

вии процессов дробления и испарения во всем исследованном диапазоне значений M_∞ наличие капель в потоке приводит к уменьшению отхода ударной волны. Обдирка и последующее испарение сорванных мелких капель обычно приводят к заметному увеличению \bar{x}_s .

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Ю. М., Нигматулин Р. И. Расчет внешнего обтекания затупленных тел гетерогенным потоком газа с каплями или частицами // ДАН СССР.— 1981.— Т. 259, № 1.
2. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц.— Новосибирск: Наука, 1980.
3. Трунев А. П., Фомин В. М. Обтекание тел двухфазным потоком типа газ — твердые частицы с учетом эрозии // ПМТФ.— 1983.— № 1.
4. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в двухфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ.— 1988.— № 2.
5. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1981.— Т. 16.
6. Гонор А. Л., Ривкин В. Я. Динамика капли // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1982.— Т. 17.
7. Ивандаев А. И. Об оценке характерных времен динамического теплового взаимодействия фаз в задачах волновой динамики газозвесей // ПМТФ.— 1985.— № 2.
8. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике.— М.: Наука, 1982.
9. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Модифицированный метод крупных частиц для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // ЖВММФ.— 1977.— Т. 17, № 6.

Поступила 20/VII 1987 г.

УДК 532.529

ОСАЖДЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ В ЗАКРЫТОМ СОСУДЕ

Г. М. Махвиладзе, О. И. Мелихов, Е. Б. Соболева

(Москва)

Осаждение газозвесей и суспензий в ограниченном объеме, представляющее интерес в связи с целым рядом технологических процессов, исследовалось в [1—6]. В [1—3] в одномерном приближении рассматривалось стационарное стесненное осаждение с целью получения зависимости скорости осаждения от концентрации частиц. В [4] также в одномерном случае на основе двухскоростной модели для высококонцентрированных суспензий была определена нестационарная скорость осаждения частиц. Анализ осаждения суспензии в двумерной постановке в рамках двухскоростной модели [5, 6] показал, что возникающие неоднородные потоки жидкости существенно меняют характеристики одномерного осаждения.

Ниже методами механики многофазных сред [7] изучается гравитационное осаждение газозвесей в закрытом сосуде. Показано, что учет сжимаемости газа приводит к возникновению газодинамических колебаний несущей среды, которые при определенных условиях оказывают существенное влияние на осаждение частиц, вызывая, в частности, интенсификацию этого процесса.

1. Постановка задачи. Пусть в начальный момент в закрытом сосуде находится газозвесь, состоящая из твердых сферических монодисперсных частиц, равномерно распределенных по сосуду, и совершенного газа. Частицы под действием силы тяжести начинают падать и за счет трения приводят в движение газ. Задача заключается в расчете возникающего движения дисперсной среды вплоть до полного осаждения всех частиц. Считается, что размеры сосуда в одном из горизонтальных направлений существенно больше, чем в другом. Это позволяет рассматривать плоскую задачу (поперечное сечение сосуда представляет собой квадрат). Объемная доля частиц пренебрежимо мала, их столкновения между собой не учитываются. Предполагается, что газ и частицы имеют одинаковую температуру (однотемпературная среда), которая в начальный момент равна T_0 .

С учетом сделанных предположений уравнения движения вязкого теплопроводного сжимаемого газа в безразмерных переменных имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla (\rho_1 \mathbf{U}_1) = 0, \quad p = \rho_1 T;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial t} + (\mathbf{U}_1 \nabla) \mathbf{U}_1 = - \frac{1}{\gamma M^2 \rho_1} \nabla p + \text{Fr} \mathbf{G} + \frac{1}{\text{Re} \rho_1} \left(\nabla \mathbf{U}_1 + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \mathbf{U}_1) \right) - \mathbf{F};$$

$$(1.3) \quad \rho_1 \frac{d_1 T}{dt} + \gamma_1 \rho_2 \frac{d_2 T}{dt} = - (\gamma - 1) p (\nabla \mathbf{U}_1) + \frac{\gamma}{\text{Re} \text{Fr}} \Delta T \quad \left(\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}_i \nabla \right),$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \mathbf{U}_1 = (u_1, v_1), \quad \mathbf{G} = (0, -1), \quad M^2 = \frac{w^2}{\gamma R T_0},$$

$$\gamma_1 = \frac{c_V}{c_2}, \quad \text{Fr} = \frac{\varepsilon L}{w^2}, \quad \text{Re} = \frac{w L \rho_{10}}{\eta}, \quad \text{Pr} = \frac{\eta c_p}{\lambda}.$$

Здесь t — время; x, y — декартовы координаты (ось x направлена вдоль нижней границы области, ось y — перпендикулярно к ней); $\rho_1, \mathbf{U}_1, p, T$ — плотность, скорость, давление и температура газа; \mathbf{G} — вектор силы тяжести; \mathbf{F} — сила межфазного взаимодействия; ρ_2 — средняя плотность дисперсной фазы; $M, \text{Fr}, \text{Re}, \text{Pr}$ — числа Маха, Фруда, Рейнольдса, Прандтля; γ — показатель адиабаты газа; γ_1 — отношение теплоемкости газа при постоянном объеме c_V к теплоемкости частиц c_2 ; $w = \rho_2^0 d^2 g / 18 \eta$ — установившаяся скорость падения одиночной частицы, вычисленная в стоксовом приближении; ρ_2^0 и d — истинная плотность частиц и их диаметр; g — ускорение свободного падения; η — динамическая вязкость газа; R — газовая постоянная; L — сторона области; ρ_{10} — плотность газа у нижней поверхности в начальный момент; c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении; λ — коэффициент теплопроводности газа. За характерные масштабы длины, скорости, времени, плотности, температуры и давления принимались соответственно $L, w, L/w, \rho_{10}, T_0, R \rho_{10} T_0$. Вязкой диссипацией энергии пренебрегалось.

Предполагалось, что изменение импульсов фаз при их взаимодействии определяется силой трения

$$(1.4) \quad \mathbf{F} = \text{Fr} \frac{\text{Re}_p}{24} c_d (\text{Re}_p) \frac{\rho_2}{\rho_1} (\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2),$$

где \mathbf{U}_2 — скорость дисперсной фазы; Re_p — мгновенное число Рейнольдса частицы; $c_d(\text{Re}_p)$ — коэффициент сопротивления частиц.

Для описания движения дисперсной фазы используется подход, предложенный в [8]. В начальный момент вся рассматриваемая область мысленно разбивается на конечное множество одинаковых подобластей. Описание движения всех частиц, попавших в произвольную подобласть, осуществляется путем введения вместо них так называемой макрочастицы. Масса каждой макрочастицы равна сумме масс составляющих ее физических частиц. Сила сопротивления равна сумме сил сопротивлений физических частиц, принадлежащих данной макрочастице. Разбиение производится таким образом, что массы всех макрочастиц одинаковы, поэтому масса одной макрочастицы равна отношению суммарной массы дисперсной фазы в области к числу макрочастиц.

Движение k -й макрочастицы рассматривается как движение материальной точки и описывается (в безразмерном виде) уравнениями

$$(1.5) \quad \frac{d\mathbf{U}_k}{dt} = \text{Fr} \mathbf{G} + \text{Fr} \frac{\text{Re}_p}{24} c_d (\text{Re}_p) (\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_k), \quad \frac{d\mathbf{r}_k}{dt} = \mathbf{U}_k$$

($\mathbf{U}_k, \mathbf{r}_k$ — скорость и радиус-вектор k -й макрочастицы).

На границе области ставится условие «прилипания» газа и поддерживается начальная температура ($\mathbf{U}_1 = 0, T = 1$). Столкновения частиц с нижней стенкой полагаются абсолютно неупругими, с другими стенками — абсолютно упругими. В начальный момент газ находится в стати-

ческом равновесии, частицы также покоятся и равномерно распределены по объему: $U_1 = U_2 = 0$, $\rho_1 = \exp(-\gamma M^2 Fr y)$, $\rho_2 = M_{21}$, $T = 1$ ($M_{21} = \rho_2^0 n_0 \pi d^3 / 6 \rho_{10}$ — отношение начальных массовых долей фаз, n_0 — начальная концентрация частиц). Ниже исследуется седиментация достаточно мелких частиц, для коэффициента сопротивления которых справедлива формула Стокса $c_d = 24/Re_p$.

Рассматриваемый процесс фактически изотермический, поскольку перепады температуры, вызванные работой сил давления, крайне незначительны. Использование уравнения энергии (1.3) вместо условия изотермичности $T = \text{const}$ вызвано необходимостью адекватного описания акустических эффектов, которые играют здесь большую роль (условие изотермичности приводило бы к появлению в системе изотермической скорости звука и, следовательно, к искажению реальной картины процесса).

2. Численный метод. Система уравнений (1.1)—(1.3), описывающих течение газа, решалась численно на равномерной сетке с помощью конечно-разностного метода покоординатного расщепления [9]. Численное интегрирование системы уравнений движения частиц (1.5) проводилось методом Эйлера.

Значения скорости газа в точках расположения макрочастиц находились линейной интерполяцией, а значения скорости и средней плотности дисперсной фазы в сеточных узлах определялись с помощью процедуры усреднения параметров макрочастиц, близлежащих к каждому узлу. Детальное описание численной методики приведено в [8].

Расчеты проводились на сетке 21×21 , при этом в область вводилось 1600 макрочастиц. Временной шаг интегрирования соответствовал числу Куранта, равному 0,5. Как показали контрольные расчеты, полученное численное решение не зависит от сеточных параметров и числа макрочастиц. Во всех расчетах $Pr = 1$, остальные параметры варьировались.

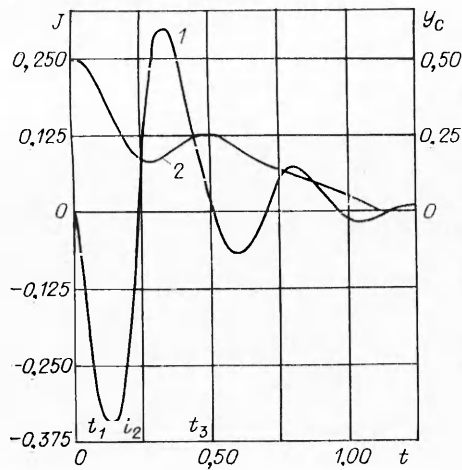
3. Основные закономерности процесса. Под действием силы тяжести частицы начинают падать, увлекая за собой газ. В течение времени $t < t_*$ пришедший в движение газ «не чувствует» нижней стенки сосуда и его упругие свойства не проявляются; $t_* \sim t_s$, где t_s — характерное звуковое время (время прохождения звуковой волной расстояния, равного высоте области, $t_s = M$ при используемом способе обезразмеривания). Именно за время t_* у нижней поверхности формируется область повышенного давления, которая сначала тормозит, а затем и разворачивает поток газа в противоположном направлении. В течение времени $t < t_*$ увлекаемый частицами газ ускоряется и, в свою очередь, увеличивает скорость падения частиц. Этот самоускоряющийся процесс аналогичен процессам, наблюдающимся при падении совокупности частиц в неограниченной среде [10].

При $t > t_*$ процесс осаждения качественно отличается от исследованного в [10]. Сформировавшаяся волна сжатия отражается от нижней стенки и начинает распространяться вверх, замедляя падение частиц. Отразившись от верхней стенки сосуда, она двигается вниз и т. д. Возникают затухающие колебания газа (стоячая волна), которые оказывают влияние на осаждение частиц и сами, в свою очередь, подвергаются воздействию с их стороны. Трение газа о боковые стенки приводит к формированию пограничных слоев и неоднородности процесса осаждения.

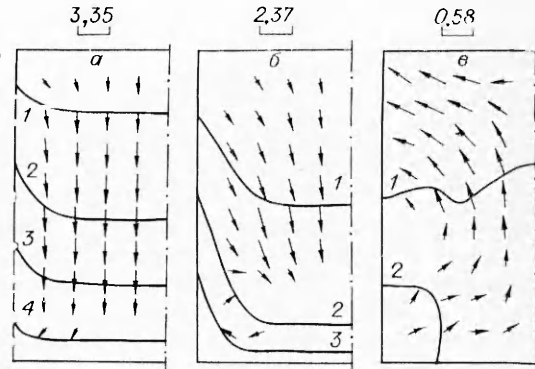
Картина процесса иллюстрируется на рис. 1 и 2. На рис. 1 кривая 1

показывает временную зависимость интегрального вертикального импульса газа $J = \int_0^1 \int_0^1 \rho_1 v_1 dx dy$, 2 — временную зависимость вертикальной ко-

ординаты центра тяжести неосевших частиц y_c для параметров $Re = 30$, $M^2 = 0,05$, $M_{21} = 0,5$, $Fr = 40$. На рис. 2 для тех же параметров представлены линии частиц, соединяющие те макрочастицы, которые в начальный момент находились на горизонтальных уровнях $y = 1; 0,75; 0,5; 0,25$ (линии 1—4) и поля скоростей газа в последовательные моменты времени $t_1 = 0,13; 0,23; 0,48$ (а — в). В данном случае кривая 1 совпа-



Р и с. 1



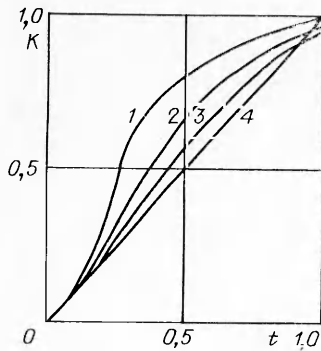
Р и с. 2

на рис. 2 показана только левая половина области. Моменты t_1, t_2, t_3 отмечены на рис. 1. Для рассматриваемых условий характерное время релаксации частиц $t_r = 1/Gr = 0,025$ на порядок меньше характерного звукового времени $t_s = 0,22$.

Из рис. 1 видно, что при $t < t_* = 0,11$ реализуется самоускоряющийся режим падения частиц. В момент $t_* = 0,13$ максимальная скорость газа достигает значений 3,3, а частиц — 3,5, т. е. скорость падения частиц в 3,5 раза превышает скорость падения такой же одиночной частицы. На рис. 2 наблюдается неоднородность скоростного поля газа и связанное с этим искривление линий частиц — возле боковых стенок частицы падают медленнее. При $t \geq t_*$ начинаются торможение газа нижней стенкой и его разворот (рис. 2, б). В момент $t = 0,24$ интегральный вертикальный импульс газа равен нулю, затем газ в целом начинает двигаться вверх. Так как в данном случае время скоростной релаксации частиц существенно меньше периода колебаний газа, то на этом этапе скорость их падения быстро уменьшается и даже меняет знак, так что центр тяжести всей совокупности частиц несколько поднимается (рис. 1, кривая 2). Из-за того что скорость газа максимальна в плоскости $x = 0,5$, в этом месте происходит подъем линий макрочастиц (рис. 2, в), в результате чего верхняя граница осаждающейся газовой взвеси приобретает сильно искривленную форму. После разворота у верхней стенки газ движется вниз, при этом скорость падения частиц опять возрастает. К моменту $t = 1,09$ происходит полное осаждение, амплитуда колебаний газа уменьшается примерно в 30 раз по сравнению с начальной.

Ниже анализируется влияние различных параметров на протекание процесса. Величина, обратная Gr , есть безразмерное время скоростной релаксации фаз. С уменьшением Gr увеличивается время релаксации частиц, что замедляет скорость передачи импульса от одной фазы к другой. По этой причине при уменьшении Gr осаждение становится более равномерным. Так, при параметрах рис. 1, но для $Gr = 10$ импульс газа $J(t)$ в момент времени $t = t_*$ уменьшается почти вдвое, а зависимость $y_c(t)$ является практически прямой, так как частицы «не успевают» откликаться на высокочастотные колебания газа.

Уменьшение M эквивалентно увеличению скорости звука в газе, т. е. уменьшению характерного звукового времени и связанной с ним длительности первого (ускоренного) этапа осаждения. Соответственно уменьшаются начальная амплитуда колебаний газа и их влияние на осаждение частиц. Если частицы достаточно инертны, то они «не чувствуют» возникающих малых колебаний газа. Так, при $M^2 = 3 \cdot 10^{-3}$ и остальных параметрах рис. 1 временная зависимость высоты центра тяжести неосевших частиц почти прямая. В отличие от процесса, изображенного на



Р и с. 3

рис. 1, при указанном значении M осаждение равномерное, а верхняя граница газозвеси — горизонтальная прямая. С уменьшением M^2 увеличивается частота колебаний газа, поэтому они затухают быстрее. Например, для $M^2 = 3 \cdot 10^{-3}$ колебания практически прекращаются за время, равное половине времени полного осаждения частиц.

Изменение Re в исследованном диапазоне оказывает слабое влияние на процесс осаждения. Увеличение Re соответствует уменьшению вязкости газа, а значит, большему импульсу, приобретаемому несущей фазой на начальном этапе, и более медленному затуханию возникающих колебаний. Так, при $M^2 = 0,05$, $Fr = 40$, $M_{21} = 0,1$ увеличение Re от 15 до 30 и 60 отвечает росту максимального суммарного импульса $J(t)$ в момент $t = t_s$ на $\sim 20\%$ для $Re = 30$ по сравнению с $Re = 15$ и на $\sim 15\%$ для $Re = 60$ по сравнению с $Re = 30$. Кривая $y_c(t)$ с увеличением Re незначительно меняет свою форму.

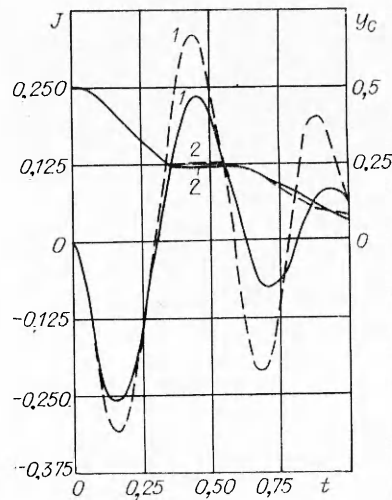
С уменьшением количества дисперсной фазы M_{21} падает сообщаемый газу импульс. Соответственно падают амплитуда колебаний газа и их воздействие на динамику частиц. При $M_{21} \leq 0,01$ осаждение частиц в сосуде происходит равномерно и носит одномерный характер.

На рис. 3 динамика осаждения газозвеси иллюстрируется временной зависимостью текущей доли осевших частиц $K(t)$ при $Re = 30$, $Fr = 40$, $M^2 = 0,05$ и изменении параметра M_{21} : $M_{21} = 0,5$; $0,2$; $0,1$; $0,001$ (линии 1—4). Возникающие колебания газа интенсифицируют процесс осаждения. Чем больше амплитуда колебаний, зависящая от M_{21} , тем существеннее кривая $K(t)$ отклоняется от прямой, соответствующей равномерному осаждению. Из рис. 3 видно, что время 50 %-ного осаждения частиц для $M_{21} = 0,5$ примерно вдвое меньше, чем для $M_{21} = 0,001$.

Как уже отмечалось, с уменьшением M интенсивность колебаний и их влияние на осаждение частиц падают. При достаточно малых M процесс осаждения равномерный и одномерный. Однако и в этом случае, увеличивая Fr и тем самым уменьшая время релаксации частиц, всегда можно реализовать ситуацию, когда время релаксации меньше звукового времени. Если при этом масса частиц достаточно велика ($M_{21} \sim 1$), то возникнут эффекты, аналогичные описанным выше. Соотношение $t_s/t_r = FrM \sim 1$ определяет область влияния колебаний газа на процесс осаждения.

4. Сравнение с одномерным осаждением. Чтобы проследить влияние неоднородных эффектов на возникающие колебания газа и осаждение частиц, были рассчитаны соответствующие одномерные процессы. Интегрирование одномерных уравнений проводилось с помощью явной схемы [11] на равномерной сетке с числом узлов, равным 21. Число Куранта $Ku = 0,05$.

В двумерном случае по сравнению с одномерным из-за трения о боковые стенки сосуда газ, во-первых, меньше разгоняется на первом (уско-



Р и с. 4

ренном) этапе движения, во-вторых, колебания газа быстрее затухают. Это приводит к более равномерному осаждению частиц. На рис. 4 показаны суммарный импульс газа $J(t)$ и координата центра тяжести неосевших частиц $y_c(t)$ (кривые 1 и 2) для одномерного (штриховые линии) и двумерного (сплошные) случаев при $M^2 = 0,05$, $Re = 30$, $M_{z1} = 0,5$, $Fr = 20$. Относительное увеличение импульса $J(t)$ в одномерном случае по сравнению с двумерным в момент $t = t_*$ в диапазоне параметров, при которых существенны колебания газа, практически не зависит от них и составляет 15—25 %.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что при определенных условиях стесненное осаждение газозвеси сопровождается газодинамическими колебаниями несущей среды, которые существенно влияют на процесс осаждения. Газ попеременно движется вниз и вверх, соответственно ускоряя или замедляя седиментацию частиц. Результат возникающих процессов — интенсификация осаждения частиц. Полученный эффект наблюдается в одномерном и двумерном случаях, но в двумерном он менее выражен из-за трения газа о боковые границы области. Исползованный в работе метод описания движения дисперсной фазы показал высокую эффективность при моделировании движения газозвеси с резкой границей дисперсной фазы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hasimoto H. On the periodic fundamental solutions of the Stokes equations and their application to viscous flow past a cubic array of spheres // J. Fluid Mech.— 1959.— V. 5, N 2.
2. Бэтчелор Дак. К. Осаждение в малокоцентрированной суспензии сферических частиц // Механика.— М., 1973.— № 4.
3. Струмицкий В. В., Гуськов О. Б., Кульбицкий Ю. П. Гидродинамика дисперсных и газожидкостных потоков // ДАН СССР.— 1984.— Т. 278, № 1.
4. Соу С. Гидродинамика многофазных систем.— М.: Мир, 1971.
5. Hill W. D., Rothfus R. R., Kun Li. Boundary-enhanced sedimentation due to settling convection // Intern. J. Multiphase Flow.— 1977.— V. 6, N 6.
6. Smek E. Two-dimentional viscous flow of a vertical vessel // Acta mechanica.— 1985.— V. 55, N 4—2.
7. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
8. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Соболева Е. Б. Расчет течений газозвеси в замкнутых объемах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Кинетика и горение: Материалы VIII Всесоюз. симпозиума по горению и взрыву.— Черноголовка: ОИХФ АН СССР, 1986.
9. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный метод исследования нестационарных пространственных движений сжимаемого газа // ИФЖ.— 1980.— Т. 38, № 3.
10. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. О движении совокушности частиц под действием силы тяжести и ее осаждении на плоскую горизонтальную поверхность // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 6.
11. Бранловская И. Ю. Явные разностные методы для расчета открытых течений вязкого сжимаемого газа // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике.— М.: Изд-во МГУ, 1971.— Вып. 4.

Поступила 20/VII 1987 г.

УДК 534.222

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ПОРИСТЫХ НАСЫЩЕННЫХ СРЕДАХ

А. М. Ионов, В. К. Сироткин, Е. В. Сумин

(Москва)

Аспектам распространения волн малой амплитуды в насыщенных пористых средах посвящено большое количество работ. Подробная библиография исследований по этому вопросу приведена в [1]. Как показывают эксперименты, верхние слои земной коры характеризуются аномально большими значениями параметра нелинейности [2, 3]. В связи с этим интерес вызывают вопросы, связанные с изучением распространения волн конечной амплитуды в пористых средах, обладающих также дисперсионно-диссипативными свойствами. В [4] рассмотрены нелинейные волны в модели Рахма-