

УДК 502/504

**ОДНОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПОСТАВОК ИЗВЕСТНЯКА
В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА**

Ж. Праштало¹, С. Вуйич¹, М. Кузманович², П. Степанович¹, Р. Шарац¹

¹Горный институт,

E-mail: slobodan.vujic@ribeograd.ac.rs, 11000, г. Белград, Сербия

²Белградский университет, 11000, г. Белград, Сербия

Представлено однокритериальное моделирование поставок известняка в условиях изменяющейся структуры теплоэнергетического комплекса Сербии. Проанализированы различия между многоатрибутным и однокритериальным решениями.

Оптимизация, однокритериальное моделирование, снабжение, карьер, известняк, различия решений

DOI: 10.15372/FTPRPI20230518

Десульфурация дымовых газов угольных тепловых электростанций находится в сфере профессиональных и научных интересов во всем мире. В Сербии, обладающей многочисленными месторождениями известняка удовлетворительного качества, над этой проблемой ведется интенсивная работа. Исследования по оптимизации поставок известняка в качестве сорбента для удаления серы из дымовых газов теплоэнергетического комплекса посвящены поиску наилучшей модели, которая учитывала бы качество сырья, потребности, производственные мощности, транспорт и расходы [1 – 3].

Настоящая работа является продолжением исследований по теме поставок известняка в условиях изменения структуры теплоэнергетического комплекса. Ее цель — представить однокритериальные модели оптимизации поставок известняка для трех разных сценариев, а также дать сравнительный анализ многоатрибутного и однокритериального решений [4 – 13].

КОНЦЕПЦИЯ ОДНОКРИТЕРИАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Однокритериальное моделирование основано на теории линейных уравнений, неравенств и выпуклых множеств. Оно сводится к нахождению компонент $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ n -мерного вектора X ,

для которых целевая функция имеет максимум или минимум ($f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow [\min/\max]$)

в пространстве, ограниченном условиями $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$, где $x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$ — переменные; $a_{ij}, b_i, c_j, i = 1, 2, \dots, m$ — действительные числовые значения [14, 15].

На этой концепции основано моделирование условной оптимизации, т. е. поиск оптимального решения, обеспечивающего наилучшее значение искомой цели при заданных ограничениях. Этот подход доказал свою эффективность и является одной из стандартных форм моделирования во многих областях.

СИМВОЛИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Конфигурация производственно-потребительского комплекса имеет 15 карьеров — потенциальных поставщиков известняка и четыре потребителя — угольные тепловые электростанции. Для создания однокритериальной модели снабжения электростанций известняком, помимо структуры объекта, должны быть известны цель оптимизации и заданные условия (ограничения). При снабжении тепловых электростанций известняком важны минимизация затрат на поставку, производственные мощности карьеров, их необходимое количество, качество и цена сырья, т. е. сумма производственных и транспортных расходов. На этих параметрах основана матричная символическая модель (табл. 1).

ТАБЛИЦА 1. Матричная символическая модель

Карьер	Мощность, тыс. т/год	Качество CaCO ₃ , %	T1		T2		T3		T4	
			P ₁		P ₂		P ₃		P ₄	
			<i>c</i> _{i1}	<i>x</i> _{i1}	<i>c</i> _{i2}	<i>x</i> _{i2}	<i>c</i> _{i3}	<i>x</i> _{i3}	<i>c</i> _{i4}	<i>x</i> _{i4}
K1	<i>Q</i> ₁	<i>S</i> ₁	<i>c</i> ₁₁	<i>x</i> ₁₁	<i>c</i> ₁₂	<i>x</i> ₁₂	<i>c</i> ₁₃	<i>x</i> ₁₃	<i>c</i> ₁₄	<i>x</i> ₁₄
K2	<i>Q</i> ₂	<i>S</i> ₂	<i>c</i> ₂₁	<i>x</i> ₂₁	<i>c</i> ₂₂	<i>x</i> ₂₂	<i>c</i> ₂₃	<i>x</i> ₂₃	<i>c</i> ₂₄	<i>x</i> ₂₄
K3	<i>Q</i> ₃	<i>S</i> ₃	<i>c</i> ₃₁	<i>x</i> ₃₁	<i>c</i> ₃₂	<i>x</i> ₃₂	<i>c</i> ₃₃	<i>x</i> ₃₃	<i>c</i> ₃₄	<i>x</i> ₃₄
K4	<i>Q</i> ₄	<i>S</i> ₄	<i>c</i> ₄₁	<i>x</i> ₄₁	<i>c</i> ₄₂	<i>x</i> ₄₂	<i>c</i> ₄₃	<i>x</i> ₄₃	<i>c</i> ₄₄	<i>x</i> ₄₄
K5	<i>Q</i> ₅	<i>S</i> ₅	<i>c</i> ₅₁	<i>x</i> ₅₁	<i>c</i> ₅₂	<i>x</i> ₅₂	<i>c</i> ₅₃	<i>x</i> ₅₃	<i>c</i> ₅₄	<i>x</i> ₅₄
K6	<i>Q</i> ₆	<i>S</i> ₆	<i>c</i> ₆₁	<i>x</i> ₆₁	<i>c</i> ₆₂	<i>x</i> ₆₂	<i>c</i> ₆₃	<i>x</i> ₆₃	<i>c</i> ₆₄	<i>x</i> ₆₄
K7	<i>Q</i> ₇	<i>S</i> ₇	<i>c</i> ₇₁	<i>x</i> ₇₁	<i>c</i> ₇₂	<i>x</i> ₇₂	<i>c</i> ₇₃	<i>x</i> ₇₃	<i>c</i> ₇₄	<i>x</i> ₇₄
K8	<i>Q</i> ₈	<i>S</i> ₈	<i>c</i> ₈₁	<i>x</i> ₈₁	<i>c</i> ₈₂	<i>x</i> ₈₂	<i>c</i> ₈₃	<i>x</i> ₈₃	<i>c</i> ₈₄	<i>x</i> ₈₄
K9	<i>Q</i> ₉	<i>S</i> ₉	<i>c</i> ₉₁	<i>x</i> ₉₁	<i>c</i> ₉₂	<i>x</i> ₉₂	<i>c</i> ₉₃	<i>x</i> ₉₃	<i>c</i> ₉₄	<i>x</i> ₉₄
K10	<i>Q</i> ₁₀	<i>S</i> ₁₀	<i>c</i> ₁₀₁	<i>x</i> ₁₀₁	<i>c</i> ₁₀₂	<i>x</i> ₁₀₂	<i>c</i> ₁₀₃	<i>x</i> ₁₀₃	<i>c</i> ₁₀₄	<i>x</i> ₁₀₄
K11	<i>Q</i> ₁₁	<i>S</i> ₁₁	<i>c</i> ₁₁₁	<i>x</i> ₁₁₁	<i>c</i> ₁₁₂	<i>x</i> ₁₁₂	<i>c</i> ₁₁₃	<i>x</i> ₁₁₃	<i>c</i> ₁₁₄	<i>x</i> ₁₁₄
K12	<i>Q</i> ₁₂	<i>S</i> ₁₂	<i>c</i> ₁₂₁	<i>x</i> ₁₂₁	<i>c</i> ₁₂₂	<i>x</i> ₁₂₂	<i>c</i> ₁₂₃	<i>x</i> ₁₂₃	<i>c</i> ₁₂₄	<i>x</i> ₁₂₄
K13	<i>Q</i> ₁₃	<i>S</i> ₁₃	<i>c</i> ₁₃₁	<i>x</i> ₁₃₁	<i>c</i> ₁₃₂	<i>x</i> ₁₃₂	<i>c</i> ₁₃₃	<i>x</i> ₁₃₃	<i>c</i> ₁₃₄	<i>x</i> ₁₃₄
K14	<i>Q</i> ₁₄	<i>S</i> ₁₄	<i>c</i> ₁₄₁	<i>x</i> ₁₄₁	<i>c</i> ₁₄₂	<i>x</i> ₁₄₂	<i>c</i> ₁₄₃	<i>x</i> ₁₄₃	<i>c</i> ₁₄₄	<i>x</i> ₁₄₄
K15	<i>Q</i> ₁₅	<i>S</i> ₁₅	<i>c</i> ₁₅₁	<i>x</i> ₁₅₁	<i>c</i> ₁₅₂	<i>x</i> ₁₅₂	<i>c</i> ₁₅₃	<i>x</i> ₁₅₃	<i>c</i> ₁₅₄	<i>x</i> ₁₅₄

Примечание. T1–T4 — угольные тепловые электростанции; P₁–P₄ — потребности, тыс. т/год; *c*_{*ij*} — цена за 1 т; *x*_{*ij*} — доставка, т/год.

В табл. 2 приведены числовые значения матричной модели теплоэнергетического комплекса.

ТАБЛИЦА 2. Матричная численная модель

Карьер	Мощность, тыс. т/год	Качество CaCO ₃ , %	T1		T2		T3		T4	
			P ₁ = 245		P ₂ = 270		P ₃ = 75		P ₄ = 285	
			c _{i1}	x _{i1}	c _{i2}	x _{i2}	c _{i3}	x _{i3}	c _{i4}	x _{i4}
K1	350	97.04	870.0	x ₁₁	760.0	x ₁₂	1490.0	x ₁₃	1400.0	x ₁₄
K2	200	99.57	1087.4	x ₂₁	1087.4	x ₂₂	833.4	x ₂₃	1882.9	x ₂₄
K3	50	98.38	1291.6	x ₃₁	1291.6	x ₃₂	1291.6	x ₃₃	3091.7	x ₃₄
K4	800	98.50	1318.5	x ₄₁	1275.3	x ₄₂	1145.8	x ₄₃	2009.2	x ₄₄
K5	1000	97.54	1341.6	x ₅₁	1341.6	x ₅₂	1341.6	x ₅₃	2882.7	x ₅₄
K6	150	94.39	1408.5	x ₆₁	1408.5	x ₆₂	1235.8	x ₆₃	2012.9	x ₆₄
K7	162	97.97	1424.8	x ₇₁	1295.3	x ₇₂	1511.2	x ₇₃	2288.3	x ₇₄
K8	300	97.00	1444.8	x ₈₁	1272.1	x ₈₂	1531.2	x ₈₃	2308.3	x ₈₄
K9	280	95.19	1242.1	x ₉₁	1112.6	x ₉₂	1199.0	x ₉₃	2278.3	x ₉₄
K10	300	97.04	1096.7	x ₁₀₁	1096.7	x ₁₀₂	1096.7	x ₁₀₃	1361.9	x ₁₀₄
K11	333	97.29	1391.9	x ₁₁₁	1391.9	x ₁₁₂	1391.9	x ₁₁₃	1207.5	x ₁₁₄
K12	300	95.34	1255.3	x ₁₂₁	1341.7	x ₁₂₂	1039.5	x ₁₂₃	1471.2	x ₁₂₄
K13	900	94.96	1198.2	x ₁₃₁	1198.2	x ₁₃₂	1198.2	x ₁₃₃	1401.6	x ₁₃₄
K14	750	97.02	1198.2	x ₁₄₁	1198.2	x ₁₄₂	1198.2	x ₁₄₃	1401.6	x ₁₄₄
K15	400	96.06	1450.0	x ₁₅₁	1450.0	x ₁₅₂	1892.9	x ₁₅₃	930.0	x ₁₅₄

Структура объектов в комплексе вариативна, поэтому анализ подачи известняка осуществляется по сценариям *A, B, C*. Каждый сценарий соответствует определенному состоянию объекта по однокритериальной модели оптимизации:

A — три потребителя *T1, T2, T4* и 15 поставщиков:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min;$$

B — три потребителя *T1, T2, T4*, карьер *K5* прекратил производство известняка:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{14} \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min;$$

C — четыре потребителя *T1, T2, T3, T4* и расширены запасы известняка на карьере *K5*:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Оптимизационная математическая модель производственно-пользовательского комплекса в данном случае представляет собой целевую функцию. Условия (ограничения) для однокритериальной модели представлены в табл. 3.

ТАБЛИЦА 3. Условия модели

Сценарий	Потребности теплоэлектростанции	Производственная мощность карьеров	Требуемое качество известняка
<i>A</i>	$\sum_{i=1}^{15} x_{ij} = P_j, \quad j = \overline{1,3}$	$\sum_{j=1}^3 x_{ij} = Q_i, \quad j = \overline{1,15}$	$\sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} S_j / \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} \geq S_{\min}$
<i>B</i>	$\sum_{i=1}^{14} x_{ij} = P_j, \quad j = \overline{1,3}$	$\sum_{j=1}^3 x_{ij} = Q_i, \quad j = \overline{1,14}$	$\sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} S_j / \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} \geq S_{\min}$
<i>C</i>	$\sum_{i=1}^{15} x_{ij} = P_j, \quad j = \overline{1,4}$	$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = Q_i, \quad j = \overline{1,15}$	$\sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} S_j / \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} \geq S_{\min}$

РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Для разработки и принятия управленческих решений проведен однокритериальный анализ поставок известняка по трем сценариям (табл. 4).

ТАБЛИЦА 4. Результаты однокритериального анализа x_{ij} по сценариям, тыс. т/год

Параметр	<i>K1</i>	<i>K2</i>	<i>K3</i>	<i>K4</i>	<i>K5</i>	<i>K6</i>	<i>K7</i>	<i>K8</i>	<i>K9</i>	<i>K10</i>	<i>K11</i>	<i>K12</i>	<i>K13</i>	<i>K14</i>	<i>K15</i>	P_j
Сценарий <i>A</i>																
<i>T1</i>	80	165														245
<i>T2</i>	270															270
<i>T3</i>	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
<i>T4</i>															285	285
Q_i	350	200	50	800	1000	150	162	300	280	300	333	300	900	750	400	
Σx_{ij}	350	165													285	
$f(x) = 719\,262.75 (n_j)$, качество известняка 97.21 %																
Сценарий <i>B</i>																
<i>T1</i>	80	165			—											245
<i>T2</i>	270				—											270
<i>T3</i>					—										285	285
<i>T4</i>	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Q_i	350	200	50	800	—	150	162	300	280	300	333	300	900	750	400	
Σx_{ij}	350	165			—										285	
$f(x) = 719\,262.75 (n_j)$, качество известняка 97.21 %																
Сценарий <i>C</i>																
<i>T1</i>	80	125								40						245
<i>T2</i>	270															270
<i>T3</i>		75														75
<i>T4</i>															285	285
Q_i	350	200	50	800	1000	150	162	300	280	300	333	300	900	750	400	
Σx_{ij}	350	200								40					285	
$f(x) = 782\,142.40 (n_j)$, качество известняка 97.30 %																

Оптимальные планы поставок известняка определяются согласно полученным результатам. Для сценариев *A* и *B* результат идентичный, приостановка добычи в карьере *K5* в связи с истощением запасов руды (сценарий *B*) не влияет на план поставок. Ввод в эксплуатацию тепловой электростанции *T3* оказывает определенное воздействие на план поставок, наряду с карьерами *K1*, *K2* и *K15*, которые являются поставщиками во всех сценариях. Рудник *K10* включен в план поставок 40 тыс. т известняка в год на тепловую электростанцию *T1*.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОДХОДОВ

В условиях меняющейся структуры теплоэнергетического комплекса и, как следствие, при увеличении степени неопределенности и рисков выбор окончательного решения на практике сводится к субъективной оценке ситуации и наблюдению по одному из модельных подходов. Применение представленных математических моделей для принятия различных категорий управленческих решений должно сопровождаться критическим отношением и системным взглядом на проблему, проверкой данных и сравнением модельных решений. Необходимо использовать две и более количественные модели. При исследовании планирования поставок известняка для десульфурации дымовых газов угольных теплоэлектростанций Сербии рассматривалась многоатрибутная и однокритериальная модели. Поскольку результаты для моделей по сценариям *A* и *B* одинаковы, они представлены вместе в табл. 5.

ТАБЛИЦА 5. Сравнение результатов решений по сценариям *A* и *B*

Карьер	Q , тыс. т/год	Решение							
		однокритериальное				многоатрибутное			
		<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>T3</i>	<i>T4</i>	<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>T3</i>	<i>T4</i>
<i>K1</i>	350	80	270			245	105		
<i>K2</i>	200	165		—			165	—	35
<i>K10</i>	300								250
<i>K15</i>	400				285				
Доставка, тыс. т/год		245	270	—	285	245	270	—	285
Цена известняка за 1 т		899.07				1098.41			
Качество известняка, %		97.20 ($\geq 95.00\%$)				97.67 ($\geq 95.00\%$)			
Лучшая цена, %		22.17				—			
Лучшее качество, %		—				0.47			
Более выгодное решение		+							

Согласно однокритериальной модели для сценариев *A* и *B*, основная нагрузка по снабжению известняком теплоэнергетического комплекса приходится на карьеры *K1*, *K2* и *K15*, а по многоатрибутной модели — на карьеры *K1*, *K2* и *K10*. Учитывая приведенные данные, более выгодное решение принимается по однокритериальной модели.

Результаты однокритериальных и многоатрибутных решений по сценарию *C* отличаются от результатов для сценариев *A* и *B* (табл. 6). По однокритериальному решению в снабжении теплоэнергетического комплекса участвуют карьеры *K1*, *K2*, *K10* и *K15*, по многоатрибутной модели — *K1*, *K2*, *K10* и *K14*.

ТАБЛИЦА 6. Сравнительное представление решений сценария С

Карьер	Q , тыс. т/год	Решение							
		однокритериальное				многоатрибутное			
		T_1	T_2	T_3	T_4	T_1	T_2	T_3	T_4
K_1	350	80	270			45	270	35	
K_2	200	125		75		200			
K_{10}	300	40						40	260
K_{14}	750								25
K_{15}	400				285				
Доставка, тыс. т/год		245	270	75	285	245	270	75	285
Цена известняка за 1 т		893.88				1082.24			
Качество известняка, %		97.30 ($\geq 95.00\%$)				97.62 ($\geq 95.00\%$)			
Лучшая цена, %		21.00				—			
Лучшее качество, %		—				0.33			
Более выгодное решение		+							

С использованием однокритериальной модели поставок определены лучшие цены на известняк 22.17 (сценарии A и B) и 21.00 % (сценарий C) по сравнению с многоатрибутными решениями. Лучшее качество известняка 0.47 (сценарии A и B) и 0.33 % (сценарий C) отмечается при многоатрибутных решениях. Следовательно, решения по однокритериальной модели рассматриваются как более благоприятные.

ВЫВОДЫ

При принятии решения должна учитываться не только применимость конкретного модельного подхода, но процедура анализа данных. Результаты многоатрибутного и однокритериального планирования поставок известняка для сероочистки дымовых газов на угольных электростанциях теплоэнергетического комплекса Сербии обосновывают утверждение о том, что при отсутствии явного предпочтения определенной количественной модели для принятия решения надлежит анализировать более полным образом альтернативные решения. В этой связи предлагается применять две и более модели. Различия в результатах моделей могут быть устранены с помощью предпочтительного критерия, чаще всего эконометрического.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Radosavljević M., Vujić S., Boševski T., Praštalo Ž., and Jovanović B. Single-phase local optimization model for limestone supply from open pit mines to heat power plants in Serbia, J. Min. Sci., 2016, Vol. 52, No. 4. — P. 704–711.
2. Study on the possibility of supplying limestone for flue gas desulfurization at the Kostolac CHP, Nikola Tesla CHP and new thermal facilities. — Mining Institute and Tekon Belgrade, 2014. — 228 p.
3. Boševski T., Vujić S., Radosavljević M., and Kuzmanović M. Linear model of location optimization of limestone exploitation and consumption in Macedonia, J. Min. Sci., 2019, Vol. 55, No. 1. — P. 88–95.
4. Amankwah H. Mathematical optimization models and methods for open-pit mining, Department of Mathematics Linköping University, Linköping, 2011. — 38 p.

5. **Baloyi V. D. and Meyer L. D.** The development of a mining method selection model through a detailed assessment of multi-criteria decision methods, Elsevier, Results in Eng., 2020, Vol. 8. — 72 p.
6. **Brans J. P., Vincke P., and Mareschal B.** How to select and how to rank projects — The PROMETHEE method, European J. Operational Res., 1986, Vol. 24, No. 2. — P. 228–238.
7. **Dimitrijević B., Vujić S., Matic I., Majjanac S., Praštalo J., Radosavljević M., and Čolaković V.** Multi-criteria analysis of land reclamation methods at Klenovnik open pit mine, Kostolac Coal Basin, J. Min. Sci., 2014, Vol. 50, No. 2. — P. 319–325.
8. **Hudej M., Vujić S., Radosavljević M., and Ilić S.** Multivariable selection of the main mine shaft location, J. Min. Sci., 2013, Vol. 49, No. 6. — P. 950–954.
9. **Matos P. V., Cardadeiro E., Silva J. A., and Muylder C. F.** The use of multi-criteria analysis in the recovery of abandoned mines: a study of intervention in Portugal, RAUSP Management J., 2018, Vol. 53. — P. 214–224.
10. **Nikolić I., Borović S.** Multi-criteria optimization, Center of Military Schools of the Yugoslav Army, Belgrade, 1996. — 378 p.
11. **Оприцович С.** Многокритериальная системная оптимизация в строительстве. — Белград: Белградский ун-т, 1998. — 302 с.
12. **Patyk M., Bodziony P., and Krysa Y.** A multiple criteria decision making method to weight the sustainability criteria of equipment selection for surface mining, Energies, 2021, Vol. 14. — P. 1–14.
13. **Šubaranović T., Vujić S., Radosavljević M., Dimitrijević B., Ilić S., and Jagodić Krunić D.** Multi-attribute scenario analysis of protection of Drmno open pit mine against groundwater, J. Min. Sci., 2019, Vol. 55, No. 2. — P. 280–286.
14. **Станоевич Р.** Оптимизация макроэкономических моделей. — Белград: Велатра, 2001. — 512 с.
15. **Вуйич С.** Количественные модели для поддержки принятия решений при планировании и проектировании горных работ. — Белград: Горн. институт, 2023. — 254 с.

Поступила в редакцию 03/V 2023

После доработки 10/VIII 2023

Принята к публикации 15/IX 2023