мкс	τ_a , мкс	τ_a/τ
Дюралюминий $\sigma_s=0,29$ ГПа	0,52	2,71	9,91	10,0	1,01
Медь $\sigma_s=0,22$ ГПа	0,57	8,89	19,44	19,5	1,00
Сталь $\sigma_s=0,32$ ГПа	0,33	7,85	14,12	16,0	1,13

ния. В рассматриваемом случае взрывчатка полностью заполняет внутренний объем оболочки. Расчет количества осколков по формуле (4.5) осуществлялся при $V_{10} = 300$ м/с.

В работе [1] нет экспериментальных и теоретических данных по оценке количества осколков при разрушении исследуемых оболочек, но даны экспериментальные значения времени разрушения шаров из дюралюминия, меди и низколегированной стали соответственно $\tau_a = 10,0$; 19,5; 16,0 мкс. Сравним эти результаты с расчетными, полученными по формуле (4.1) в размерном виде с учетом (2.1). В табл. 2 представлены исходные данные σ_s , ρ для материала оболочки, а также экспериментальные значения для предельной пластической деформации ϵ , времени разрушения τ_a , согласно [1], и расчетные τ . Здесь геометрические размеры оболочек $R_{10} = 0,115$ м, $\delta_0 = 0,005$ м при начальном давлении $p_0 = 15,7$ ГПа.

Обратимся теперь к экспериментам [4], когда при взрывном нагружении шаровых оболочек регистрировались: максимальная скорость расширения внешней поверхности шара, соответствующая в нашем случае V_{20} ; время разрушения τ_a и предельная величина деформации ϵ . Заряд взрывчатого вещества (ТГ 50/50) плотности $\rho_* = 1,65 \cdot 10^3$ кг/м³ в виде шара помещался и инициировался в центре оболочки. Во всех опытах имел место существенный зазор между зарядом и внутренней поверхностью шара, что соответствует импульсному нагружению. Движение границ шара осуществляется при этом по инерции. Вместе с исходными данными в табл. 3 представлены экспериментальные τ_a и расчетные τ результаты времени разрушения. Определение τ проводилось по формуле (4.2) с учетом (2.4). Рассмотренные здесь сосуды были изготовлены из стали 35 с различными начальными геометрическими параметрами. Механические свойства материала определены в работе [4] при квазистатическом растяжении образцов: $\sigma_0 = 0,29$ ГПа — предел текучести, $\sigma_b = 0,54$ ГПа — предел прочности. Отсюда, согласно результатам [15], динамический предел текучести $\sigma_s = 0,345$ ГПа. При известной начальной скорости нагружения внешней поверхности оболочки V_{20} необходимая для расчета скорость V_{10} определялась из известного для шара соотношения на начальные параметры $V_{10} = \alpha_0^2 V_{20}$.

Как следует из табл. 1, получены реальные оцепочные результаты по определению количества осколков при взрывном нагружении шаровых оболочек. В частности, количественные соотношения относительно вре-

Таблица 3

$R_{10} \cdot 10^{-3}$, м	$\delta_0 \cdot 10^{-3}$, м	V_{10} , м/с	V_{20} , м/с	ϵ , %	τ , мкс	τ_a , мкс
153	2,6	43,4	42	3,5	303	400
153	2,6	30,0	29	1,8	231	200
38,1	3,4	87,8	74	4,7	37	30
38,1	10,4	132,8	82	4,4	20	34

мени разрушения шара, когда последний интенсивно расширяется вплоть до разрушения под действием переменного внутреннего давления или начального поля скоростей, имеют удовлетворительное совпадение с экспериментом.

Поступила 20 IV 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Al-Hassani S. T. S., Johnson W. The dynamics of the fragmentation process for spherical shells containing explosives.— Intern. J. Mech. Sci., 1969, vol. 11, p. 811.
2. Вульфсон С. З. Упруго-вязкопластический полый шар под действием внутреннего давления.— ПМ, 1972, т. 8, вып. 9.
3. Wojewodzki W. Dynamiczne symetryczne wyboczenie lepkoplastycznych powlok obrotowych.— Rozpr. inż., 1978, vol. 26, N 2.
4. Цыпкин В. И., Иванов А. Г. и др. Влияние масштаба, геометрии и заполняющей среды на прочность стальных сосудов при внутреннем импульсном нагружении.— Атомная энергия, 1976, т. 41, вып. 5.
5. Иванов А. Г., Минеев В. И. О масштабных эффектах при разрушении.— ФГВ, 1979, т. 15, № 5.
6. Ильюшин А. А. Деформация вязкопластического тела.— Учен. зап. МГУ. Механика, 1940, вып. 39.
7. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решения сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.
8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
9. Фадеенко Ю. И. Временные критерии разрушения взрывом.— ПМТФ, 1977, № 6.
10. Фадеенко Ю. И. Временные критерии разрушения в динамике твердого тела.— В сб.: Динамика сплошной среды. Вып. 32. Новосибирск: изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1977.
11. Иванов А. Г. Особенности взрывной деформации и разрушения труб.— ПП, 1976, № 11.
12. Санасарян Н. С. Вязкопластическая деформация труб при взрыве ВВ в зависимости от свойств окружающей среды.— ФГВ, 1971, т. 7, № 4.
13. Кузнецов В. М. О разрушении металлических колец в пластическом состоянии.— ФГВ, 1973, т. 9, № 4.
14. Сериков С. В. Нестационарное расширение до разрушения сжимаемого кольца в схеме идеальной пластичности.— ФГВ, 1980, т. 16, № 4.
15. Глазков В. М., Кудрявцева Л. А., Сухин В. И. О соотношении между статическими механическими характеристиками и импульсным напряжением в металлических стержнях.— ПМТФ, 1977, № 5.

УДК 539.3

О ДИВЕРГЕНТНОЙ ФОРМЕ УРАВНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

В. И. Кондауров

(Москва)

В работе рассматривается полная система уравнений нелинейной термоупругости в виде системы законов сохранения энергии, импульса и совместности деформации в произвольных криволинейных движущихся координатах. Использование уравнений в такой форме представляет ряд преимуществ, связанных как с исследованием важнейших свойств среды, так и с построением консервативных численных методов.

В адиабатическом приближении изучаются характеристические свойства, проводится симметризация, формулируются достаточные условия гиперболичности уравнений динамики произвольного нелинейного термоупругого тела.

Рассматривается замкнутая система соотношений на сильных разрывах. Выясняются условия разрешимости задачи об определении величин за фронтом ударной волны при известном состоянии перед фронтом и заданной скорости волны.

1. Кинематика. Будем рассматривать конечные деформации нелинейной термоупругой анизотропной среды. Пусть $\mathbf{X} = X^i \mathbf{e}_i$ — радиус-вектор материальной частицы тела в начальной, отсчетной конфигурации, $\mathbf{x} = x^i \mathbf{e}_i$ — в текущей, актуальной конфигурации, \mathbf{e}_i — ортонормиро-