

В. Н. Шевченко*(Ростов-на-Дону)***ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ
ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯ
В УСЛОВИЯХ МНОГОЛУЧЕВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ**

Исследована задача пространственной локализации энергии источников когерентных сигналов в рамках теории квадратичной и неквадратичной регуляризации на основе ℓ_p -норм при минимальной априорной информации относительно формы, частотно-временных областей существования широкополосных сигналов и статистических характеристик возмущений. Подтверждена эффективность предложенных алгоритмов цифрового восстановления (реконструкции) углового распределения энергии численным экспериментом с применением антенной решетки нелинейной пространственной конфигурации в условиях многолучевого распространения.

Введение. Проблема локализации источников излучения, сводящаяся к оценке положения доминирующих максимумов пространственного спектра энергии, соответствующих направлениям прихода сигналов (direction-of-arrival (DOA)), всесторонне изучена в рамках теории статистических решений [1–3]. Этот подход предполагает знание вероятностных характеристик шумов, неизбежно присутствующих в информационном канале. Вместе с тем при решении практических задач часто отсутствует достоверная информация о вероятностных характеристиках возмущений, а используемые в такой ситуации методы экспертных оценок [2] носят субъективный характер и вследствие этого не могут быть отнесены к разряду универсальных.

Известно, что задача восстановления исходного распределения энергии в пространстве как функции углов прихода или дальности до источников сигналов в случае сферичности волнового фронта относится к классу обратных задач. Для решения проблемы восстановления недостаточного сигнала при обработке изображений в астрономии, акустике, радиометрии и в ряде других областей [4] наряду с методом максимального правдоподобия, приводящим к классической схеме формирования луча на основе обратного преобразования Фурье, развиты более «утонченные» процедуры обращения. Среди них следует выделить две основные группы. Одну группу составляют параметрические методы, использующие ограничения в виде модели суммарного сигнала, включающей параметры и число источников сигналов, например, методы Прони и максимальной энтропии [4, 5], метод подгонки параметров модели [6, 7]. Наиболее типичными представителями непарамет-

рических методов являются такие, как метод минимума дисперсии Кэпона, MUSIC, EV [5]. Однако эти методы не решают проблему пространственного разделения близко расположенных когерентных сигналов.

В последнее время для решения этих проблем применяются вариационные методы, минимизирующие регуляризованную целевую функцию, также относящиеся к классу непараметрических [8]. Данные методы используются при обработке изображений [9], в компьютерной томографии [10], в локациях с высоким разрешением и синтезированной апертурой [11, 12]. Использование вариационного принципа для оценки направления прихода гармонических сигналов на основе эквидистантной линейной решетки пассивных датчиков посвящена работа [13]. В этой работе осталась неопределенность в постановке и решении задачи оптимизации для случая многократных измерений. Не рассматривались также нелинейные конфигурации антенных решеток и методы обоснованного выбора параметров регуляризации. Кроме того, в перечисленных работах не нашла отражение проблема пространственной локализации сигналов при различной степени априорной неопределенности относительно их формы и параметров.

В связи с этим возникает необходимость обобщения и расширения области применения вариационных методов для пространственной локализации источников априорно неизвестных широкополосных сигналов сложной структуры, энергия которых распределена по частоте и времени.

В данной работе в рамках теории регуляризации на основе ℓ_p -норм с использованием квадратичных и неквадратичных регуляризирующих ограничений исследована задача пространственной локализации источников коррелированных широкополосных сигналов при минимальной априорной информации относительно формы, частотно-временных областей существования сигнала и статистических характеристик возмущений.

Предварительная обработка сигналов в задаче реконструкции пространственного спектра. Для постановки задачи оптимизации рассмотрим возможные методы предварительной обработки измерений, получаемых с помощью набора пассивных датчиков, объединенных в антенную решетку.

Предположим, что в полосе приема шириной $2F$ имеется источник немонохроматического излучения с длительностью, несущей частотой и шириной спектра $2F_c$ сигнала, принадлежащими частотно-временному интервалу $(f_0 - F, f_0 + F) \otimes (t_0 - T, t_0 + T)$. При этом также предполагается, что известны несущая частота и ширина спектра $2F_c$ сигнала, положение и продолжительность сигнала на интервале наблюдения $(t_0 - T, t_0 + T)$.

При обработке в антенных решетках временные сигналы на выходе каждой n -й, $n = \overline{1, N}$, антенны разбиваются на отрезки и для каждого из них вычисляются дискретные преобразования Фурье. В результате формируется частотно-временная матрица спектральных плотностей

$$\dot{Y} = \{\dot{Y}(q, \ell)\} \quad (1)$$

размера $Q \times L$, элементы которой зависят от номера временного отрезка q , $1 \leq q \leq Q$, и номера частотной дискретности ℓ , $1 \leq \ell \leq L$. Элементы матрицы (1) представляют собой N -мерные векторы

$$\dot{Y}(q, \ell) = [\dot{Y}_n(q, \ell), n = \overline{1, N}]^T,$$

элементами которых являются спектральные плотности сигналов, измеряемых на выходе n -й антенны решетки на q -м отрезке, причем

$$\dot{Y}_n(q, \ell) = \left| \dot{Y}_n(q, \ell) \right| \exp[i(\psi_n(q, \ell) + \varphi(q, \ell))], \quad (2)$$

где $\left| \dot{Y}_n(q, \ell) \right|$ – модуль; $\varphi(q, \ell)$ – составляющая фазы, обусловленная модуляцией сигнала; $\psi_n(q, \ell)$ – составляющая фазы, зависящая от пространственного положения источников или направлений прихода лучей в случае многолучевого распространения.

Задача реконструкции пространственного спектра может решаться независимо на каждой дискретной частоте ℓ в каждом временном отрезке q с последующим усреднением оценок в частотно-временной области существования сигнала. Однако у такого подхода есть два основных недостатка. Во-первых, многократная реконструкция требует большого количества расчетов. Во-вторых, в случае сложных сигналов, распределяющих энергию по частоте и времени, независимо получаемые на каждой дискретной частоте ℓ и в каждом временном отрезке q оценки могут быть малонадежными при высоких уровнях шума [8]. Возможно некогерентное суммирование результатов реконструкции, полученных для (q, ℓ) -х элементов сигнала, с последующей оценкой углов прихода по максимумам усредненного пространственного спектра. Такой подход позволяет накапливать результаты реконструкции в очень широких частотно-временных областях, но из-за некогерентности накопления сигнала приводит к энергетическим потерям. В связи с этим более предпочтительным является подход, при котором этапу реконструкции пространственного спектра должна предшествовать предварительная обработка, включающая когерентное суммирование сигнала в частотно-временной области его существования [14].

Когерентное суммирование по частоте или времени спектральных плотностей (2) недопустимо из-за некоррелированности фаз $\varphi(q, \ell)$ на разных частотах и отрезках времени. В связи с этим известная постановка проблемы оптимизации на основе вариационного принципа [13], в наших обозначениях предусматривающая временное усреднение элементов вектора $\dot{Y}(q, \ell)$ на фиксированной частоте ℓ , вырождается, так как приводит к асимптотическому (при $Q \rightarrow \infty$) равенству $\sum_q \dot{Y}(q, \ell) = 0$.

Введем вместо (1) матрицу взаимных спектральных плотностей

$$\dot{V} = \{\dot{V}(q, \ell)\}. \quad (3)$$

$\dot{V}(q, \ell)$ представляют собой N -мерные векторы:

$$\dot{V}(q, \ell) = [\dot{V}_n(q, \ell), n = \overline{1, N}],$$

с элементами

$$\dot{V}_n(q, \ell) = \dot{Y}_n(q, \ell) \dot{Y}_0^*(q, \ell), \quad (4)$$

где $\dot{Y}_0^*(q, \ell)$ – спектральная плотность сигнала, измеряемого на дополнительной опорной антенне решетки, а $(\)^*$ означает комплексное сопряжение.

Совместим начало координат с опорной антенной, что соответствует $\psi_0(q, \ell) = 0$. Тогда из (4) с учетом (2) получаем

$$\dot{Y}_n(q, \ell) = \left| \dot{Y}_n(q, \ell) \dot{Y}_0^*(q, \ell) \right| \exp[i\psi_n(q, \ell)]. \quad (5)$$

Таким образом, взаимные спектральные плотности (4) в отличие от (2) зависят только от пространственной разности фаз. Это обеспечивает возможность когерентного суммирования энергии сигнала по частоте и времени и позволяет записать выражение для измеренного амплитудно-фазового распределения, усредненного в частотно-временной области существования сигнала, в виде

$$\dot{H} = \sum_q \sum_{\ell} v_{q, \ell} \dot{V}(q, \ell), \quad (6)$$

где $v_{q, \ell}$ – двоичные числа (0, 1), отличные от нуля в полосе частот $2F_c$ и временном интервале существования сигнала.

Соотношение (4) при фиксированном значении q можно рассматривать как одночастотную дискретную радиоголограмму, а (6) – как усредненную по времени многочастотную радиоголограмму сигнала с шириной спектра $2F_c$ [6].

В случае, когда частота, ширина спектра и интервал существования сигнала неизвестны, для реализации алгоритма (6) необходимо предварительно найти значения $v_{q, \ell}$, т. е. решить задачу локализации энергии сигнала в анализируемой частотно-временной области $(f_0 - F, f_0 + F) \otimes (t_0 - T, t_0 + T)$. В работе [14] решением оптимизационной задачи с целевой функцией в форме ℓ_2 -нормы получен непараметрический метод частотно-временной локализации энергии априорно неизвестных широкополосных сигналов, который сводится к анализу угловой близости отдельных составляющих поля, т. е. к отысканию коэффициента пространственной взаимной корреляции измеренных радиоголограмм (4) с различными частотно-временными индексами.

Таким образом, радиоголографическая обработка измерений обеспечивает локализацию и когерентное накопление энергии сигнала как по частоте, так и по времени. Это, в свою очередь, приводит к возможности постановки проблемы оптимизации в наиболее общем виде, необходимом для восстановления пространственного спектра сигналов, распределяющих свою энергию в частотной и временной областях.

Постановка задачи. Пусть M – число угловых положений, соответствующих заданным потенциально возможным направлениям прихода сигналов. Тогда распределение энергии комплексного волнового поля по пространству можно представить в виде комплексного вектора \dot{s} размерности M . В условиях воздействия возмущающих факторов это приводит к следующей модели наблюдений:

$$\dot{H} = \dot{A}\dot{s} + \dot{\Xi}, \quad (7)$$

где

$$\dot{H} = \left[\dot{h}_n = \sum_q \sum_{\ell} v_{q,\ell} \dot{V}_n(q, \ell), n = \overline{1, N} \right]^T$$

– вектор зашумленных измерений;

$$\dot{\Xi} = \left[\dot{\xi}_n, n = \overline{1, N} \right]^T$$

– вектор неизвестных шумовых возмущений; A – заданная матрица размера $N \times M$, характеризующая возможные направления прихода сигнала от каждого потенциального источника.

Таким образом, в данной модели вектор \dot{H} в общем случае является предварительно усредненной по времени многочастотной радиоголограммой широкополосного сигнала (6), а матрица A известна и не зависит от пространственного положения источников.

В пространстве наблюдений введем функционал невязки в виде ℓ_2 -нормы

$$\sigma_2(\dot{s}) = \left\| \dot{H} - A\dot{s} \right\|_2^2, \quad (8)$$

где $\|\cdot\|_p$ обозначает ℓ_p -норму вида

$$\|X\|_p = \left(\sum_{m=1}^M |X_m|^p \right)^{1/p}.$$

В данной постановке задачи $N < M$, в связи с чем число уравнений в (7) меньше числа неизвестных. В этом случае метод псевдообратной матрицы приводит к решению, обращающему в нуль (8), с минимальной нормой вида [15]

$$\hat{\dot{s}} = A^+(AA^+)^{-1} \dot{H} \quad (9)$$

при условии, что A – матрица полного ранга. В (9) символ $()^+$ обозначает эрмитово сопряжение. При этом гарантируется единственность решения в тех случаях, когда более чем один вектор \dot{s} будет минимизировать (8). Выражение (9) описывает оптимальную нерегуляризованную оценку пространственного распределения энергии сигнала в предварительно локализованной частотно-временной области его существования.

В условиях априорной неопределенности относительно вероятностных характеристик вектора возмущений перейдем от задачи минимизации функционала (8) к задаче минимизации сглаживающего функционала

$$\sigma(\dot{s}) = \sigma_2(\dot{s}) + \gamma \sigma_p(\dot{s}), \quad (10)$$

где $\sigma_2(\dot{s})$ – функционал-критерий (8), отражающий качество получаемого распределения энергии; $\sigma_p(\dot{s})$ – стабилизирующий функционал, обеспечивающий регуляризирующее ограничение; γ – параметр регуляризации.

С целью исследования квадратичной и неквадратичной регуляризации выберем $\sigma_p(\dot{s})$ в виде ℓ_p -нормы и перепишем (10) в следующем виде:

$$\sigma(\dot{s}) = \left\| \dot{H} - \dot{A}\dot{s} \right\|_2^2 + \gamma \left\| \dot{s} \right\|_p^p. \quad (11)$$

Требуется с учетом (7)–(11) определить оценку полезного сигнала \dot{s} , доставляющую минимум неотрицательному функционалу (11) при квадратичных ($p=2$) и неквадратичных ($p \leq 1$) регуляризирующих ограничениях, в виде

$$\hat{\dot{s}}_\gamma = \arg \min_{\dot{s}} \sigma(\dot{s}). \quad (12)$$

Синтез алгоритмов оптимальной обработки наблюдений. *Квадратичная оптимизация.* Для построения регуляризованного решения в аналитическом виде положим в (11) $p=2$. Выражение для оптимальной оценки $\hat{\dot{s}}_{\gamma/p=2}$ получим, приравняв к нулю производную $\partial\sigma(\dot{s})/\partial\dot{s}^*$:

$$\hat{\dot{s}}_{\gamma/p=2} = [\dot{A}^+ \dot{A} + \gamma E]^{-1} \dot{A}^+ \dot{H}, \quad (13)$$

где E – единичная матрица, причем параметр γ определяется по невязке [16]:

$$\left\| \dot{H} - \dot{A}\hat{\dot{s}}_{\gamma/p=2} \right\|_2^2 = C_0^2, \quad (14)$$

где, в свою очередь, имеет место следующая оценка сверху на норму вектора возмущений:

$$\left\| \Xi \right\|_2^2 \leq C_0^2, \quad C_0^2 = \text{const}. \quad (15)$$

Соотношения (13)–(15) описывают регуляризованную при квадратичных ограничениях оценку восстанавливаемого распределения. При $\gamma \rightarrow \infty$ и соответствующей нормировке наиболее общий алгоритм (13) совпадает с периодограммно-коррелограммным алгоритмом классического формирования луча.

Неквадратичная оптимизация. Во избежание проблем недифференцируемости ℓ_p -нормы при значениях $p \leq 1$, следуя [11], используем сглаженное приближение к ℓ_p -норме и запишем модификацию целевой функции (11) в следующем виде:

$$\sigma(\dot{s}) = \left\| \dot{H} - \dot{A}\dot{s} \right\|_2^2 + \gamma \sum_{m=1}^M (|\dot{s}_m|^2 + \varepsilon)^{p/2}, \quad (16)$$

где \dot{s}_m – m -й элемент вектора \dot{s} ; ε – малое число.

После дифференцирования функционала $\sigma(\dot{s})$ по \dot{s}_m^* и приравнивания градиента к нулю получаем систему квазилинейных уравнений

$$(\dot{A}^+ \dot{A} + \gamma \Psi(\dot{s})) \dot{s} = \dot{A}^+ \dot{H}, \quad (17)$$

где

$$\Psi(\dot{s}) = \frac{p}{2} \text{diag} \left(\frac{1}{(|\dot{s}_m|^2 + \varepsilon)^{1-p/2}} \right). \quad (18)$$

Учитывая, что матрица системы уравнений (17) зависит от неизвестного вектора \dot{s} через слагаемое $\Psi(\dot{s})$, найдем начальное приближение, полагая $\Psi(\dot{s})=0$ и решая исходную систему уравнений (7) методом псевдообращения:

$$\hat{\dot{s}}_{\gamma/p \leq 1}^{(0)} = A^+ (AA^+)^{-1} \dot{H}. \quad (19)$$

Следующие приближения находим, решая на каждой итерации систему линейных уравнений

$$(\dot{A}^+ \dot{A} + \gamma(\Psi)^{(z)}) \dot{s}_{\gamma/p \leq 1}^{(z+1)} = \dot{A}^+ \dot{H}, \quad (20)$$

где $z=0, 1, \dots$ – номер итерации; $\Psi^{(z)} = \Psi(\dot{s}^{(z)})$, а условие остановки выбирается в виде

$$\frac{\|(\dot{A}^+ \dot{A} + \gamma \Psi^{(z)}) \dot{s}_{\gamma/p \leq 1}^{(z)} - \dot{A}^+ \dot{H}\|_2}{\|\dot{H}\|_2} \leq \delta, \quad (21)$$

где $\delta > 0$ – заданное малое число, причем в числителе выражения (21) записана норма градиента целевой функции $\sigma(\hat{\dot{s}}_{\gamma/p \leq 1}^{(z)})$. Сходимость данного алгоритма подтверждена исследованиями [10].

Полученные алгоритмы могут быть отнесены к когерентному варианту регуляризованной реконструкции. Рассмотрим некогерентный вариант регуляризованной реконструкции. Модель наблюдений (7) и постановка задачи (8)–(12) в частном случае, соответствующем замене вектора измерений (6) на вектор (2), приводят к алгоритмам реконструкции пространственного распределения энергии отдельного элемента сигнала $\hat{\dot{s}}_{\gamma/p}(q, \ell)$. Оценка пространственного распределения энергии во всей пространственно-временной области существования сигнала находится по формуле

$$\bar{\dot{s}}_{\gamma/p} = \sum_{q, \ell} v_{q, \ell} \left| \hat{\dot{s}}_{\gamma/p}(q, \ell) \right|^2 / \sum_{q, \ell} v_{q, \ell}, \quad (22)$$

где $\hat{s}_{\gamma/p}(q, \ell)$ – оценка, полученная одним из алгоритмов (13) или (19)–(21), после замены вектора измерений (6) на вектор (2). При этом значения двоичных чисел $v_{q, \ell}$, описывающие частотно-временные области (не обязательно связные), занятые сигналом, предварительно находят ранее упоминавшимся методом [14].

Рандомизация алгоритма неквадратичной оптимизации. Предположим, что амплитуда поля, падающего на решетку, изменилась в a раз. Тогда, используя (11), можно записать

$$\dot{H}' = a\dot{H}, \quad \dot{s}' = a\dot{s}, \quad \sigma'(\dot{s}) = \|\dot{H}' - \dot{A}\dot{s}'\|_2^2 + \gamma' \|\dot{s}'\|_p^p. \quad (23)$$

Подставляя \dot{H}' и \dot{s}' в $\sigma'(\dot{s})$, получаем

$$\sigma'(\dot{s}) = a^2 \left(\|\dot{H} - \dot{A}\dot{s}\|_2^2 + \gamma' a^{p-2} \|\dot{s}'\|_p^p \right). \quad (24)$$

Из сравнения выражений (11) и (24) находим

$$\gamma' = \gamma a^{2-p}. \quad (25)$$

Анализ выражения (25) показывает, что при квадратичной оптимизации параметр регуляризации γ не зависит от вариаций амплитуды входных данных.

В отличие от этого при неквадратичной оптимизации в случае $p=1$ параметр γ зависит от амплитуды линейно, а при значениях $p < 1$ наблюдается нелинейная зависимость. Из выражения (25) следует, что изменение параметра регуляризации γ эквивалентно изменению амплитуды входных данных. С другой стороны, практически более важно, что из выражения (25) следует необходимость адаптации параметра γ в соответствии с флуктуациями амплитуды входного сигнала. При этом в результате экспериментальных исследований установлено, что при $p < 1$ положение ложных максимумов в восстановленном распределении изменяется при изменении параметра регуляризации γ . Основываясь на данном факте, можно предложить метод статистического рандомизированного усреднения для повышения динамического диапазона процесса восстановления:

$$\bar{\hat{s}}_{\gamma/p \leq 1} = \sum_k^K \hat{s}_{\gamma/p \leq 1}(k), \quad (26)$$

где k – текущий номер реконструкции;

$$\hat{s}_{\gamma/p \leq 1}(k) = (\dot{A}^+ \dot{A} + \gamma(k) \Psi(\dot{s}))^{-1} \dot{A}^+ \dot{H}, \quad (27)$$

а параметр регуляризации $\gamma(k)$, следуя принципу максимума энтропии [17], выбирается случайно из конечного интервала значений $\gamma_{\min} < \gamma(k) < \gamma_{\max}$ с равномерной плотностью распределения. Алгоритм (26), (27) предусматри-

вает усреднение результатов K реконструкций, полученных при различных параметрах регуляризации $\gamma(k)$.

Таким образом, предложенная модификация обработки данных измерений (26), (27) благодаря рандомизации обеспечивает повышение эффективности когерентного и некогерентного вариантов регуляризованной реконструкции при наличии только одной реализации входных данных, что существенно при восстановлении пространственного спектра кратковременных сигналов.

Результаты моделирования. Методика и эффективность алгоритмов регуляризованной реконструкции и их модификаций проверены в процессе численного эксперимента.

Используем плоскую кольцевую решетку с $N = 11$ и единичным волновым радиусом, что эквивалентно волновому расстоянию между элементами, равному 0,563. Пусть на эту решетку воздействуют с большого расстояния два когерентных сигнала, что соответствует условиям двухлучевого распространения. Отношение амплитуд сигналов двухлучевого поля $a_2/a_1 = 1$. Разность фаз между лучами от измерения к измерению будем изменять случайно от 0 до 2π в соответствии с равномерным законом распределения. Определим соотношение сигнал/шум как отношение мощностей двухлучевого сигнала и гауссова шума на выходе отдельного элемента решетки.

В процессе основного эксперимента использовались следующие методы реконструкции:

- 1) классический метод формирования луча;
- 2) метод псевдообращения (9);
- 3) метод квадратичной регуляризации (13);
- 4) параметрический метод подгонки параметров многолучевой модели [6];
- 5) метод неквадратичной регуляризации (19)–(21) при $p = 1$;
- 6) метод неквадратичной регуляризации при $p = 0, 1$.

На первом этапе для случая большого углового разноса между лучами проведем сравнительный анализ эффективности методов реконструкции при использовании одной реализации входных данных (отдельного частотно-временного элемента сигнала). В данном эксперименте углы прихода лучей $\alpha_1 = 120^\circ$ и $\alpha_2 = 170^\circ$. На рис. 1, $a - f$ приведены гистограммы распределений оценок углов прихода, полученные для отношения сигнал/шум 15дБ методами 1–6 соответственно. Символом P по оси ординат обозначена вероятность (относительная частота) попадания найденных углов прихода в ячейку гистограммы шириной 2° при общем числе независимых испытаний 10^3 . Метод 3 использовался с параметром $\gamma = 20$, а методы 5 и 6 – с $\gamma = 0,01$ и $\epsilon = 10^{-6}$. Из рис. 1 следует, что в данном случае когерентные сигналы разделяются любым из рассмотренных методов. В правом верхнем углу каждого из рисунков приведены оценки углов прихода и соответствующие им вероятности, найденные по первым двум максимумам гистограммы. Метод 1 чувствителен к разности фаз между лучами, что приводит к раздвоению гистограммы в области истинного направления прихода каждого из лучей и, как следствие, к смещению оценок на 4° . Дополнительным экспериментом установлено, что в базовых направлениях, соответствующих областям ближних боковых лепестков, смещение угловых оценок, обеспечиваемое методами 1 и 2, противоположно. Метод 3 выбором параметра γ позволяет минимизировать это смещение. Наибольшую вероятность и высокую точность оценки обес-

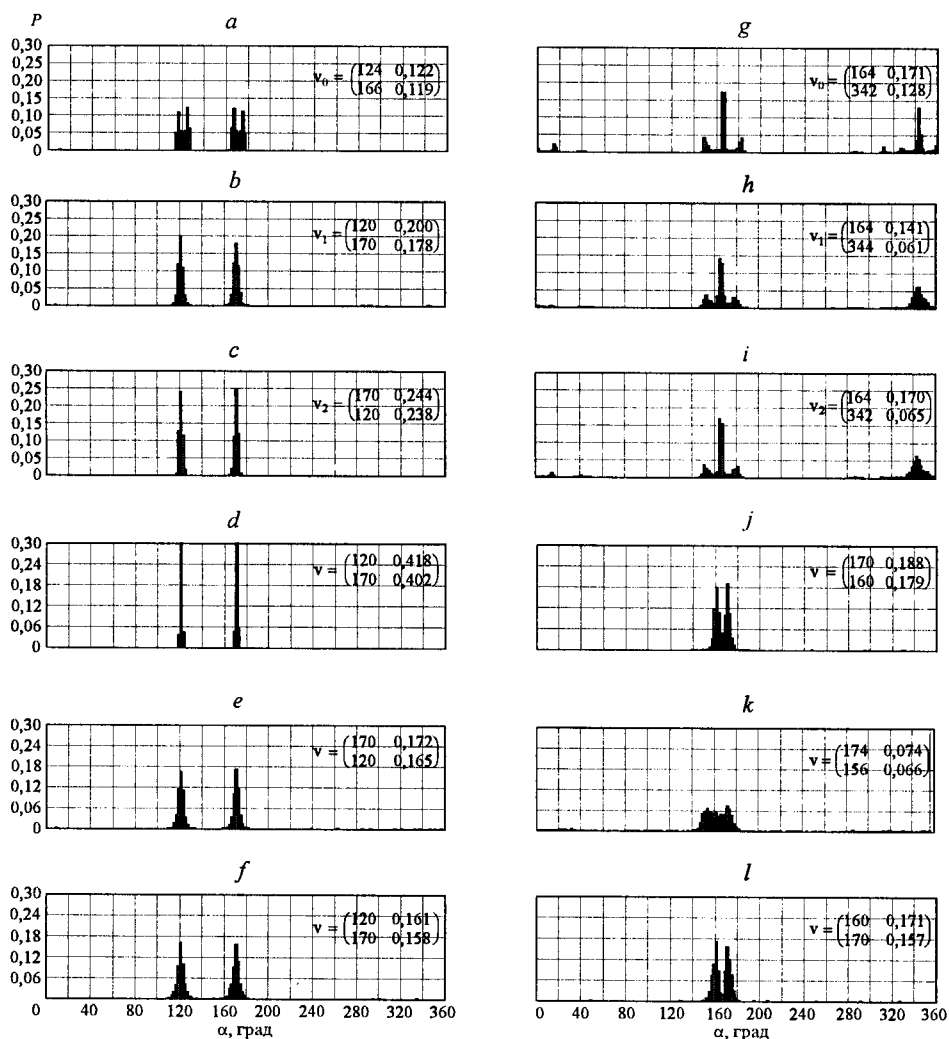


Рис. 1. Гистограммы распределений оценок углов прихода

печивает метод 4. Однако этот метод требует знания числа лучей, которое в данном эксперименте полагалось равным двум. Среди непараметрических методов сопоставимую эффективность обеспечивают методы 3, 5 и 6.

На следующих этапах моделирования рассмотрим случаи, когда углы прихода лучей находятся в пределах одного интервала разрешения Рэля (в рассматриваемом случае приблизительно равного 30°), $\alpha_1 = 160^\circ$ и $\alpha_2 = 170^\circ$.

На рис. 1, *g-l* приведены результаты моделирования, полученные для отношения сигнал/шум 15 дБ. Видно, что при данных условиях эксперимента когерентные сигналы разделяются не всеми из рассматриваемых методов. Наиболее эффективными являются методы 4 и 6. Дополнительными испытаниями выявлено, что разрешающая способность этих методов в определенной степени зависит от разности фаз между сигналами лучей. Наихудшим является случай нулевой разности фаз. Наряду с воздействием шумов это

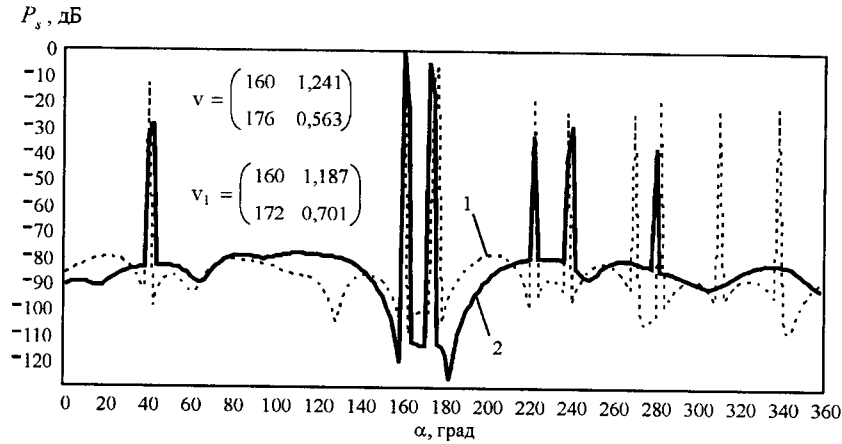


Рис. 2. Пространственный спектр. Метод неквадратичной регуляризации: без рандомизации параметра регуляризации (кривая 1), с рандомизацией параметра регуляризации (кривая 2)

приводит к замыванию гистограммы в области углов, лежащих между истинными углами прихода лучей, что для метода 4 наглядно видно на рис. 1, j . Особенностью метода 6 является то, что при фазовом сдвиге между лучами, равном π , его разрешающая способность возрастает. Однако одновременно наблюдается систематическое смещение оценок углов прихода обоих лучей на $3-4^\circ$.

На третьем этапе экспериментальных исследований установлено, что в случае однократных измерений реконструкция с применением регуляризованного метода 6 с вероятностью, зависящей от отношения сигнал/шум, приводит к возникновению в восстановленном распределении ложных максимумов. Рассмотрим эффективность модификации (26), (27) метода 6, основанной на рандомизации параметра регуляризации. В данном эксперименте полагалось, что когерентные сигналы лучей не отличаются по фазе на временном интервале наблюдения. На рис. 2 представлены реконструированные пространственные спектры в виде функции мощности сигнала P_s от азимутального угла α . Графики получены при отношении сигнал/шум 10 дБ по одной реализации сигнала в результате однократной реконструкции с фиксированными параметрами $p = 0,1$, $\gamma = 0,01$ и $\epsilon = 10^{-6}$ (кривая 1 и матрица v , содержащая оценки углов прихода и соответствующие значения мощности) и в результате статистического рандомизированного усреднения десяти реконструкций ($K = 10$) при изменении параметра регуляризации в диапазоне значений $\gamma = 0,01-0,3$ (кривая 2 и матрица v_1). Рис. 3, a, b иллюстрирует результаты гистограммных испытаний метода 6 для случая реконструкции по одной реализации сигнала без рандомизации и с рандомизацией соответственно при отношении сигнал/шум 10 дБ и общем числе независимых испытаний $4 \cdot 10^2$. Из рис. 2 и 3 следует, что рандомизация алгоритма неквадратичной оптимизации при $p < 1$ повышает эффективность реконструкции в случае ограниченного набора входных данных, что расширяет применимость методов регуляризации при восстановлении пространственного спектра кратковременных одночастотных и многочастотных сигналов.

Рассмотренные примеры реконструкции основаны на использовании одиночной реализации сигнала. В заключение сравним возможности мето-

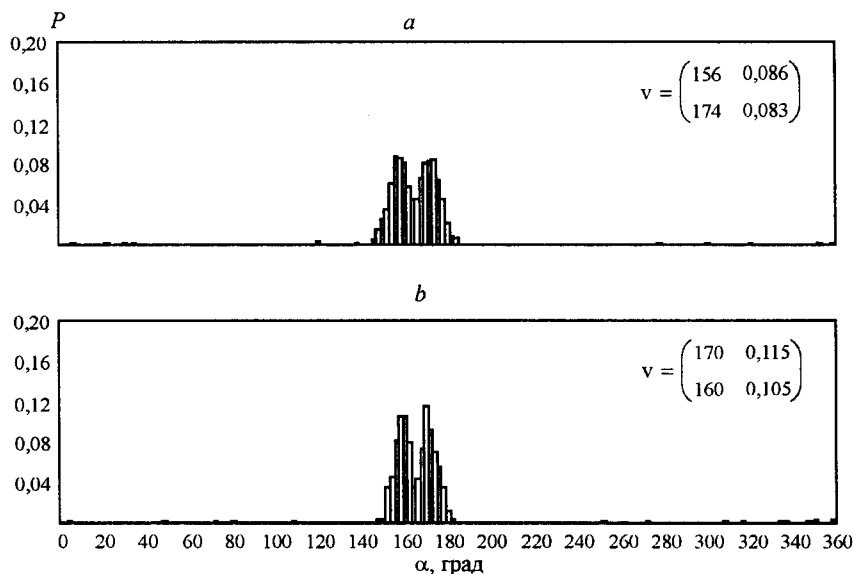


Рис. 3. Гистограммы распределений оценок углов прихода. Метод неквадратичной регуляризации: без рандомизации параметра регуляризации (а), с рандомизацией параметра регуляризации (б)

дов 4 и 6 при использовании предварительной обработки с когерентным накоплением энергии сложного сигнала в частотно-временной области его существования. В данном эксперименте полагаем, что при накоплении сигнала по времени или частоте разность фаз между лучами в соседних элементах сигнала изменяется не более чем на $\pi/6$. Например, для ионосферного канала это ориентировочно соответствует допустимому интервалу накопления 100 мс. При формировании гистограммы разность фаз между лучами в каждом из 400 испытаний, как и ранее, изменялась случайно в интервале от 0 до 2π . Оценки углов прихода и соответствующие им вероятности при использовании одного ($Q = L = 1$) частотно-временного элемента сигнала и при когерентном накоплении десяти ($Q \times L = 10$) элементов представлены в таблице.

Видно, что регуляризованный метод 6 обеспечивает в широком диапазоне входных отношений сигнал/шум точность оценки углов прихода коге-

Отношение сигнал/шум, дБ	Метод 4		Метод 6	
	$Q = L = 1$	$Q \times L = 10$	$Q = L = 1$	$Q \times L = 10$
5	$\frac{164}{0,07}$ $\frac{172}{0,06}$	$\frac{164}{0,09}$ $\frac{170}{0,10}$	$\frac{164}{0,05}$ $\frac{172}{0,04}$	$\frac{160}{0,07}$ $\frac{172}{0,06}$
10	$\frac{158}{0,09}$ $\frac{172}{0,08}$	$\frac{160}{0,17}$ $\frac{170}{0,19}$	$\frac{156}{0,09}$ $\frac{174}{0,08}$	$\frac{160}{0,10}$ $\frac{170}{0,12}$
15	$\frac{160}{0,18}$ $\frac{170}{0,19}$	$\frac{160}{0,30}$ $\frac{170}{0,30}$	$\frac{160}{0,17}$ $\frac{170}{0,16}$	$\frac{160}{0,23}$ $\frac{170}{0,24}$

рентных сигналов лучей, сравнимую с точностью метода 4, реализация которого требует априорной информации о числе лучей. Для сравнения отметим, что некогерентный вариант регуляризованной реконструкции (27) с параметром $p = 0,1$ обеспечивает при отношении сигнал/шум 10дБ сопоставимую относительно метода 6 эффективность при $Q \times I = 45$. Это позволяет рекомендовать использование метода неквадратичной регуляризованной реконструкции в когерентном и некогерентном вариантах на практике.

Заключение. В рамках теории регуляризации восстанавливаемых изображений на основе минимизации составного из ℓ_2 - и ℓ_p -норм сглаживающего функционала с квадратичными и неквадратичными ограничениями исследована проблема пространственной локализации источников априорно неизвестных широкополосных сигналов в условиях многолучевого распространения. Когерентный и некогерентный варианты регуляризованной реконструкции пространственного распределения энергии когерентных сигналов, предварительно радиологически локализованных в частотно-временных областях их существования (не обязательно связанных), в зависимости от требований к разрешающей способности могут быть реализованы алгоритмами квадратичной и неквадратичной регуляризации. Квадратичная оптимизация при предельных значениях параметра регуляризации сводится к классической схеме формирования луча, пропорциональной периодограмме. Итерационный алгоритм обращения в случае неквадратичной оптимизации обеспечивает повышенную разрешающую способность и отличается от известных схем применением метода псевдообращения при получении начального приближения, условием остановки итерационного процесса и рандомизацией параметра регуляризации при наличии только одной реализации входных данных. Этот подход позволяет преодолеть такие проблемы, как многолучевость и априорная неопределенность относительно параметров сложных сигналов и шумов, улучшает качество реконструкции по сравнению с существующими методами как в случае многократных измерений, так и при наличии только одной реализации входных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. М.: Радио и связь, 1986.
2. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
3. Shevchenko V. N., Ivanov N. M., Vertogradov G. G. The method of direction to radio emission sources estimation for conformal antenna arrays // The 2-nd European Workshop of Conformal Antennas. Netherlands, Hague, 2001. Vol. 2. P. 69.
4. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов: Пер. с англ. М.: Мир, 1988.
5. Джонсон Д. Х. Применение методов спектрального оценивания к задачам определения угловых координат источников излучения // ТИИЭР. 1982. 70, № 9. С. 126.
6. Ivanov N. M., Vertogradov G. G., Shevchenko V. N. Multi-Path Field Separation by Wide Base Correlative Interferometer // AP2000 Millennium Conf. on Antennas & Propagation. Switzerland, Davos, 2000. Vol. 1. P. 187.
7. Шевченко В. Н. Пространственно-временная обработка многолучевых полей на базе корреляционного интерферометра // Радиотехника. 2002. № 6. С. 39.

8. **Василенко Г. И., Тараторкин А. М.** Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986.
9. **Vogel C. R., Oman M. E.** Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images // IEEE Trans. Image Processing. 1998. 7, N 6. P. 813.
10. **Charbonnier P., Blanc-Feraud L., Aubert G., Barlaud M.** Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging // IEEE Trans. Image Processing. 1997. 6, N 2. P. 298.
11. **Cetin M., Karl W., Castanon D.** Formation of HRR Profiles by Non-Quadratic Optimization for Improved Feature Extraction // Proc. of the SPIE Conf. on Algorithms for Imagery IX. Orlando, FL, 2002. Vol. 4727.
12. **Cetin M., Karl W. C.** Feature-enhanced synthetic aperture radar images formation based on nonquadratic regularization // IEEE Trans. Image Processing. 2001. 10, N 4. P. 623.
13. **Cetin M., Malioutov D. M., Willsky A. S.** A variational technique for source localization based a sparse signal reconstruction perspective // Proc. of the 2002 IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Orlando, FL, 2002.
14. **Пат. 2190236 РФ.** Способ обнаружения и определения двумерного пеленга и частоты источников радиоизлучения /В. Н. Шевченко, Г. С. Емельянов, Г. Г. Вертоградов. Заявл. 13.09.2000; Опубл. 2002, БИПМ № 27.
15. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его применения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990.
16. **Тихонов А. Н., Уфимцев М. В.** Статистическая обработка результатов экспериментов. М.: Изд-во МГУ, 1988.
17. **Ту Дж., Гонсалес Р.** Принципы распознавания образов: Пер. с англ. М.: Мир, 1978.

*Государственное конструкторское бюро
аппаратно-программных систем «Связь»,
E-mail: gkbsviaz@don.sitek.net*

*Поступила в редакцию
14 августа 2002 г.*