

57. Kuznetsov V. V., Nakoryakov V. E. et al. Propagation of perturbation in gas-liquid mixture // J. Fluid Mech.— 1978.— V. 85, N 1.
58. Алексеенко С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. Волнообразование при течении пленки жидкости на вертикальной стенке // ПМТФ.— 1979.— № 6.
59. Alekseenko S. V., Nakoryakov V. E., Pokusaev B. G. Wave formation on a vertical fallary liquid film // Amer. Ins. Chem. Engng J.— 1985.— V. 31(a).— P. 1446.
60. Трифонов Ю. Я., Цвелодуб О. Ю. Нелинейные волны на поверхности пленки жидкости, стекающей по вертикальной стенке // ПМТФ.— 1985.— № 5.
61. Borisov A. A., Borisov Al. A. et al. Rarefaction shock wave near the critical liquid-vapourpoint // J. Fluid Mech.— 1982.— V. 126.— P. 59.
62. Volchkov E. P., Lebedev V. P., Shishkin H. E., Dvornikov N. A. Investigation of swirling film cooling in the initial tube section // 6th Int. Heat Transfer Conf.— Toronto, 1978.— V. 5.
63. Волчков Э. П., Дворников Н. А., Терехов В. И. К расчету закрученной газовой завесы в цилиндрическом канале // ПМТФ.— 1986.— № 4.
64. Дворников Н. А., Терехов В. И. О переносе импульса и тепла в турбулентном пограничном слое на криволинейной поверхности // ПМТФ.— 1984.— № 3.
65. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность.— Новосибирск: Наука, 1977.
66. Гольдштик М. А. Вихревые потоки.— Новосибирск: Наука, 1981.
67. Гольдштик М. А. Процессы переноса в зернистом слое.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1984.
68. Структурная турбулентность/Под ред. М. А. Гольдштика.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1982.
69. Луцет М. О., Жуков В. Е., Кондаурова Л. П. Визуализация процессов теплообмена во вращающемся криостате, сила Кориолиса и первый кризис кипения // Теплообмен при фазовых превращениях.— Новосибирск, 1983.
70. Павленко А. Н., Чехович В. Ю. Кризис теплоотдачи при нестационарном теплоизделии на тонких нагревателях // Теплофизика и гидродинамика в процессах кипения и конденсации.— Новосибирск, 1985.
71. Немировский С. К., Цой А. Н. О генерации вихрей в Не-II мощным тепловым импульсом // Письма в ЖЭТФ.— 1982.— Т. 35, вып. 6.
72. Экспериментальные методы в динамике разреженных газов.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1974.
73. Кутателадзе С. С., Ярыгин В. Н., Ребров А. К. Некоторые проблемы молекулярной газодинамики // Вестн. АН СССР.— 1984.— № 4.
74. Куснер Ю. С., Кутателадзе С. С. и др. Инерционное газокинетическое разделение газовых смесей и изотопов // ДАН СССР.— 1979.— Т. 247, № 4.
75. Rebrov A. K. Experimental study of relaxing low-density flows // Xth Intern. Symp. on RGD.— N. Y., 1977.— Pt II.
76. Чекмарев С. Ф., Станкус Н. В. Газодинамическая модель и соотношения подобия для запуска сверхзвуковых сопел и струй // ЖТФ.— 1984.— Т. 54, вып. 8.
77. Чекмарев С. Ф., Сквородко П. А. Маршевый метод расчета двумерных сверхзвуковых течений вязкого газа в естественных координатах.— Новосибирск, 1981.— (Препринт/ИТФ СО АН СССР; № 71—81).
78. Карелов Н. В., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г. Заселенность вращательных уровней молекул азота при неравновесной конденсации в свободно расширяющемся газе // ПМТФ.— 1978.— № 3.
79. Mironov S. G., Rebrov A. K. et al. Molecular clusters: formation in free expansion and with vibrational energy pumping; cluster-surface interaction // Surface Science.— 1981.— V. 106.— P. 212.
80. Новопашин С. А., Перепелкин А. Л., Ярыгин В. Н. Обнаружение квазичастиц в турбулентном слое смешения сверхзвуковой струи // Письма в ЖЭТФ.— 1986.— Т. 44, вып. 7.

Поступила 26/XII 1986 г.

УДК 531

## МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В СО АН СССР

*Б. Д. Аннин, А. Ф. Ревуженко, Е. И. Шемякин  
(Новосибирск)*

С начала создания Сибирского отделения в 1957 г. при определении основных направлений развития механики его организаторы придавали большое значение механике деформируемого твердого тела. Это было связано как с решением ряда актуальных динамических задач прочности, так и с общими проблемами развития машиностроения. Так сложилось, что из первоначального плана развития этого направления в Институте теоретической и прикладной механики (акад. С. А. Христианович) родился новый план — развитие как основы всего направления экспериментального

отдела механики деформируемого твердого тела в Институте гидродинамики (акад. Ю. Н. Работников). Создание на базе новейшей техники экспериментальных установок, систематическое экспериментальное исследование современных материалов, феноменологическое описание и его сравнение с экспериментальными данными, создание и развитие методов решения задач на прочность и устойчивость элементов конструкций с учетом необратимых деформаций, наконец, внедрение этих методов в расчетные конструкторские бюро — таков план исследований по механике твердого тела, реализованный в этом отделе.

Были определены формы организации теоретических и экспериментальных исследований по механике деформируемого твердого тела в институтах СО АН СССР, организована кафедра в НГУ, а также работа Совета по защите диссертаций в этом направлении при Президиуме СО АН СССР. В этих решениях можно видеть широту охвата организационных вопросов — от укрепления и развития научных контактов с основными школами Москвы, Ленинграда, Киева и крупными коллективами прикладных направлений до системы подготовки кадров специалистов высшей квалификации. Надо сказать, что не все удалось из первоначально намеченного: не приехали на работу некоторые крупные специалисты: теоретики и экспериментаторы, недостаточно быстрыми темпами развивалась опытно-конструкторская база. Тем не менее в настоящее время, через 30 лет после создания СО АН СССР, можно отметить, что сейчас в Сибирском отделении усилиями коллективов разных институтов развиваются практически все основные важные темы этого научного направления. К ним надо отнести:

— создание математических моделей деформирования твердых деформируемых тел, включая исследование необратимых деформаций (пластичность, ползучесть) и разрушения; создание комплекса испытательных установок, позволяющих исследовать основные связи между напряжениями и деформациями при различных типах статических и динамических нагрузений и имеющих автоматическое управление и регистрацию;

— разработку аналитических и численных методов решения краевых задач статики и динамики деформируемого твердого тела, предполагающую использование современной вычислительной техники (в том числе в пакетном режиме);

— применение методов механики деформируемого твердого тела в горном деле, машиностроении, геофизике для решения актуальных задач промышленности. В настоящее время интенсивные научные исследования по различным проблемам механики твердого тела ведутся в Институте гидродинамики, Институте горного дела, Вычислительными центрами в Новосибирске и Красноярске, Институте теоретической и прикладной механики, Институте физико-технических проблем Севера, Институте геологии и геофизики, а также в высших учебных заведениях г. Новосибирска: НГУ, НЭТИ, НИИЖТ, Сибстрин.

**1. Математические модели деформируемого твердого тела [1—47].** Модели среды должны удовлетворять двум требованиям: а) достаточно полно и правильно описывать деформирование среды силами в заданном диапазоне напряжений, деформаций и температур; б) должны быть достаточно просто сформулированы основные уравнения, краевые и начальные условия, основные физические связи для того, чтобы на базе моделей можно было решать практические задачи. Создаваемые в последнее время модели, как правило, ориентированы при решении задач на применение современной вычислительной техники. Математические модели, правильно отражающие реальное поведение сплошных тел и конструкций, помогают конструктору и технологу использовать и изменять свойства материалов и конструкций; модели постоянно совершенствуются.

Основа построения модели — это установление функциональных связей между тензорами напряжений и деформаций, приращениями этих величин, обобщенными характеристиками напряженного и деформированного состояния в конструкциях. Эти связи могут содержать дополнительные параметры: температуру, время, параметры повреждаемости структуры и т. д.

А. Эффективное использование методов механики деформируемого твердого тела при расчете на прочность материалов и элементов конструкций невозможно без всестороннего изучения закономерностей неупругого деформирования при сложном напряженном состоянии. Знание неупругих свойств дает возможность наиболее полно использовать несущую способность элементов конструкций, найти оптимальные пути в разработке новых конструкционных материалов, обладающих повышенными прочностными и деформационными свойствами.

Для расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкций необходимы модели (варианты) теории пластичности, на-

должно обоснованные результатами экспериментальных исследований. Классические теории пластичности, опирающиеся на представление об изотропном материале, применимы, как правило, для классов простых и некоторых сложных, близких к простым, нагружений. Это обстоятельство приводит к необходимости построения новых моделей пластического деформирования, пригодных для описания сложных напряженно-деформированных состояний [1–5].

Развитие работ по построению математических моделей упругопластических тел в разных коллективах привлекало постоянный интерес. Здесь нужно отметить две особенности этого развития: 1) экспериментальное и теоретическое исследование эффектов сложного нагружения в Институтах гидродинамики и теоретической и прикладной механики, а затем и в Институте горного дела; 2) построение моделей, основанных на представлении о пластической (необратимой, вообще говоря) деформации в связи с площадками максимальных касательных напряжений и сдвигов. Вторая особенность означала возвращение к идеям Сен-Венана и Кармана и существенно расширяла математические представления на сингулярные поверхности нагружения или даже позволяла производить построение замкнутых моделей без этого привычного образа.

Накопленные к настоящему времени экспериментальные данные при сложном нагружении свидетельствуют о том, что первоначально однородный и изотропный материал становится анизотропным. Анизотропия пластического состояния элемента материала зависит как от достигнутого напряженно-деформированного состояния, истории деформирования, так и от направления последующего догружения [2, 4, 5].

Процесс нагружения элемента материала можно представить как последовательность догружений, тогда кроме процессов активного догружения и разгрузки существует промежуточное состояние частичной разгрузки. В этом состоянии в одних направлениях происходит активное догружение, а в других осуществляется разгрузка. Имеющиеся результаты экспериментального исследования закономерностей упругопластического деформирования материалов при частичных разгрузках в условиях сложного нагружения крайне ограничены [20–29]. Установлено, что упрочнение материала при нагружениях с частичной разгрузкой без упрочнения в направлении разгрузки [2, 20] имеет такой же характер, как при простых нагружениях. Частичная разгрузка с упрочнением приводит к восстановлению упругой зависимости второй главной компоненты тензора деформаций, росту интенсивности деформаций соответствует уменьшение интенсивности напряжений. Приведены экспериментальные результаты, которые обнаруживают несогласие с принципом запаздывания и гипотезой локальной определенности [24, 27]. Выявлены направления повышенной жесткости материала, позволяющие значительно повысить предельные прочностные и деформационные характеристики по отношению к предельным характеристикам при чистом сдвиге [20, 24].

Начиная с работ [6, 7] и охватывая ряд аспектов экспериментального и теоретического направлений [8–16], в самостоятельное выделилось направление в механике сыпучих сред, которое лишь исторически связано с работой по моделям с внутренним трением в динамических задачах [6, 7]. Это направление получило дальнейшее признание и развитие в связи с широкими важными приложениями в механике горных пород [11–15].

Б. Исследования по механике сыпучей среды проводятся в основном в Институте горного дела. В последние годы интерес к этому классическому разделу механики сильно возрос. К задачам механики сыпучей среды приводит анализ широкого класса технологических процессов горного дела, порошковой металлургии, строительства, химической промышленности, исследование различных процессов, происходящих в естественных условиях. Проблемы механики сыпучей среды имеют и большое теоретическое значение. Как известно, в механике фундаментальную роль играют теории, описывающие поведение простейших представителей определен-

ных классов материалов. К таким относятся теории упругости, идеальной и вязкой жидкости, классические варианты теорий пластичности. Зернистый материал без сцепления также может быть отнесен к простейшим, фундаментальным. Его исследования позволяют в «чистом виде» провести анализ ряда эффектов деформирования грунтов, горных пород, некомпактных металлов.

В теоретических исследованиях большую роль играют вопросы построения математических моделей деформирования. Модели должны прежде всего опираться на данные специальных (модельных) экспериментов. Как известно, основным требованием к таким экспериментам является достаточная однородность напряженно-деформированного состояния. Для исследования пластических сред широко используется классическая методика деформирования тонкостенных трубчатых образцов. К зернистым материалам, хотя они и обладают многими чертами пластических, эта методика неприменима.

Для постановки модельных экспериментов в Институте горного дела разработаны методики и приборы однородного сдвига и сложного нагружения [8—10]. Проведенные эксперименты позволили обнаружить новые закономерности дилатансии (изменения объема при сдвиге). В общем случае при знакопеременном нагружении дилатансия складывается из двух частей: необратимого изменения относительного объема дефектов упаковки и собственно дилатансии, свойственной бездефектным упаковкам. В соответствии с этим все упаковки частиц можно разделить на два класса: обратимые, для которых существует траектория пластического нагружения, возвращающая их в исходное состояние, и необратимые. Оказалось, что при сдвигах, больших некоторого критического, плоскопараллельное течение сыпучей среды теряет устойчивость и переходит в новый режим, в котором материал разбивается практически регулярной системой линий скольжения на отдельные блоки (рис. 1). При этом на диаграммах напряжений наблюдается переход на ниспадающие ветви [11].

В механике сплошной среды предполагается достаточная гладкость полей скоростей и перемещений. Вместе с тем природа пластических деформаций сыпучих сред связана именно с разрывностью исходного поля скоростей (проскальзываниями размерности длины на контактах). При формулировке замкнутых моделей исходное разрывное поле скоростей осредняется. Однако информация о разрывах имеет принципиальное значение и сохраняется путем введения внутренних кинематических и силовых переменных. На этом пути естественным образом снимаются парадоксы классических моделей и, кроме того, формулируются необходимые критерии адекватности любой математической модели зернистой среды: скорость диссиляции энергии не зависит от дилатационных свойств среды и должна стремиться к нулю при переходе к идеально гладким частицам [12].

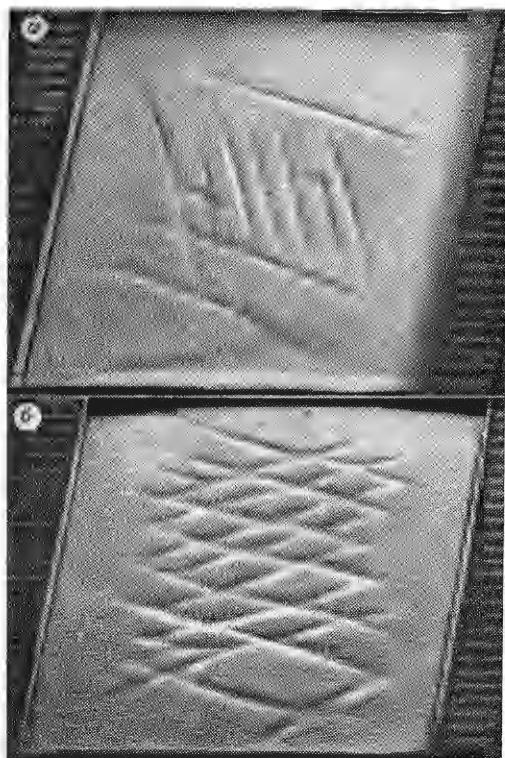
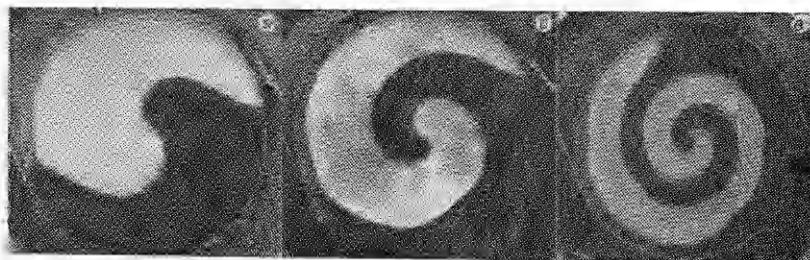


Рис. 1



Р и с. 2

В рамках построенных моделей разработаны алгоритмы и программы численного решения упругопластических краевых задач, в которых учитываются возможная разгрузка, переход в предельное состояние, нелинейные краевые условия типа неравенств (сухое трение) и случаи, когда граничные перемещения заданы как функционалы граничных напряжений (взаимодействие среды с податливыми ограждающими конструкциями). Исследовались также вопросы построения приближенных схем расчета. Рассмотрены задачи о напряженно-деформированном состоянии материала в бункерах, рудоспусках, о давлении на податливые датчики, ограждающие конструкции, задачи о развитии линий скольжения (трещин сдвига) и др. [13, 14].

Одной из наиболее универсальных по широте областей применения является задача о пластическом течении в сходящихся каналах (выпуск материалов из емкостей, прокатка, экструзия). В частности, для радиальных симметричных каналов обычно предполагается, что и течение будет носить симметричный и радиальный характер. Специально поставленные эксперименты показали, что для некоторых классов материалов это не так. На определенной стадии радиальное течение становится неустойчивым и переходит в новый режим, который характеризуется локализацией сдвигов по системе дискретных поверхностей и значительному уменьшению деформаций вне этих поверхностей [15, 16].

Отметим результат, полученный при исследовании сложного нагружения. В [5, 10] показано, что к идеальному однородному процессу можно приблизиться, если в качестве одной из простейших ситуаций рассмотреть деформирование эллиптической области, когда на границе задается постоянный по величине и направленный по касательной к границе вектор скорости, так что область переходит все время в себя. Для сыпучих, вязких и ряда других неупругих сред здесь обнаруживается эффект направленного переноса: при возвращении граничных точек в исходное положение внутренние точки в исходное положение не возвращаются. Это приводит к тому, что с увеличением числа циклов «остаточные смещения» накапливаются и внутренняя деформация становится неограниченной (рис. 2, в исходном состоянии граница материалов с разным цветом — прямая). В [10] указаны возможные приложения этого эффекта.

В. Проведено систематическое экспериментальное исследование современных металлических материалов в условиях высоких температур и нестационарных нагрузок с целью установления определяющих соотношений. Установлено, что в определенном диапазоне температур и нагрузок происходит ползучесть без упрочнения, при этом за время нескольких десятков — сотен секунд происходит значительное накопление пластической деформации (кратковременная ползучесть). Предложены экспериментально обоснованные определяющие уравнения типа теории течения с постоянными, зависящими от температур. Для большого класса современных конструкционных материалов определены эти постоянные. Разработаны инженерные методы решения задач с учетом кратковременной ползучести [29—31].

Был проведен большой цикл работ, направленный на непосредственную проверку основных гипотез теории ползучести и вытекающих из

них определяющих уравнений [32—39]. Показано, что для описания установившейся ползучести пригоден потенциал типа Мизеса и ассоциированный закон течения; отмечено, что потенциал установившейся ползучести не зависит от предыстории нагружения.

Установлено, что для анизотропных материалов начальная анизотропия сохраняется в процессе ползучести. Для установившейся ползучести предложены простые формы потенциала, содержащие соответственно три или два квадратичных инварианта тензора напряжений и один или два тензора анизотропии, которые могут считаться постоянными. Показано, что для анизотропного материала меру упрочнения можно выбирать так же, как и для изотропного. Таким образом, начальная и деформационная анизотропии четко разделяются.

Для материалов, ползущих при растяжении и сжатии неодинаково, построен потенциал, зависящий от первого и второго или второго и третьего инвариантов тензора напряжений, а также предложен другой метод описания, основанный на сопряжении двух потенциальных функций [40]. Предложено использовать постулат устойчивости Друкера для исследования определяющих уравнений теории ползучести [41]. Проведено экспериментальное исследование поверхности ползучести [42, 43].

Ю. Н. Работновым для описания процесса ползучести и длительной прочности металлов предложена концепция механического уравнения состояния с системой кинетических уравнений для определения структурных параметров  $q_i$ , характеризующих рассматриваемое состояние. Для одноосной ползучести они имеют вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} dp/dt &= f(\sigma, T, q_1, q_2, \dots, q_n), \\ dq_i &= a_i dp + b_i d\sigma + c_i dt + h_i dT. \end{aligned}$$

Коэффициенты  $a_i, b_i, c_i, h_i$  в общем случае зависят от деформации ползучести  $p$ , напряжения  $\sigma$ , времени  $t$ , температуры  $T$ , а также от  $q_i$ . Применение соотношений (1.1) расширяет возможности известных теорий для качественного и количественного описания различных экспериментальных результатов. Использование в качестве  $q_i$  различных характеристик позволяет описать многие эффекты, наблюдавшиеся в эксперименте. В частности, Ю. Н. Работнов использовал один структурный параметр  $\omega$ , характеризующий степень повреждаемости материала (степень уменьшения эффективной площади поперечного сечения). В начале деформирования  $\omega = 0$ , разрушение образца соответствует значению  $\omega = 1$ . Простейшую форму определяющих соотношений (1.1) для описания ползучести в установившейся и ускоряющей стадиях запишем как

$$(1.2) \quad \frac{dp}{dt} = A \left( \frac{\sigma}{1 - \omega} \right)^n, \quad \frac{d\omega}{dt} = B \left( \frac{\sigma}{1 - \omega} \right)^k.$$

Отсюда получено значение времени разрушения  $t^*$  при постоянном напряжении  $t^* = B^{-1} (k+1)^{-1} \sigma_0^{-k}$ . В [44] для пространственного случая в качестве параметра повреждаемости выбрана величина рассеянной энергии

$$(1.3) \quad A = \int_0^t \sigma_{ij} \eta_{ij} dt,$$

где  $\sigma_{ij}, \eta_{ij}$  — тензоры напряжений и скоростей деформаций ползучести соответственно. В качестве условия разрушения при ползучести принято некоторое предельное значение  $A^*$ . Обобщением соотношения (1.1) с учетом (1.3) на пространственный случай получен энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. На ряде конструкционных сплавов проведена экспериментальная проверка этого варианта применительно к переменным температурно-силовым воздействиям в условиях как одноосного, так и плоского напряженного состояния [44, 45]. Развиты методы решения задач ползучести и длительной прочности на основе энергетического варианта [46, 47].

**2. Механика композитов [48–77].** За последнее время большое применение в технике получили искусственные материалы, состоящие из двух или большего числа компонентов, жестко соединенных между собой. В зависимости от характера распределения компонентов эти материалы подразделяются на слоистые, волокнистые и дисперсно-армированные композиты. Слоистые и волокнистые композитные материалы и конструкции, как правило, анизотропные: в некоторых выбранных направлениях реализована наибольшая жесткость и прочность. Дисперсно-армированные композиты представляют квазианизотропный материал.

Для исследования деформирования и разрушения композитных конструкций часто применяют классические модели анизотропной неоднородной упругости и пластичности, в которых тензорные характеристики материала выражаются через механические и геометрические характеристики композиции. Это дает возможность определить некоторые осредненные характеристики напряженно-деформированного состояния, что позволяет затем находить локальные характеристики напряженно-деформированного состояния в отдельных композициях, на основе которых определяются условия локального разрушения (структурный метод).

Конструкции, имеющие слоистую структуру, состоят обычно из жестких несущих слоев и мягкого заполнителя. Классические гипотезы Кирхгофа — прямолинейность, недеформируемость и ортогональность нормальных к срединной поверхности волокон, позволяющие сводить трехмерную задачу теории упругости или пластичности к двумерной, не дают возможности учесть поперечные сдвиги и нормальные к срединной поверхности деформации, которые существенны при деформировании слоистых структур, состоящих из материалов с резко различными механическими свойствами.

Построена теория линейного и нелинейного деформирования многослойных пластин и оболочек, основанная на обобщении гипотезы Кирхгофа: для каждого слоя принимается, что нормаль к срединной поверхности до деформации остается прямолинейной и после деформации, но не ортогональной к деформированной срединной поверхности слоя [48–52]. Дано теоретическое и экспериментальное обоснование этой гипотезы [53, 54] и ее обобщение [55]. Разработан новый вариант теории многослойных оболочек [56].

Решен широкий круг практических задач деформирования многослойных пластин и оболочек. В частности, найдены критические параметры деформирования цилиндрических, конических оболочек, находящихся под действием всестороннего давления [52].

Конструкции, полученные намоткой высокопрочных нитей и пропитанных полимеризующимся связующим, позволяют обеспечить оптимальное изделие по прочности и устойчивости.

Показано, что упругое поведение плоского элемента стеклопластика с двумя взаимно ортогональными направлениями укладки арматуры удовлетворительно описывается моделью упругоортотропного тела

$$(2.1) \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E_1} \sigma_x - \frac{\nu_2}{E_2} \sigma_y, \quad \varepsilon_y = -\frac{\nu_1}{E_1} \sigma_x + \frac{1}{E_2} \sigma_y, \quad \gamma_{xy} = G^{-1} \tau_{xy}.$$

Здесь оси  $x$  и  $y$  направлены вдоль укладки арматуры; упругие постоянные  $E_1$ ,  $E_2$  пропорциональны количеству нитей, приходящихся на единицу площади сечения;  $G$  — модуль упругости матрицы. Ползучесть этого элемента также описывается соотношениями (2.1) с заменой постоянной  $G$  на оператор сдвиговой ползучести [57–59].

Построены структурные модели армированного слоя [60–62]. На их базе развита общая теория расчета на прочность армированных тонкостенных конструкций и принципы их рационального проектирования, что позволило учесть эффективность работы каждого элемента субструктуры, предсказать области и характер разрушения, определить разрушающие

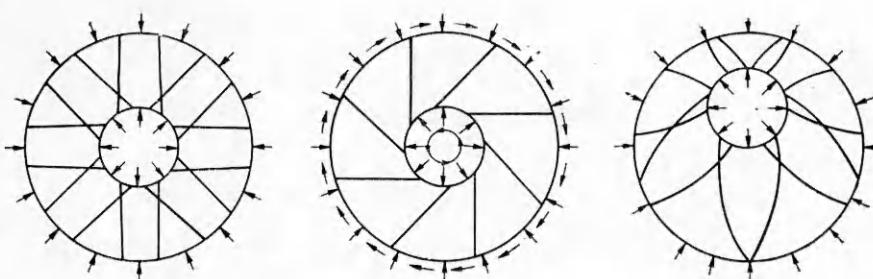


Рис. 3

нагрузки. Проведены конкретные расчеты стержневых конструкций, оболочек и панелей при различных условиях нагружения. Дано сравнение полученных теоретических результатов с экспериментальными. Разработаны практические рекомендации для создания изделий, рациональных по условиям прочности и устойчивости [61—65] (рис. 3, где указаны типовые схемы укладки равнонапряженной арматуры в круглых пластинах).

Для однонаправленного стеклопластика на основе сдвиговой модели, близкой к соотношениям (2.1), решен большой класс статических и динамических задач [66—72].

Полимеризованная смесь эпоксидной смолы с мелкоизрубленным стеклянным волокном — широко используемый композит хаотического армирования. Прочность такой пластмассы выше, чем прочность неармированного материала. Изделия из хаотически армированной пластмассы изготавливают достаточно просто путем формирования, выдавливания, литья. Построена механическая модель деформирования и разрушения хаотически армированного композита, на основе которой решен ряд задач о деформировании, разрушении и оптимальном проектировании некоторых конструкций [73—77].

### 3. Развитие методов решения задач механики твердого тела [73—139]

А. Теория упругопластического деформирования — основа расчетов на прочность в технике. Развиты методы, базирующиеся на теории аналитических функций, решения осесимметричных и других пространственных задач теории упругости [97].

Развита теория плоской задачи статической теории упругости в рамках модели физически и геометрически нелинейной упругости. Для варианта В. В. Новожилова получено обобщение формул Колосова — Мусхелишвили. Найдено решение ряда задач о концентрации напряжений около отверстия [98—101].

Групповой анализ методом Ли — Овсянникова уравнений упругости проведен в [102, 103]. Построена асимптотика решения ряда краевых задач теории упругости, когда малый параметр входит в соотношения закона Гука [104—106, 109, 110]; решение ряда задач теории упругости в напряжениях дано в [107, 108, 111].

Упругопластические задачи нашли широкое применение при проектировании конструкций и оценке их работоспособности, в механике разрушения, механике горных пород.

Основная трудность этого класса задач состоит в том, что в упругой и пластической областях имеют место разные системы уравнений, причем неизвестна граница, разделяющая эти области. Большой интерес в механике горных пород представляет задача о концентрации напряжений около отверстия, с помощью которой можно оценить зону неупругого деформирования около выработки. В предположении полного охвата отверстия пластической зоной, в которой напряженное состояние считается известным, задача сводится к отысканию трех аналитических вне единичного круга плоскости  $\zeta$  функций  $\varphi(\zeta)$ ,  $\psi(\zeta)$ ,  $\omega(\zeta)$ , которые при  $|\zeta| = 1$

удовлетворяют условиям

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \varphi(\xi) + \overline{\varphi(\xi)} &= H(\omega(\xi), \overline{\omega(\xi)}), \\ \overline{\omega(\xi)}\varphi'(\xi)/\omega'(\xi) + \psi(\xi) &= F(\omega(\xi), \overline{\omega(\xi)}). \end{aligned}$$

Здесь  $H(\omega, \overline{\omega})$ ,  $F(\omega, \overline{\omega})$  — известные функции;  $\omega(\xi)$  — отображающая функция, которая определяет упругопластическую границу. В [112—115, 118] даны способы и примеры решения системы (3.1) путем исследования соответствующего уравнения для  $\omega(\xi)$ , которое найдено из (3.1) исключением функций  $\varphi(\xi)$ ,  $\psi(\xi)$ . Получено условие рациональности отображающей функции

$$F(\omega(\xi), \overline{\omega(\xi)}) = N(\xi) + \overline{\omega(\xi)}M(\xi),$$

где  $N(\xi)$ ,  $M(\xi)$  — аналитические при  $|\xi| > 1$  функции [115].

Найдено точное решение системы (3.1) для экспоненциального условия текучести [116], которое дает хорошую аппроксимацию предельного условия для ряда горных пород, для условия текучести Соколовского и других условий текучести. Рассмотрен случай, когда упругопластическая граница близка к окружности [114, 122], исследован характер решения вблизи упругопластической границы [121]. С использованием представления о приобретенной анизотропии упругопластического состояния [1] найдены смещения в классической задаче Галина [119, 120]. Ряд квазистатических упругопластических задач для конечных тонкостенных тел вращения рассмотрен в [124, 125], где даны новые численные алгоритмы их решения.

В [117] предложен новый подход к решению классической задачи упругопластического кручения, позволивший доказать теорему существования и единственности решения и построить эффективный численный алгоритм ее решения.

Успешно применяются методы вариационных неравенств для доказательства теорем существования пространственных упругопластических задач [123].

Б. В элементах тонкостенных конструкций (пластинах и оболочках) одно из измерений (толщина) существенно меньше двух других. Широта использования тонкостенных конструкций в самолетостроении, судостроении и других отраслях вызывает необходимость больших инженерных расчетов. Это привело к созданию различных приближенных теорий упругопластического деформирования и устойчивости, основанных на использовании естественного малого параметра — отношение толщины к характерному размеру длины пластины или оболочки. Предложен вариант теории тонких пологих упругих оболочек переменной толщины, для которого система дифференциальных уравнений согласована с естественными краевыми условиями. Для пластинки и сферической оболочки постоянной толщины в явной форме выражен общий интеграл системы дифференциальных уравнений посредством аналитических функций одной комплексной переменной [78]. Асимптотическим методом исследован спектр в задачах устойчивости и поведения тонкостенных конструкций при интенсивном нагружении. Обнаружено существование точек сгущения собственных значений в задачах устойчивости оболочек при наличии возмущений. Показана существенная роль плотности собственных значений в задачах развития динамических форм потери устойчивости [79—83]. Современное состояние вопросов устойчивости упругих и упругопластических оболочек рассмотрено в [84, 139]. При произвольных поворотах и деформациях трехмерная пелинейная задача деформирования оболочки сведена к двумерной задаче деформирования ее базисной поверхности [85, 86].

Развиты методы решения задач конструктивно неоднородных пластин и оболочек. Получены условие пластичности [87] и уравнения упругопластического изгиба подкрепленных оболочек [88, 89].

Исследовано осесимметричное выпучивание несимметрично подкрепленных цилиндрических оболочек при совместном действии внутреннего

давления и осевой сжимающей силы в предположении, что продольные и окружные ребра работают независимо друг от друга [90].

Получено решение ряда динамических задач подкрепления пластин на основе схемы жесткопластического анализа [91, 92]. Построены уравнения, связывающие скорости деформаций пластин и оболочек с усилиями и моментами [93, 94]. На основе метода, использующего разложение функций по полиномам Лежандра, найдены уточненные уравнения деформирования неоднородных пластин и оболочек [95, 96].

В. Оптимизация конструкций в соответствии с выбранным критерием качества (прочностью, весом, амплитудно-частотной характеристикой) — бурно развивающийся раздел механики твердого тела. Разработке методов проектирования упругих и упругопластических тел с варьируемой внутренней структурой, формой тела и другими параметрами конструкции посвящены работы [126—129].

Интересные результаты получены в задачах оптимизации слоистых конструкций, составленных из заданного набора материалов [130—137]. Главной особенностью таких задач является то, что управлением, характеризующим структуру слоистых систем, служат кусочно-постоянные функции с дискретной областью значений. Это в свою очередь приводит к невозможности построения малых вариаций управления, обычно используемых в вариационном исчислении, так как среди конечного набора может не оказаться материалов с близкими свойствами. Поэтому для вывода необходимых условий оптимальности, а главное для организации вычислительного алгоритма требуется использовать конечные вариации управления на множестве малой меры (игольчатые вариации). При этом получаемые в процессе оптимизации оптимальные конструкции будут слоистыми с конкретными размерами и структурой, хотя заранее число слоев в конструкции, толщины и материалы слоев не известны.

#### 4. Динамические задачи и механика разрушения [140—212].

А. Изучение распространения волн в твердых деформируемых телах ведется в различных коллективах Сибирского отделения, включая ВЦ и Институт геологии и геофизики. Некоторые сводные результаты по этим задачам приведены [140—142, 201].

Исследование затухания волн напряжений в прочных горных породах показало непригодность упругой модели для количественных расчетов. Для решения задач о затухании сферических и цилиндрических волн предложены модели с внутренним трением [6, 7, 28], а решения задач построены методом теории «коротких» волн С. А. Христиановича. Если отношение максимальных главных напряжений в сферической волне напряжений определяется из закона Кулона коэффициентом бокового давления  $\alpha (\sigma_\phi = \alpha \sigma_r)$ , то затухание максимальных радиальных напряжений  $\sigma_r^{\max}$  с расстоянием  $r$  происходит по закону  $\sigma_r^{\max} \sim r^{-(2-\alpha)}$ .

Влияние разгрузки для «слабой» волны оказывается несущественным [26]. Интересно отметить, что для «короткой» и «слабой» волн справедлива приближенная связь между радиальным напряжением и скоростью частиц  $v$ :

$$-\sigma_r \approx \rho_0 v a,$$

где  $\rho_0$  — плотность;  $a$  — скорость звука ( $a \approx v_\rho$ ,  $v_\rho$  — скорость продольных волн). Это соотношение точное для плоской упругой волны, точное для ударной волны, если вместо  $\alpha$  подставить  $D$  — скорость ударной волны (для слабой волны  $D \approx \alpha$ ). Оно часто используется при обработке экспериментальных данных и оказывается верным в теории коротких волн [6, 7, 26].

Новые результаты в задачах распространения нестационарных волн в упругих средах и конструкциях получены в 1965—1970 гг. [142, 144]. Разработанный здесь метод совместного обращения двукратных интегральных преобразований позволил получить новые качественные эффекты, определяющие основную структуру волновых процессов в цилиндрических системах при локальных движущихся воздействиях, установить

гриццил принцип соответствия стационарных и нестационарных решений, проанализировать и описать количественно квазистационарные режимы. Важный результат, имеющий непосредственные практические приложения,— выявление характерных особенностей резонансных процессов, формирующихся в цилиндрической системе при распространении нагрузки с критической скоростью вдоль ее оси.

Метод интегральных преобразований с различными способами обращения оригиналов и решениями ряда новых динамических задач для гидроупругих тел и конструкций получил свое развитие в [144, 149].

Исследование нестационарных процессов деформаций базируется на разработанных в [142, 146] аналитических и численных методах [149, 151], специально приспособленных к расчету фронтовых зон. В [152—154] изучены особенности волновых процессов в анизотропных средах и конструкциях при различных режимах нагружения. Стационарные и нестационарные волновые поля в составных конструкциях и слоистых структурах с анализом спектральных свойств кусочно-однородных тел периодического строения (в том числе эффектов пропускания (непропускания), резонансов, антирезонансов, биений) изучены в [149, 153]. Благодаря разработанному в [153] способу механизации численной дисперсии в алгоритмах явных конечно-разностных схем удалось получить [154—156] практически точные решения нестационарных задач динамики составных конструкций, взаимодействующих с упругими и акустическими средами.

Следует упомянуть также о работах, связанных с изучением различных постановок задач теории упругости и линейной вязкоупругости. Они выполнены в основном в ВЦ СО АН СССР и связаны с разработкой и обоснованием эффективных численных алгоритмов решения задач статики и динамики упругого тела. Прежде всего отметим постановку динамической задачи теории упругости в «скоростях-напряжениях» [162]:

$$(4.1) \quad \frac{\partial W}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 A_i \frac{\partial W}{\partial x} = f.$$

Система (4.1) симметрична по Фридрихсу и в сочетании с методом расщепления по пространственным переменным позволила построить и обосновать достаточно эффективные разностные схемы для задач динамики [158].

Новая постановка динамических и статических задач теории упругости в терминах «напряжения» изучалась в [159, 161].

Для решения задач высокоскоростного и ударно-волнового нагружения и деформирования С. К. Годунов сформулировал модель вязкоупругого тела максвелловского типа с пелинейной зависимостью времени релаксации касательных напряжений от параметров, характеризующих напряженно-деформированное состояние среды [162]. Модель развита, апробирована и реализована в конкретных расчетах. Методика построения зависимости для времени релаксации касательных напряжений приведена в [163, 164]. Предложен метод численного решения задач в данной модели [165]. Исследованию вязкости металлов при высокоскоростном нагружении посвящена работа [167].

В [168] рассмотрена модель проникания ударника в деформируемую среду на основе представления о жесткопластическом теле. Для решения многомерных задач высокоскоростного взаимодействия в газодинамическом приближении использовался модифицированный метод частиц в ячейках [169, 170], что позволило уменьшить счетные колебания по локальным параметрам течения и существенно сократить время счета. Создание теории дифференциальных анализаторов ударных волн и ударных волн с релаксацией позволило предложить практические критерии определения по результатам расчетов положения фронта ударной волны для данного класса задач [171]. Это существенно упростило объем и обработку результатов расчетов.



Рис. 4

При решении задач в рамках модели Праптля — Рейсса применялся модифицированный метод М. Уилкинса [172], модификация которого состояла в локальной перестройке разностной сетки с выполнением всех законов сохранения в процессе счета, что позволило проводить расчеты с большими деформациями среды, уменьшая при этом общее время счета на ЭВМ, и доводить решение практических задач до конца. В настоящее время такой способ существенно расширен по своим возможностям [173].

На рис. 4 приведено деформирование сетки первоначально прямоугольных элементов в задаче соударения податливого ударника с жесткой преградой.

Б. В [175] наряду с перечислением ряда основных работ по механике разрушения обсуждаются некоторые основные вопросы механики трещин, критерии разрушения. В [176] проводится анализ типичных задач теории трещин в рамках линейной и нелинейной теории упругости, а также рассмотрены трещины в упругопластическом материале.

Решения, полученные на основе линейной теории упругости, не удовлетворяют условиям применимости этой теории, так как в вершине трещины повороты велики, а деформации не ограничены. На основе нелинейной теории оценена область у края трещины, где существенна нелинейность. Оказывается, что для достаточно жестких материалов физическая нелинейность должна сказываться на больших расстояниях от края трещины, чем геометрическая. Отсюда следует, что использование геометрических линейных теорий для анализа рассматриваемых задач разрушения имеет реальный смысл. Изучены также типичные плоские задачи динамики трещин в линейно-упругом теле: пестационарные, стационарные, автомодельные.

Большое внимание удалено выводу и обсуждению применимости наиболее употребительных критериев роста трещины — силовому и энергетическому. Отмечается их неэквивалентность (например, при повороте трещины в упругом теле) и большая общность силового критерия в форме, предложенной В. В. Новожиловым. В связи с этим возникает необходимость учета структуры материала (разрушения на микроуровне) для нормирования напряжений в критерии разрушения.

Разрушение на микроуровне, связь между микроструктурными свойствами материала и микроскопическими характеристиками разрушения рассмотрены в [66, 178, 180]. Для этого решены задачи о движении трещины в дискретных средах и проведено сравнение с аналогичными решениями для непрерывной среды.

В [180] задачи о разрушении композитов решаются в нелинейной постановке на основе численных методов. Исследованы в плоской и пространственной постановках процессы распространения трещин отрыва и сдвига и локализации зон разрушения при мгновенном разрыве единичного волокна. В [181] создана теория роста усталостной трещины на основе анализа упругопластического решения Дайгдейла — Панасюка в условиях циклического нагружения. Методы решения динамических задач теории трещин и упрощенная приближенная модель для этих задач рассматриваются в [178—180].

Получено приближенное решение о равновесии системы параллельных трещин [191], на основе которого доказана неустойчивость развития фронта таких трещин [192]. Характеристики роста возмущений при этом вместе с данными о затухании волн нагрузки при взрыве были положены в основу формулы для среднего куска, возникающего при разрушении горной породы при взрыве [193]. Экспериментально изучены закономерности развития трещин в оргстекле [197]. В качестве паспортной характеристики

ки материала предложена зависимость, связывающая скорость трещины и коэффициент интенсивности напряжений. Полученные данные использованы при оценке разрушающего действия взрыва в хрупкой горной породе [192, 195; 197].

В настоящее время общепринятой моделью очага землетрясения является модель разрыва земной коры магистральной трещиной сдвига. При этом на берегах растущей трещины происходит динамический сброс напряжений. Волны разгрузки, идущие от очага, вызывают сотрясения дневной поверхности полупространства. Данная задача, которая может быть применена и в горном деле для оценки последствий горного удара, рассмотрена в [183].

Критерии разрушения твердых тел при отколе, в том числе с учетом фактора повреждаемости, рассмотрены в [140, 185, 186]. Такой подход естествен при изучении феноменологии разрушения, происходящего в некоторой области [187, 188], а также при развитии численных методов в задачах механики хрупкого разрушения. В свою очередь эти расчеты позволяют выработать критерии разрушения твердых тел при динамическом нагружении [140, 185, 186] в виде инвариантных связей критических значений макрохарактеристик процессов разрушения (напряжений и деформаций), хотя в механике проявляются и сведения о кинетике разрушения на микроуровне [140, 190]. Для такого же очага рассмотрены решения в приближении антиплоской деформации и получены замкнутые решения, связывающие «размеры» очага, энергию и перемещение на берегах трещины [189].

Важные научные и народнохозяйственные задачи связаны с применением к геофизике, в частности к сейсмическим исследованиям (изучение внутреннего строения Земли, поиски полезных ископаемых, прогноз землетрясений, вулканических извержений, цунами, контроль за ядерными испытаниями).

В Сибирском отделении АН СССР (ВЦ, ИМ, ИГ, ИГД) исследовались два класса задач: прямые и обратные задачи теории распространения волн (упругих, электромагнитных, гидроакустических). В прямых задачах предполагается известным механическое строение среды и источники колебаний — прогнозируется режим колебаний среды; в обратных задачах по заданному режиму колебаний некоторых множеств точек и заданным источникам синтезируется структура среды.

Наиболее общий метод решения прямых задач для сложных моделей сред — асимптотический (при высоких частотах) «лучевой метод», теоретически разработанный группой ленинградских и сибирских ученых [201], реализованный численно в ВЦ СО АН СССР в 1967 г. [202]. Он нашел широкое практическое приложение в сейсмологии и сейсморазведке. Ограничения, возникающие в связи с асимптотическим характером лучевого метода, преодолены благодаря развитию численных методов и использованию ЭВМ.

Развиты численные методы решения прямых динамических задач сейсмики в точной постановке, основанные на идее комплексирования аналитических подходов с методами конечных разностей. Решена задача Лэмба, для неоднородных моделей среды открыты новые типы сейсмических волн, которые не подчиняются законам геометрической сейсмики [203]. Этот подход развит для неоднородных анизотропных, неупругих и пористых сред [203, 204], а также для решения задачи теории упругости в скоростях и напряжениях [203]. Численно-аналитический подход оказался эффективным и при решении задач по теории распространения сейсмических волн для дву- и трехмерно-неоднородных моделей сред [203, 208]. Для решения задач глубинного сейсмического зондирования развиты методы вибрационного просвечивания [204, 205].

Для более детального изучения процессов распределения сейсмических волн в сложных построенных средах и преодоления влияния различных неоднородностей на формирование и распространение сейсмических волновых полей необходимо располагать наряду с методами решения пря-

мых динамических задач сейсмики (т. е. задач расчета сейсмических волн) также и методами решения обратных задач, т. е. задач определения структуры тела по заданному режиму колебаний некоторых его поверхностей, что позволит создать замкнутый аппарат математического моделирования волновых процессов и тем самым производить их детальное и всестороннее изучение.

В этом направлении за 30 лет в Сибирском отделении АН СССР (Институт гидродинамики, Институт математики, Вычислительный центр) произведен широкий круг исследований по анализу корректности постановки обратных задач, существованию и единственности их решений [206, 207], а также развитию численных методов определения строения изучаемых тел [202, 206]. Довольно детально изучены и реализованы методы и алгоритмы определения строения слоисто-неоднородных сред, опровергнутые как на результатах численно, так и в реальных полевых экспериментах.

Опыт развития механики деформируемого твердого тела в СО АН СССР показал, что развитие основных модельных представлений в динамике и статике, развитие численных и комбинированных методов исследований, дополненное ограниченным, но направленным экспериментом, позволит успешно решать задачи, поставленные практикой. Время требует дальнейшего развития знаний на стыке механики деформируемого тела и физики твердого тела — это относится к изучению неупругих деформаций и разрушения, к обоснованию выбора новых материалов и оптимизации конструкций. Примерами таких исследований являются работы Института физико-технических проблем Севера ЯФ СО АН СССР по хладноломкости [209—211] и Института проблем прочности и материаловедения Томского филиала СО АН СССР [212]. В области методов решения необходимо ориентироваться на широкое применение современной вычислительной техники и средств автоматизации как при постановке экспериментальных работ, так и при доведении результатов до ощущимых приложений.

Авторы выражают благодарность А. Н. Коновалову, Ю. В. Немировскому, В. С. Никифоровскому, О. В. Соснину, М. В. Степаненко, В. М. Фомину, Е. Н. Шеру, Л. И. Слепяну за обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Христианович С. А., Шемякин Е. И. К вопросу идеальной пластичности // Изв. АН СССР. МТТ.— 1967.— № 4.
- Христианович С. А., Шемякин Е. И. О плоской деформации пластического материала при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ.— 1969.— № 5.
- Анин Б. Д. Экспериментальное исследование пластических свойств материалов при сложном нагружении // Механика твердого тела.— Варшава (ПНР), 1978.
- Коврижных А. М. Вариант теории пластического течения, основанный на сдвиговом механизме деформирования // ПМТФ.— 1982.— № 6.
- Ревуженко А. Ф., Чапышев А. И., Шемякин Е. И. Математические модели упругопластических тел // Актуальные проблемы вычислительной математики и математического моделирования.— Новосибирск: Наука, 1985.
- Шемякин Е. И. О волнах напряжений в прочных горных породах // ПМТФ.— 1963.— № 5.
- Христианович С. А., Шемякин Е. И. О динамической сжимаемости прочных горных пород и металлов // ПМТФ.— 1964.— № 3.
- Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. О механизме деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // ФТПРПИ.— 1974.— № 3.
- Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. О возможном механизме перемещения масс Земли // ДАН СССР.— 1983.— Т. 272, № 5.
- Ревуженко А. Ф. Один класс сложных нагрузений неупругой среды // ПМТФ.— 1986.— № 5.
- Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. Однородный сдвиг сыпучего материала. Локализация деформаций // ФТПРПИ.— 1983.— № 5.
- Ревуженко А. Ф. О деформировании сыпучей среды. Ч. 4. Микровращения // ФТПРПИ.— 1983.— № 6.
- Бушманова О. П., Ревуженко А. Ф. О давлении сыпучих материалов на податливые ограждающие конструкции // ФТПРПИ.— 1981.— № 6.
- Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. Задачи механики сыпучих сред в горном деле // ФТПРПИ.— 1982.— № 3.

15. Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. Несимметрия пластического течения в сходящихся осесимметричных каналах // ДАН СССР.— 1979.— Т. 246, № 3.
16. Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. Некоторые постановки краевых задач L-пластичности // ПМТФ.— 1979.— № 2.
17. Христианович С. А. Деформация упрочняющегося пластического материала // Изв. АН СССР. МТТ.— 1974.— № 2.
18. Шемякин Е. И. Анизотропия пластического состояния // ЧММСС.— 1973.— Т. 4, № 4.
19. Линдин Г. Л. Об упрочнении упругопластического тела // ПМТФ.— 1976.— № 3.
20. Жигалкин В. М. О характере упрочнения пластического материала. Сообщение 1, 2 // Пробл. прочности.— 1980.— № 2.
21. Жигалкин В. М., Никитенко А. Ф., Усова О. М. Об упругопластическом деформировании титанового сплава в условиях плоского напряженного состояния // ПМТФ.— 1984.— № 1.
22. Жигалкин В. М., Коврижных А. М., Никитенко А. Ф., Усова О. М. О пластической деформации титанового сплава в пластической области при двухосном напряженном состоянии // Аннот. докл. V Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике.— Алма-Ата: Наука, 1984.
23. Шишмарев О. А., Щербо А. Г. Исследование некоторых сложных процессов нагружения стали с разгрузками // ПМ.— 1982.— Т. 18, № 3.
24. Жигалкин В. М., Семенов В. Н., Усова О. М. Влияние частичной разгрузки при сложном нагружении на характер упрочнения материала.— Аннот. докл. VI Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике.— Ташкент, 1986.
25. Ильюшин А. А. Пластичность.— М.: Изд-во АН СССР, 1963.
26. Бабаков В. А. Влияние упругой разгрузки на затухание максимальных амплитуд в волне напряжений // ФТИРПИ.— 1969.— № 4.
27. Ленский В. С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упругопластической деформации // Вопросы теории пластичности.— М.: Изд-во АН СССР, 1961.
28. Шемякин Е. И., Жигалкин В. М., Линдин Г. Л. К вопросу о резервах прочности при пластическом деформировании // Тр. Всесоюз. совещ. по прочности материалов и элементов конструкции при сложном напряженном состоянии.— Киев: Наук. думка, 1978.
29. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкции.— М.: Физматгиз, 1966.
30. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть.— М.: Наука, 1970.
31. Милейко С. Т., Теленков В. И. Кратковременная ползучесть алюминиевых сплавов // ПМТФ.— 1962.— № 5.
32. Наместников В. С. Об одной гипотезе в теории трехосной ползучести.— Изв. СО АН СССР.— 1960.— № 2.
33. Наместников В. С., Работнов Ю. Н. О гипотезе упрочнения при ползучести // ПМТФ.— 1961.— № 3.
34. Малинин Н. И. К теории анизотропной ползучести // ПМТФ.— 1964.— № 3.
35. Соснин О. В. Об анизотропной ползучести материалов // ПМТФ.— 1965.— № 6.
36. Соснин О. В. К анизотропной ползучести материалов // ПМТФ.— 1966.— № 4.
37. Соснин О. В. О ползучести упрочняющихся материалов // Изв. АН СССР. МТТ.— 1968.— № 3.
38. Соснин О. В. К вопросу о существовании потенциала ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1971.— № 5.
39. Соснин О. В. О направленности деформационного упрочнения при ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1970.— № 3.
40. Никитенко А. Ф., Соснин О. В. и др. О ползучести упрочняющихся материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие // ПМТФ.— 1971.— № 2.
41. Шведодуб И. Ю. О некоторых возможных путях построения теории установившейся ползучести сложных сред // Изв. АН СССР. МТТ.— 1981.— № 2.
42. Никитенко А. Ф., Торшонов Н. Г. Экспериментальная проверка гипотезы существования термомеханической поверхности для титанового сплава // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1976.— Вып. 25.
43. Никитенко А. Ф. Экспериментальное обоснование гипотезы существования поверхности ползучести в условиях сложного нагружения. Сообщение 1, 2 // Пробл. прочности.— 1984.— № 8.
44. Соснин О. В. О варианте теории ползучести с энергетическими параметрами упрочнения // Механика деформируемых тел и конструкций.— М., 1975.
45. Соснин О. В., Шокало И. К. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Сообщение 2. Ползучесть и разрушение материалов с начальными упрочнениями // Пробл. прочности.— 1974.— № 1.
46. Соснин О. В., Горев Б. В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Сообщение 3. Ползучесть и длительная прочность вращающихся дисков // Пробл. прочности.— 1974.— № 3.
47. Соснин О. В., Горев Б. В., Рубанов В. В. К обоснованию энергетического варианта теории ползучести. Сообщение 2. Расчет элементов конструкций и экспериментальная проверка результатов // Пробл. прочности.— 1976.— № 3.

48. Григолюк Э. И. Уравнения трехслойных оболочек с легким заполнителем // Изв. АН СССР. ОТН.— 1958.— № 1.
49. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Малые деформации, устойчивость и колебания несимметричных трехслойных плит с жестким заполнителем // ДАН СССР.— 1963.— Т. 149, № 1.
50. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Нелинейные уравнения тонких упругих слоистых анизотропных пологих оболочек с жестким заполнителем // Изв. АН СССР. ОТН.— 1965.— № 5.
51. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Нелинейные уравнения пологих многослойных оболочек регулярного строения // Изв. АН СССР. МТТ.— 1967.— № 1.
52. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек.— М.: Машиностроение, 1973.
53. Григолюк Э. И., Корнеев В. М. Обоснование уравнений трехслойных пластин несимметричной структуры с жестким заполнителем // Изв. АН СССР. МТТ.— 1966.— № 6.
54. Баев Л. В., Чулков П. П. К расчету слоистых пластин // Механика полимеров.— 1969.— № 6.
55. Баев Л. В. Расчет многослойных пластин с учетом поперечного сдвига и обжатия // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1970.— Вып. 6.
56. Андреев А. Н., Немировский Ю. В. К теории упругих многослойных анизотропных оболочек // Изв. АН СССР. МТТ.— 1977.— № 5.
57. Брызгалин Г. И. К расчету на ползучесть пластинок из стеклопластиков // ПМТФ.— 1963.— № 4.
58. Брызгалин Г. И. К описанию анизотропной ползучести стеклопластиков // ПМТФ.— 1963.— 6.
59. Брызгалин Г. И. Испытание на ползучесть пластин из стеклопластика // ПМТФ.— 1965.— № 4.
60. Немировский Ю. В. Об условиях пластичности (прочности) для армированного слоя // ПМТФ.— 1969.— № 5.
61. Немировский Ю. В. Об упругопластическом поведении армированного слоя // ПМТФ.— 1969.— № 6.
62. Немировский Ю. В. Уравнения изгиба и устойчивости армированных оболочек и пластин из вязкоупругого материала // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1970.— Вып. 4.
63. Немировский Ю. В. Рациональное проектирование армированных конструкций с точки зрения прочности и устойчивости // Прикл. проблемы прочности и пластичности.— Горький: Горьк. ун-т, 1977.— Вып. 6.
64. Немировский Ю. В. Некоторые вопросы разрушения тонкостенных изгибаемых конструкций из армированных пластиков // Механика композит. материалов.— 1979.— № 2.
65. Немировский Ю. В., Резников Б. С. Прочность элементов конструкций из композитных материалов.— Новосибирск: Наука, 1986.
66. Михайлов А. М. О разрушении однонаправленного стеклопластика // Изв. АН СССР. МТТ.— 1973.— № 5.
67. Михайлов А. М. Трещина сдвига в однонаправленном стеклопластике // Изв. АН СССР. МТТ.— 1975.— № 1.
68. Михайлов А. М. Динамика однонаправленного стеклопластика // ПМТФ.— 1974.— № 4.
69. Михайлов А. М. Динамическая концентрация напряжений около дефекта в стеклопластике // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1974.— Вып. 19—20.
70. Ермак А. А., Михайлов А. М. Динамическая концентрация напряжений в стеклопластике // ПМТФ.— 1978.— № 6.
71. Колиаков А. Г. Концентрация напряжений в конструкциях из однонаправленного композита // ПМТФ.— 1982.— № 2.
72. Анинин Б. Д., Колиаков А. Г. Расчет напряженно-деформированного состояния конструкции из однонаправленного композита // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности материала VII Всесоюз. конф.— Новосибирск, 1982.
73. Анинин Б. Д. Определяющие уравнения хаотически армированного материала // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1974.— Вып. 19—20.
74. Анинин Б. Д. Математические модели деформирования и разрушения дисперсно-упрочненных материалов // Тр. 5-го Междунар. симпоз. о композиционных математических материалах.— Смоленице (ЧССР), 1983.
75. Анинин Б. Д. Оптимальное проектирование упругих анизотропных неоднородных тел // Теоретична и приложна механика (Доклады).— София, 1977.— Т. 1.
76. Рогозин И. Д. Полый шар из хаотически армированного материала под действием внутреннего давления // ПМТФ.— 1975.— № 2.
77. Алексин В. В. Оптимальное проектирование сферического и цилиндрического сосуда максимальной жесткости // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1978.— Вып. 34.
78. Векуа И. Н. Об одном варианте теории тонких пологих оболочек // Лекции по спецкурсу «Математическая теория оболочек».— Новосибирск: НГУ, 1967.

79. Корнев В. М. К формулировке граничных условий упрощенных уравнений оболочек вращения // ПММ.— 1970.— Т. 34, № 1.
80. Корнев В. М. Определение критических нагрузок и форм потери устойчивости упругих оболочек вращения // Изв. АН СССР. МТТ.— 1970.— № 2.
81. Бендин Н. Н., Корнев В. М. О плотности собственных значений в задачах устойчивости тонких упругих оболочек // ПММ.— 1971.— Т. 35, № 2.
82. Вахромеев Ю. М., Корнев В. М. Одночастотные колебания стержней при конечных прогибах // Изв. АН СССР. МТТ.— 1971.— № 3.
83. Корнев В. М. Об аппроксимации в задачах устойчивости и колебаний тонких упругих оболочек при сгущении собственных значений // Изв. АН СССР. МТТ.— 1972.— № 2.
84. Григорюк Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек.— М.: Наука, 1978.
85. Шкутин Л. И. Нелинейная модель оболочки с недеформируемыми поперечными волокнами // ПМТФ.— 1982.— № 1.
86. Шкутин Л. И. Нелинейная модель оболочки с деформируемыми поперечными волокнами // ПМТФ.— 1984.— № 1.
87. Немировский Ю. В., Работнов Ю. Н. Предельное равновесие подкрепленных цилиндрических оболочек // Изв. АН СССР. ОТН.— 1963.— № 3.
88. Немировский Ю. В. О предельном состоянии слоистых и конструктивно ортотропных цилиндрических оболочек // Инж. журн. МТТ.— 1966.— № 5.
89. Вохмянин И. Т., Немировский Ю. В. Изгиб и выпучивание конструктивно-неоднородных пластин и оболочек за пределом упругости // Изв. АН СССР. МТТ.— 1971.— № 2.
90. Волчков Ю. М., Немировский Ю. В. Выпучивание подкрепленных цилиндрических оболочек в условиях ползучести // Тр. 6-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин.— М.: Наука, 1968.
91. Иванов Г. В., Немировский Ю. В., Работнов Ю. Н. Динамика жесткопластической системы перекрестных связей // Изв. АН СССР. ОТН.— 1963.— № 2.
92. Комаров К. Л., Немировский Ю. В. Динамика жесткопластических элементов конструкций.— Новосибирск: Наука, 1984.
93. Иванов Г. В. Упругопластическое течение оболочек при условии пластичности Мизеса // Изв. АН СССР. МТТ.— 1969.— № 3.
94. Волчков Ю. М., Иванов Г. В., Солодовников В. Н. Уравнения связи между скоростями кривизн, скоростями моментов и моментами при упругопластическом изгибе пластин // Изв. АН СССР. МТТ.— 1970.— № 2.
95. Иванов Г. В. Решение плоской смешанной задачи теории упругости в виде рядов по полиномам Лежандра // ПМТФ.— 1976.— № 6.
96. Иванов Г. В. Теория пластин и оболочек // Новосибирск: НГУ, 1980.
97. Александров А. Я., Соловьев Ю. И. Пространственные задачи теории упругости (применение методов теории функций комплексного переменного).— М.: Наука, 1978.
98. Бондарь В. Д. О плоской статистической задаче нелинейной теории упругости // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1970.— Вып. 6.
99. Бондарь В. Д. Обобщение формул Колосова — Мусхелишвили на геометрическую нелинейную упругость // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1971.— Вып. 7.
100. Бондарь В. Д. Плоская задача нелинейной упругости при шаровом тензоре деформаций // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1975.— Вып. 22.
101. Бондарь В. Д. Об условиях эллиптичности статических уравнений нелинейной упругости при плоской деформации // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1981.— Вып. 49.
102. Чиркунов Ю. А. Групповой анализ уравнений Ламэ // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1975.— Вып. 23.
103. Анинин Б. Д., Бытев В. О., Сенашев С. И. Групповые свойства уравнений упругости и пластичности.— Новосибирск: Наука, 1985.
104. Боган Ю. А. Об изгибе сектора сильно анизотропного упругого кольца // ПМТФ.— 1984.— № 3.
105. Боган Ю. А. Две краевые задачи для сильно анизотропного неоднородно упругого кольца // ПММ.— 1983.— Т. 47, вып. 6.
106. Боган Ю. А. Об одной сингулярно возмущенной краевой задаче в плоской теории упругости // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1983.— Вып. 61.
107. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Исследование динамического поля напряжений в окрестности точки приложения поверхностей нагрузки // Тр. Совета по народнохозяйственному использованию взрыва.— 1962.— № 23.
108. Никифоровский В. С. Исследование динамического поля напряжений в упругом полупространстве под действием осесимметричной распределенной нагрузки // ПМТФ.— 1964.— № 2.
109. Колпаков А. Г. Эффективные жесткости композиционных пластинок // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 4.
110. Колпаков А. Г. К определению усредненных характеристик упругих каркасов // ПММ.— 1985.— Т. 49, вып. 6.
111. Васильковский С. Н. Численное решение плоской задачи теории упругости в напряжениях // ФТПРИ.— 1968.— № 3.

112. Аннин Б. Д., Черепанов Г. П. Упругопластическая задача.— Новосибирск: Наука, 1983.
113. Острогаблин Н. И. Упругопластическое распределение напряжений около отверстий.— Новосибирск: Наука, 1984.
114. Аннин Б. Д. Двумерные упругопластические задачи.— Новосибирск: НГУ, 1968.
115. Аннин Б. Д. Упругопластическое распределение напряжений в плоскости с отверстием // ДАН СССР.— 1969.— Т. 184, № 2.
116. Аннин Б. Д. Одна плоская упругопластическая задача при экспоненциальном условии текучести // Инж. журн. МТТ.— 1966.— № 3.
117. Аннин Б. Д. Существование и единственность решения задачи упругопластического кручения цилиндрического стержня овального поперечного сечения // ПММ.— 1965.— Т. 29, вып. 5.
118. Острогаблин Н. И. Упругопластическое распределение напряжений в плоскости, ослабленной конечным числом круговых отверстий // ПМ.— 1973.— Т. 9, № 10.
119. Острогаблин Н. И. Определение смещений в задаче Л. А. Галина // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1973.— Вып. 14.
120. Эрлихман Ф. М. Определение перемещений в задаче Л. А. Галина // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1970.— Вып. 4.
121. Эрлихман Ф. М., Машуков В. И. О поведении решений в окрестности упругопластической границы // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1970.— Вып. 4.
122. Монахов В. Н. Красные задачи для эллиптических систем уравнений.— Новосибирск: Наука, 1977.
123. Хлуднев А. М. О существовании решений в теории идеальной пластичности Генки // ПМТФ.— 1984.— № 1.
124. Волчков Ю. М., Коробейников С. Н. Численное решение упругопластических задач теории оболочек // Материалы V Всесоюз. конф. по численным методам решения задач теории упругости и пластичности.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.— Ч. II.
125. Волчков Ю. М., Коробейников С. П. Оценка предельной нагрузки упругопластических оболочек вращения // ПМТФ.— 1981.— № 4.
126. Иванов Г. В. Оптимальная переменная толщина оболочек вращения // Тр. 8-й Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек.— Новосибирск: Наука, 1971.
127. Немировский Ю. В. Безмоментные оболочки с равнонапряженной арматурой // Изв. АН СССР. МТТ.— 1977.— № 3.
128. Немировский Ю. В. Оптимальное проектирование пологих оболочек и пластин из композитов // Численные методы решения задач упругости и пластичности: Материалы VIII Всесоюз. конф.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1984.
129. Соловьевников В. Н. Оптимизация упругих оболочек вращения // ПММ.— 1978.— Т. 42, вып. 3.
130. Бабе Г. Д., Гусев Е. Л. Оптимизация многослойных структур при прохождении волн // ДАН СССР.— 1983.— Т. 268, № 6.
131. Бабе Г. Д., Каниболотский М. А., Уржумцев Ю. С. Оптимизация многослойных конструкций, подвергнутых периодическим температурным воздействиям // ДАН СССР.— 1983.— Т. 269, № 2.
132. Уржумцев Ю. С., Каниболотский М. А. Эффект синергизма в механике многослойных конструкций // Механика композит. материалов.— 1984.— № 2.
133. Алексин В. В. Оптимизация слоистых цилиндра и сферы минимального веса при наличии ограничений // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1984.— Вып. 65.
134. Алексин В. В. Оптимизация слоистых тел при ограничении на основную частоту собственных колебаний // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1984.— Вып. 66.
135. Алексин В. В., Каниболотский М. А. Оптимизация массы слоистой среды из конечного набора материалов // Механика композит. материалов.— 1986.— № 2.
136. Аптуров В. Н., Белоусов В. Л., Каниболотский М. А. Оптимизация структуры слоистой плиты при проникании жесткого ударника // Механика композит. материалов.— 1986.— № 2.
137. Аннин Б. Д., Алексин В. В. Синтез слоистых композитов // VI Междунар. симп. о композиционных металлических материалах.— Высоки Татры — Стара Лесна (ЧССР), 1986.— Т. 1.
138. Александров А. Я., Ахмедзянов М. Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела.— М.: Наука, 1973.
139. Немировский Ю. В. Устойчивость и выпучивание конструктивно анизотропных и неоднородных оболочек и пластин // Итоги науки и техники. Механика твердых деформируемых тел.— М.: ВИНИТИ, 1979.— Т. 9.
140. Шемякин Е. И. Динамические задачи теории упругости и пластичности.— Новосибирск: НГУ, 1968.
141. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1979.
142. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны.— Л.: Судостроение, 1972.
143. Никольский Э. В. Метод эквивалентных систем в теории распространения волн.— Новосибирск: Наука, 1982.

144. Слепян Л. И., Яковлев Ю. С. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики.—Л.: Судостроение, 1980.
145. Айзенберг М. В. О резонансных волнах в полом цилиндре // Изв. АН СССР. МТТ.—1969.—№ 1.
146. Айзенберг М. В. Низкочастотный волновой процесс деформаций в полуబесконечной цилиндрической оболочке, погруженной в сжимаемую жидкость // Изв. АН СССР. МТТ.—1972.—№ 3.
147. Сарайкин В. А. Плоская задача Лэмба для анизотропного полупространства // ФТПРПИ.—1974.—№ 3—4.
148. Сарайкин В. А. Приближенные уравнения динамики упругого слоя // ПМТФ.—1977.—№ 4.
149. Степаненко М. В. Эволюция нестационарных упругих волн в составных цилиндрических системах, подверженных воздействию локальных импульсных нагрузок // Динамика сплошной среды.—Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1977.—Вып. 29.
150. Михайлов А. М. Неосесимметричное динамическое нагружение оболочки с ребрами жесткости // Изв. АН СССР. МТТ.—1979.—№ 1.
151. Степаненко М. В., Царева О. В. Нестационарные волновые процессы в периодических кусочно-однородных системах // Докл. II Всесоюз. конф. по нелинейной теории упругости.—Фрунзе: Илим, 1985.
152. Степаненко М. В. Нестационарная динамика составных конструкций // ЧММСС.—1981.—Т. 12, вып. 2.
153. Абдукадыров С. А., Пинчукова Н. И., Степаненко М. В. Об одном способе численного решения уравнений динамики упругих сред и конструкций // ФТПРПИ.—1984.—№ 6.
154. Степаненко М. В. Нестационарная реакция составной оболочки на действие волны подводного взрыва // Динамика сплошной среды.—Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1981.—Вып. 49.
155. Белов А. И., Корнилов В. А. и др. Реакция трехслойной гидроупругой цилиндрической оболочки на действие внутреннего осесимметричного взрыва // ПМТФ.—1986.—№ 1.
156. Гордиенко В. И., Кубенко В. Д., Степаненко М. В. Действие внутренней нестационарной волны на упругую цилиндрическую оболочку // ПМ.—1981.—Т. 17, вып. 3.
157. Годунов С. К. Уравнения математической физики.—М.: Наука, 1971.
158. Горский Н. М. О решении динамических задач теории упругости в напряжениях и скоростях смещений // ЧММСС.—1972.—Т. 3, № 3.
159. Машуков В. И., Гахова Л. Н. Приложение метода сингулярных интегральных уравнений к задачам механики горных пород.—Новосибирск, 1986.—Деп. в ВИНИТИ 15.07.1986, № 5093 — В 86.
160. Коновалов А. Н. Разностные схемы для численного решения плоских динамических задач теории упругости в напряжениях // ЧММСС.—1973.—Т. 4, № 5.
161. Коновалов А. Н. Решение задач теории упругости в напряжениях.—Новосибирск: НГУ, 1979.
162. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды.—М.: Наука, 1978.
163. Мержиевский Л. А., Шамонин С. А. Построение зависимости времени релаксации касательных напряжений от параметров состояния среды // ПМТФ.—1980.—№ 5.
164. Мержиевский Л. А. Метод расчета течений вязкоупругой среды // Динамика сплошной среды.—Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1980.—Вып. 45.
165. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д. Численное моделирование ударно-волновых процессов в металлах // ФГВ.—1984.—Т. 20, № 5.
166. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д. Численное моделирование пробивания преград цилиндрическим ударником // Механика быстропротекающих процессов.—Новосибирск, 1984.
167. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д., Титов В. М. Прочностные эффекты в обратной кумуляции // ДАН СССР.—1986.—Т. 290, № 6.
168. Бабаков В. А., Каримов И. М. О верхней оценке анализа процесса проникания ударника в деформируемой среде // ФТПРПИ.—1987.—№ 2.
169. Фомин В. М., Яненко Н. Н. Численное моделирование задач высокоскоростного взаимодействия тел // Материалы симпозиума «Нелинейные волны деформации».—Таллин, 1978.
170. Fomin V. M., Shapeev V. P., Yanenko N. N. Modeling of continuum mechanics problems with large deformations // Computer Methods Appl. Mech. Engng.—1982.—V. 32, N 1—3.
171. Яненко Н. Н., Фомин В. М., Ворожнов Е. В. Дифференциальные анализаторы ударных волн в схемах сквозного счета газодинамики.—Новосибирск, 1978.—(Препринт/ИТПМ СО АН СССР; № 7).
172. Яненко Н. Н., Фомин В. М., Гулидов А. И., Ворожцов Е. В. Численное моделирование явлений высокоскоростного взаимодействия тел // Аннотация IV Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике.—Киев, 1976.
173. Фомин В. М., Сапожников Г. А., Гладышев А. М. Численный расчет взрывного обжатия тонких конических облицовок методом частиц в ячейках // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы 8-й Всесоюз. конф.—Новосибирск, 1984.

174. Годунов С. К., Дерибас А. А. и др. Исследование вязкости металлов при высокоскоростных соударениях // ФГВ.— 1971.— № 1.
175. Слепян Л. И., Троянкина Л. В. Теория трещин. —Л.: Судостроение, 1976.
176. Слепян Л. И. Механика трещин. —Л.: Судостроение, 1981.
177. Кулакхметов Ш. А., Сарайкин В. А., Слепян Л. И. Плоская задача о трещине в решетке // Изв. АН СССР. МТТ.— 1984.— № 3.
178. Михайлов А. М., Слепян Л. И. Стационарное движение трещины в одностороннем композите // Изв. АН СССР. МТТ.— 1986.— № 2.
179. Работнов Ю. Н. Механика твердого тела и пути ее развития // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение.— 1962.— № 2.
180. Стенаненко М. В. Численный эксперимент по динамике разрушения композитного материала // Механика композит. материалов.— 1981. — № 1.
181. Слепян Л. И., Троянкина Л. В. К теории роста трещины при циклических нагрузках // Изв. АН СССР. МТТ.— 1983.— № 5.
182. Сарайкин В. А., Слепян Л. И. Плоская задача о динамике трещины в упругом теле // Изв. АН СССР. МТТ.— 1979.— № 4.
183. Сарайкин В. А. Смещение границы полуплоскости, вызванное движущейся трещиной // ДАН СССР.— 1983.— Т. 273, № 3.
184. Работнов Ю. Н. Хладостойкость машин и металлоконструкций // Вестн. АН СССР.— 1962.— № 1.
185. Никифоровский В. С. О кинетическом характере хрупкого разрушения твердых тел // ПМТФ.— 1976.— № 5.
186. Муздакбаев М. М., Никифоровский В. С. О прочности материалов на сжатие // ПМТФ.— 1978.— № 2.
187. Никифоровский В. С. О модели хрупкой среды в задачах механики горных пород // ФТПРПИ.— 1978.— № 3.
188. Никифоровский В. С., Сабитова С. И., Стреляев А. Е. К вопросу о разрушении твердых тел при динамическом нагружении // ФТПРПИ.— 1970.— № 5.
189. Шемякин Е. И. Напряженно-деформированное состояние в вершине разреза при антиплоской деформации упруго-пластического тела // ПМТФ.— 1974. — № 2.
190. Бетехтин В. И., Журков С. П. Временная и температурная зависимость прочности твердых тел // Пробл. прочности.— 1971.— № 2.
191. Кузнецов В. М. Об одном случае равновесия системы трещин в упруго-хрупком материале // ПМТФ.— 1966.— № 5.
192. Кузнецов В. М. О нестационарном распространении системы трещин в хрупком материале // ПМТФ.— 1968.— № 2.
193. Кузнецов В. М. О среднем размере кусков, образующихся при дроблении горных пород взрывом // ФТПРПИ.— 1973.— № 2.
194. Шер Е. П. Об одном случае равновесия системы радиальных трещин // ПМТФ.— 1974.— № 5.
195. Шер Е. Н., Кузина Л. В. О развитии радиальной системы трещин, нагружаемой сосредоточенными в ее центре силами (антиплоская деформация) // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1980.— Вып. 45.
196. Шер Е. П. О напряженном состоянии растущего с постоянной скоростью прямолинейного изолированного разреза, нагружаемого изнутри сосредоточенными силами // ПМТФ.— 1980.— № 1.
197. Шер Е. Н. Исследование динамики развития трещин методом фотоупругости // ПМТФ.— 1974.— № 6.
198. Кашеварова Н. И., Шер Е. Н. Экспериментальное исследование торможения трещины в оптически-активном материале // Изв. АН СССР. МТТ.— 1983.— № 3.
199. Шер Е. Н. Пример расчета движения радиальных трещин, образующихся при взрыве в хрупкой среде, в квазистатическом приближении // ФТПРПИ.— 1982.— № 2.
200. Мартынюк П. А., Шер Е. Н. Оценка размеров зоны радиальных трещин, образующихся при камуфлетном взрыве пинового заряда в хрупкой среде // ПМТФ.— 1984.— № 4.
201. Алексеев А. С., Бабич В. М. О лучевом методе вычисления интенсивности волновых фронтов // Изв. АН СССР. Сер. геофиз.— 1958.— № 1.
202. Алексеев А. С., Белоносова А. В., Таджимухамедова С. С. К расчету годографов и геометрического расхождения лучей в неоднородных средах // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных.— М., 1967.
203. Алексеев А. С., Михайленко Б. Г. Решение задачи Лэмба для вертикально-неоднородного полупространства // Изв. АН СССР. Сер. физика Земли.— 1976.— № 12.
204. Алексеев А. С., Ряшенцев Н. П., Чичинин И. С. Как заглянуть в глубь планеты? // Наука в СССР.— М.: Изд-во АН СССР, 1982.— № 3.
205. Чичинин И. С. Вibrationное излучение сейсмических волн.— М.: Недра, 1984.
206. Алексеев А. С. Обратные динамические задачи сейсмики // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных.— М.: Наука, 1967.
207. Романов В. Г. Обратные задачи математической физики.— М.: Наука, 1984.
208. Алексеев А. С., Добринский В. И. и др. К вопросу о практическом использовании теории обратных динамических задач сейсмики ДАН СССР.— 1976.— Т. 228, № 5.
209. Ларинов В. П. Электродуговая сварка конструкций в северном исполнении.— Новосибирск: Наука, 1986.

210. Кузьмин В. Р. Расчет хладостойкости элементов конструкций.— Новосибирск: Наука, 1986.
211. Черский И. Н. О хладостойкости полимеров и перспективах их применения на крайнем севере // Поведение полимеров при низких температурах.— Якутск, 1974.
212. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформируемых твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1985.

*Поступила 26/XII 1986 г.*

УДК 526.532.533

## РАЗВИТИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ИТИМ СО АН СССР

*B. Г. Дулов, B. Я. Левченко, A. M. Харитонов  
(Новосибирск)*

С самого начала создания Института теоретической и прикладной механики (ИТИМ) его основатель — выдающийся ученый-механик акад. С. А. Христианович — выдвинул одним из главнейших научных направлений решение актуальных задач аэрогазодинамики. Были начаты теоретические исследования в области трансзвуковой, сверхзвуковой и гиперзвуковой аэrodинамики (теория коротких волн, теория крыла, струйные течения и др.), заложены основы развития экспериментальной аэродинамической базы, которая стала центром организационно-технических забот после того, как к руководству института пришел акад. В. В. Струминский. В короткий период (1966—1969) существенно модернизирована аэродинамическая труба Т-313, созданы и введены в эксплуатацию аэродинамические трубы с пониженной степенью турбулентности потока Т-324 и Т-325, развернулись работы по созданию гиперзвуковых установок ИТ-301, Т-326, Т-327 и др. В это же время начата фундаментальные и прикладные исследования в области гидродинамической устойчивости, теории турбулентности, динамики разреженных газов. В последующие годы под руководством акад. Н. Н. Яненко эти направления получили дальнейшее развитие главным образом за счет широкого использования современной вычислительной техники. Создана вычислительная база, включающая ЭВМ БЭСМ-6, «Эльбрус-1 К-2», а также серию мини-ЭВМ на всех основных аэродинамических трубах. Наличие развитой вычислительной базы сделало возможным разработку и создание специализированных комплексов и пакетов прикладных программ, основанных на современных методах численного моделирования.

Таким образом, в предшествующие десятилетия в институте создана сбалансированная экспериментальная и вычислительная база, которая обеспечила возможность органического сочетания экспериментальных и численных методов при решении фундаментальных и прикладных задач аэродинамики. Это особенно важно, так как адекватное моделирование сложных пространственных течений, которое становится необходимым для современной летательной и другой техники, пока не достигается ни в аэродинамических трубах, где имеются конструктивные и экономические ограничения, ни в численном эксперименте, где ограничения связаны с отсутствием должного понимания физики турбулентных течений. Поэтому можно утверждать, что существенное продвижение в аэродинамике произойдет на пути симбиоза вычислительного и физического экспериментов, которые будут взаимно дополнять друг друга. Учитывая непрерывный прогресс вычислительной аэродинамики и все возрастающее использование ЭВМ в аэродинамическом эксперименте, можно прогнозировать рост эффективности решения перспективных задач аэродинамики при более точном моделировании явлений.

Ниже дается описание автоматизированного аэродинамического комплекса ИТИМ и обзор некоторых наиболее крупных научных достижений.

1. В настоящее время комплекс аэродинамических труб института [1] охватывает диапазоны чисел Маха от 0,01 до 25 и чисел Рейнольдса от  $10^4$  до  $5 \cdot 10^7$ , которые позволяют моделировать условия обтекания на высотах от 15 до 90 км (рис. 1), проводить фундаментальное изучение тонкой структуры и особенностей сложных ламинарных и турбулентных течений от малых дозвуковых до гиперзвуковых скоростей, включая эффекты в переходной области между сплошной средой и разреженным газом.

Одним из определяющих критериев подобия в аэродинамике наряду с основными ( $M$  и  $Re$ ) является степень турбулентности потока. Решение фундаментальных проблем динамики вязкого газа требует создания аэродинамических труб с низким уровнем возмущений свободного потока. Этим целям служит аэродинамическая труба Т-324 (рис. 2, размер рабочей части  $1 \times 1$  м, диапазон скоростей от 5 до 100 м/с), в которой специальными