

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А. Вариационный метод в краевых задачах для систем уравнений эллиптического типа. М., Изд-во АН СССР, 1962.
2. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта.— ПМТФ, 1960, № 3.
3. Поляк Э. Б., Шер Е. Н. О форме воронки выброса при взрыве шнурового заряда в двухслойной среде.— ПМТФ, 1973, № 2.
4. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б., Шер Е. Н. О гидродинамическом взаимодействии шнуровых зарядов ВВ.— ПМТФ, 1975, № 5.
5. Лучко И. А. Исследование некоторых гидродинамических моделей действия взрыва на выброс в грунте. Автореф. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Киев, Ин-т гидромеханики АН УССР, 1974.
6. Ильинский И. Б., Лабуткин А. Г., Салимов Р. Б. Об одном случае взрыва симметричного поверхностного заряда переменной толщины.— ПМТФ, 1976, № 3.
7. Ильинский И. Б., Хайруллин З. Э. Об электро моделировании краевых задач теории взрыва.— В кн.: Труды семинара по краевым задачам. Вып. 12. Казань, изд. Казан. ун-та, 1975.
8. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б. Импульсно-гидродинамические схемы расчета взрыва на выброс шнуровых зарядов ВВ.— ФТПРПИ, 1973, № 4.
9. Цытович П. А. Механика грунтов. М., Госстройиздат, 1963.
10. Алексеев В. Д., Григорян С. С., Новгородов А. Ф., Рыков Г. В. Измерение волн напряжений в мягких грунтах.— ПМТФ, 1963, № 2.
11. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М., «Наука», 1969.
12. Ляхов Г. М., Тропин И. Т. Плоские волны в грунтах и горных породах как вязкоупругих средах.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1973, № 3.
13. Годунов С. К., Козин Н. С. Структура ударных волн в упруговязкой среде с нелинейной зависимостью максвелловской вязкости от параметров вещества.— ПМТФ, 1974, № 5.
14. Кошелев Э. А. О развитии камуфлетной полости при взрыве в мягком грунте.— ПМТФ, 1975, № 2.
15. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., «Наука», 1965.

УДК 624.131+539.215

**О МЕТОДЕ И РЕЗУЛЬТАТАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТОВ  
С УЧЕТОМ ИХ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
ПРИ КРАТКОВРЕМЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ**

З. В. Нарожная, Г. В. Рыков

(Москва)

Предполагается, что сжимаемость грунта при одноосном сжатии описывается законом деформирования типа [1, 2]

$$(1) \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = G(\sigma_1 - f(\varepsilon)) + \begin{cases} \frac{1}{E(\varepsilon)} \frac{\partial \sigma_1}{\partial t}, \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} \geq 0, \\ \frac{1}{E_*(\sigma, \varepsilon)} \frac{\partial \sigma_1}{\partial t}, \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} < 0, \end{cases}$$

где  $G$ ,  $E$ ,  $E_*$ ,  $f$  — некоторые монотонно возрастающие функции своих аргументов,  $G > 0$  при  $\sigma_1 - f(\varepsilon) > 0$ ,  $G \equiv 0$  при  $\sigma_1 - f(\varepsilon) \leq 0$ .

Из (1) при  $\sigma_1 > f(\varepsilon)$ ,  $\partial\sigma_1/\partial t > 0$  и  $\dot{\varepsilon} = \infty$ ,  $\dot{\varepsilon} = 0$  имеем соответственно динамическую и статическую предельные диаграммы сжатия при нагружении

$$(2) \quad \sigma_1 = \int_0^{\varepsilon} \bar{E}(\xi) d\xi \equiv \varphi(\varepsilon), \quad \dot{\varepsilon} = \infty;$$

$$(3) \quad \sigma_1 = f(\varepsilon), \quad \dot{\varepsilon} = 0.$$

Если  $E_* = E_*(\varepsilon)$ , то при  $\partial\sigma_1/\partial t < 0$  и  $\sigma_1 < f(\varepsilon)$  из (1) получим

$$(4) \quad \sigma_1 = \int_{\varepsilon_*}^{\varepsilon} E_*(\xi) d\xi + \sigma_{1*} \equiv \varphi_*(\varepsilon, \varepsilon_*).$$

Зависимость (4) представляет собой диаграмму сжатия при разгрузке, которая при  $\sigma_1 < f(\varepsilon)$  не зависит от скорости деформирования. Здесь  $\sigma_{1*}$  и  $\varepsilon_*$  — напряжение и деформация, достигнутые в частице к моменту, определяемому условием  $\sigma_1 = f(\varepsilon)$ .

При  $E_* = E = \text{const}$  (1) переходит в модель Соколовского — Малверна [3, 4]. Применительно к распространению взрывных волн в грунтах модель такого типа рассматривалась в [5].

Из (1)–(4) следует, что механическими характеристиками грунтов при одноосном сжатии, подлежащими экспериментальному определению, являются функции  $\varphi(\varepsilon)$ ,  $\dot{\varepsilon} = \infty$ ;  $f(\varepsilon)$ ,  $\dot{\varepsilon} = 0$ ;  $\varphi_*(\varepsilon, \varepsilon_*)$  и  $G(\sigma_1 - f(\varepsilon))$ .

Кроме того, при одноосном сжатии в условиях плоской деформации при одновременном измерении двух главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  может быть определена функция  $F(\sigma) = k\sigma + b$ , характеризующая условие пластичности [6–9]. В случае, если влияние скорости деформирования на условие пластичности несущественно, из (1) получим закон деформирования при объемном сжатии [10]

$$(5) \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = G_0(\sigma - f_0(\varepsilon)) + \begin{cases} \frac{1}{E^0(\varepsilon)} \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \frac{\partial \sigma}{\partial t} \geq 0, \\ \frac{1}{E_*^0(\sigma, \varepsilon)} \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \frac{\partial \sigma}{\partial t} < 0, \end{cases}$$

где  $\sigma = (1/3)(\sigma_1 + 2\sigma_2) = \alpha\sigma_1 - b_1$ ,  $\alpha = 3(3 + \sqrt{2}k)^{-1}$ ,  $b_1 = \sqrt{2}b(3 + \sqrt{2}k)^{-1}$ ;  $E^0(\varepsilon) = \alpha E(\varepsilon)$ ;  $E_*^0(\sigma, \varepsilon) = \alpha E_*(\sigma, \varepsilon)$ ;  $f_0(\varepsilon) = \alpha f(\varepsilon)$ ;  $k, b$  — коэффициенты, определяемые экспериментально и характеризующие внутреннее трение и сцепление в грунте [10].

Для экспериментального определения рассмотренных выше механических характеристик при кратковременных динамических нагрузках была разработана установка квазистатического типа, которая описана ранее в [10, 5]. В общих чертах установка представляет собой вертикально стоящий цилиндр, на дне которого располагается в жесткой обойме образец грунта высотой  $h_0$ . Образец прижат металлическим поршнем, по которому через прокладку наносится удар свободно падающим грузом. В процессе опыта регистрируются напряжения в образце  $\sigma_1(t)$ ,  $\sigma_2(t)$  и смещение поршня  $u(t)$ , а деформация определяется в квазистатическом приближении по формуле  $\varepsilon(t) = u(t)/h_0$ . Изменяя жесткость прокладки, вес падающего груза и высоту его падения, можно создавать различные режимы деформирования для образца грунта. Оценка времени  $t_0$  установления квазистатического режима деформирования применительно к [10, 5] дает величину  $t_0 \cong 0,2t_+$ , где  $t_+$  — время нарастания напряжений  $\sigma_1(t)$  до максимального значения.

Определение функций  $f(\varepsilon)$  и  $\varphi_*(\varepsilon, \varepsilon_*)$  по результатам статических испытаний при  $\varepsilon \rightarrow 0$  затруднений не вызывает. Предельные динамические диаграммы  $\varphi(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon = \infty$  определены для ряда грунтов в [7—9] по результатам распространения в них ударных волн.

Метод определения функции  $G(\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_k)$  основан на минимизации некоторой квадратичной функции

$$(6) \quad D(\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_k) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=j_0}^n [\varepsilon_{ij}(\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_k) - \langle \varepsilon_{ij} \rangle]^2$$

по неизвестным параметрам  $\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_k$ .

В (6)  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \varepsilon_{il}(t_j)$  — среднее значение деформаций при  $t = t_j$  по результатам серии испытаний, соответствующей определенному режиму деформирования;  $m$  — количество опытов в серии;  $n$  — количество интервалов по времени при расшифровке результатов опытов в данной серии;  $j_0$  — номер интервала, соответствующий моменту установления режима квазистатического деформирования;  $s$  — количество повторных нагружений одного и того же образца в данной серии;  $\varepsilon_{ij}(\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_k)$  — значение деформаций для данного  $t = t_j$ , рассчитанное по формуле (1) при заданных функциях  $\varphi(\varepsilon)$ ,  $\varphi_*(\varepsilon, \varepsilon_*)$ ,  $f(\varepsilon)$  и при заданной на основе эксперимента нагрузке  $\langle \sigma_{1ij} \rangle = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \sigma_{1il}(t_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Далее излагаются результаты определения механических характеристик для песчаного грунта с  $\gamma_0 = 1,48 - 1,50$  г/см<sup>3</sup>,  $w = 0,05$  и  $0,15$ , а ниже глинистых грунтов — на основе опытных данных [8—12]. Аналитические зависимости для предельных диаграмм  $\varphi(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon = \infty$  и  $f(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon = 0$  получены в виде

$$(7) \quad \varphi(\varepsilon) = E_0(\varepsilon + k_1 \varepsilon^{\nu_1});$$

$$(8) \quad f(\varepsilon) = K_0(\varepsilon + k_2 \varepsilon^{\nu_2}).$$

Соответствующие значения коэффициентов  $E_0, k_1, \nu_1, K_0, k_2, \nu_2$  приведены в табл. 1, где строки 1, 2 соответствуют песчаным грунтам с объемным весом скелета  $\gamma_0 = 1,50$  г/см<sup>3</sup>, весовой влажностью  $w = 0,05$  (строка 1) и  $w = 0,12-0,15$  (строка 2); 3 — лессовидному суглинку с  $\gamma_0 = 1,44-1,47$  г/см<sup>3</sup>,  $w = 0,12-0,13$ ; 4 — суглинку с  $\gamma_0 = 1,60 - 1,65$  г/см<sup>3</sup>,  $w = 0,15$ . Поскольку при рассматриваемом методе определения предельных

Т а б л и ц а 1

№ п/п	$E_0$ , кг/см <sup>2</sup>	$\frac{k_1}{\nu_1}$	$K_0$ , кг/см <sup>2</sup>	$\frac{k_2}{\nu_2}$	$\sigma_1^0$ , кг/см <sup>2</sup>	$\frac{E_{*1}}{E_{*2}}$
1	1000	$\frac{0,84 \cdot 10^3}{3,40}$	150	$\frac{0,38 \cdot 10^2}{2,00}$	15	$\frac{11,0 \cdot 10^3}{1,7 \cdot 10^3}$
2	2000	$\frac{2,23 \cdot 10^3}{3,24}$	300	$\frac{0,33 \cdot 10^2}{2,00}$	15	$\frac{7,0 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^3}$
3	500	$\frac{0}{-}$	150	$\frac{0}{-}$	15	$\frac{18,5 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^3}$
4	500	$\frac{0,12 \cdot 10^3}{3,00}$	75	$\frac{0,10 \cdot 10^3}{3,00}$	5	$\frac{4,0 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 10^3}$

динамических диаграмм  $\varphi(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon = \infty$  не представлялось возможным определить начальный участок, для рассматриваемых грунтов принималось  $E_0 = \rho_0 a_0^2$ , где  $a_0$  — скорость распространения упругих волн по результатам измерений [7—9]. Величины коэффициентов  $k_1$  и  $\nu_1$  табл. 1 определялись далее из условия максимального приближения (7) к степенным диаграммам, полученным в опытах [7—9].

Модуль деформаций при разгрузке  $E_*$  определялся в виде

$$(9) \quad E_* = \begin{cases} E_{*1}, & \sigma_1 > \sigma_1^0, \\ E_{*2}, & \sigma_1 \leq \sigma_1^0, \end{cases}$$

Соответствующие значения  $E_{*1}$ ,  $E_{*2}$ ,  $\sigma_1^0$  для исследованных грунтов приведены в табл. 1.

Функция  $G$  при фактической реализации рассматриваемого метода принята в виде

$$G = \eta[\sigma_1 - f(\varepsilon)]^\kappa.$$

Таким образом, предполагалось, что функция  $G$  зависит от двух параметров  $\kappa_1 = \kappa$  и  $\kappa_2 = \eta$ , по которым и проводилась минимизация функции (6). В связи с недостаточной изученностью поверхности отклика (6) минимизация проводилась методом перебора, который был реализован в виде программы на ЭВМ «Минск-32».

Рассматривались два типа моделей вязкопластической среды, определяемые соотношением (1) при  $E_*(\varepsilon) = E(\varepsilon)$  (модель типа I) и при  $E_*$ , равном (9) (модель типа II).

Поиск значений ( $\kappa$ ,  $\eta$ ), при которых соотношение (1) наилучшим образом описывает эксперимент, производился в следующем порядке. В плоскости ( $\kappa$ ,  $\eta$ ) в узлах сетки определялись значения функции  $D(\kappa, \eta)$ , согласно (6). При этом установлено, что во всех исследованных случаях искомая величина  $\kappa$  находится в пределах  $0 < \kappa < 1$ ,  $\eta$  — в пределах  $0 < \eta < 3 - 5$ . В этих пределах изменения величин  $\kappa$  и  $\eta$  вначале производился грубый поиск, при котором рассматривалась сетка размером  $10 \times 10$ . Далее для отдельных областей возможного расположения минимальных значений  $D(\kappa, \eta)$  проводились расчеты с более мелким шагом по  $\kappa$  и  $\eta$ . Затем с использованием интерполяции находились линии уровня, соответствующие равным значениям функции  $D(\kappa, \eta)$ . Было получено, что во всех случаях линии уровня для данного режима деформирования имеют характер, близкий к эллиптическому.

В частности, на фиг. 1 представлены результаты определения линий уровня для песчаного грунта с  $\gamma_0 = 1,50$  г/см<sup>3</sup>,  $w = 0,15$ . Цифры в узлах сетки соответствуют величинам  $D(\kappa, \eta) \cdot 10^3$ , а цифры на линиях уровня —

относительным погрешностям  $\delta = (D/sn)^{1/2} / \langle \varepsilon \rangle$ , где  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{sn} \sum_{i=1}^s \sum_{j=0}^n \varepsilon_i(t_j)$  — среднее значение деформации для данного процесса.

Величина  $\delta$  здесь характеризует в среднем точность, с которой расчетная кривая  $\varepsilon_{ij}(\kappa, \eta)$  приближается к экспериментальной  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ . Критерием достаточной точности этого приближения можно считать такую ситуацию, когда рассчитанная, согласно (1), кривая  $\varepsilon_{ij}(\kappa, \eta)$  при определенных значениях ( $\kappa$ ,  $\eta$ ) не выходит за доверительные интервалы для экспериментальных значений  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$  для данного режима. Для этого величина  $\delta$  не должна превышать значения доверительного интервала  $\delta_0$ ; осредненно по всему процессу во времени  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ ,  $j = j_0, j_0 + 1, \dots, n$ . Величина  $\delta_0$  для рассматриваемого грунта находится в пределах  $\delta_0 = 0,05 - 0,14$ .

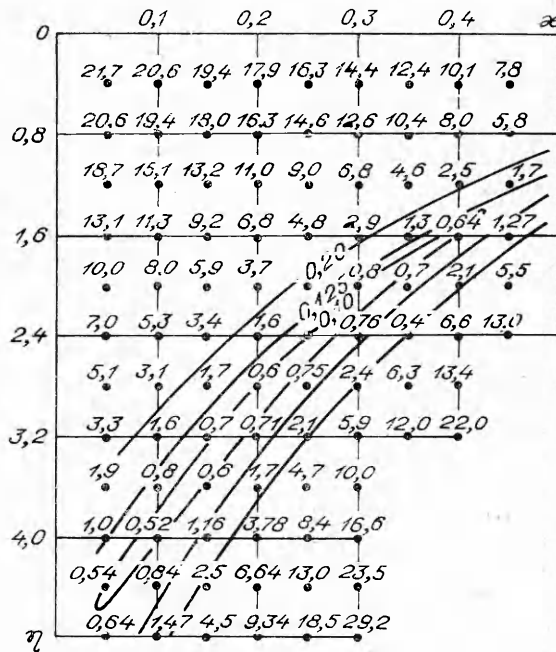
Поэтому можно полагать, что величина  $\delta$ , лежащая в пределах  $0,05 \leq \delta \leq 0,10$ , будет обеспечивать заданную точность. Из расчетов, приведенных на фиг. 1, следует, что заданной точности  $\delta = 0,10$  соответствует некоторая область значений пар  $(\kappa, \eta)$ . В табл. 2 (строка 2) для данного грунта указаны координаты, соответствующие центру этой области, и даны отклонения, соответствующие ее крайним точкам, здесь же приведены аналогичные результаты для других исследованных ранее грунтов [10—12].

Как следует из фиг. 1, уменьшая требование к точности эксперимента, можно получить сколь угодно большую область значений пар  $\kappa, \eta$ , удовлетворяющих заданной точности. При отсут-

ствии данных о точности эксперимента вопрос об определении характеристик грунта, описывающих его вязкопластические свойства, вообще теряет всякий практический смысл, поскольку область поиска значений  $\kappa, \eta$  будет неопределенной.

Наличие экспериментальных результатов, соответствующих различным режимам деформирования для одного и того же грунта, позволяет существенно сузить область искомых значений  $\kappa, \eta$ . Это связано с тем обстоятельством, что области, ограниченные линиями уровня, соответствующими равным величинам  $\delta$ , при различных режимах деформирования должны иметь общие точки, т. е. должны пересекаться. Отсутствие общих точек у таких областей свидетельствует о том, что принятая модель при заданной точности не дает адекватного отображения эксперимента и, следовательно, должна быть отвергнута.

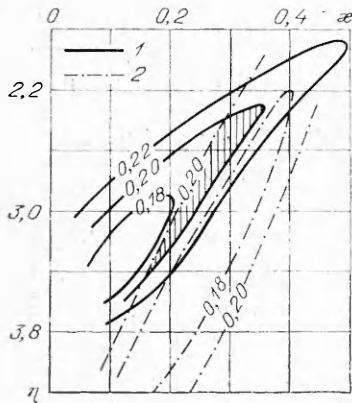
На фиг. 2 представлены результаты определения коэффициентов  $\kappa, \eta$  для суглинка с  $\gamma_0 = 1,60-1,65 \text{ г/см}^3, w = 0,15$  при двух различных режимах деформирования (кривые 1, 2). Цифры на линиях уровня соответствуют средней точности  $\delta$ . Заштрихованная область — область зна-



Ф и г. 1

Т а б л и ц а 2

№ п/п	Модель типа I			Модель типа II		
	$\kappa$	$\eta$	$\delta$	$\kappa$	$\eta$	$\delta$
1	0,40(+0,10)	1,0(+0,30)	0,10	0,50(+0,30)	0,6(+0,40)	0,10
2	0,40(+0,05)	1,8(+0,30)	0,10	0,22(+0,20)	2,8(+1,40)	0,10
3	0,45(+0,05)	3,5(+0,50)	0,10	0,40(+0,10)	2,0(+0,30)	0,06
4	0,35(+0,05)	2,6(+0,40)	0,20	0,25(+0,05)	2,8(+0,60)	0,20



Ф и г. 2

Представляет интерес сопоставить теоретические кривые  $\sigma_1(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ , рассчитанные применительно к условиям эксперимента с учетом данных по характеристикам из табл. 1, 2, с соответствующими экспериментальными кривыми.

Система уравнений, описывающих работу экспериментальной установки, имеет вид (ось  $x$  направлена вверх)

$$(10) \quad m_0 \frac{dv_3}{dt} = \alpha \sigma_3(t), \quad m_2 \frac{dv_2}{dt} = \sigma_1(t) - \alpha \sigma_3(t), \quad \sigma_3 = f_3 \left( \frac{u_1 - u_3}{l_3} \right),$$

$$\frac{d\sigma_1}{dt} = -E_1(\varepsilon_1) [v_1 + G(\sigma_1 - f(\varepsilon_1))], \quad v_2 = v_1, \quad v_1 = \frac{du_1}{dt},$$

$$v_3 = \frac{du_3}{dt}, \quad \varepsilon_1 = u_1/l_1, \quad E_1(\varepsilon_1) = \begin{cases} E(\varepsilon_1), & \frac{d\sigma_1}{dt} \geq 0, \\ E_*, & \frac{d\sigma_1}{dt} < 0, \end{cases}$$

где  $u_2(t) = u_1(t)$ ,  $u_3(t)$  — смещения поршня (грунта) и падающего груза соответственно;  $m_0$ ,  $m_2$  — масса падающего груза и масса поршня на единицу площади образца;  $\sigma_1(t)$ ,  $\sigma_3(t)$  — напряжения в образце грунта и в прокладке;  $l_1$  и  $l_3$  — высота образца грунта и прокладки;  $\alpha = 0,121$  — отношение площадей прокладки и образца.

Начальными условиями для системы уравнений (10) являются

$$v_3(0) = -V_0 (V_0 = \sqrt{2gH_0}), \quad u_1(0) = u_3(0) = v_1(0) = v_2(0) = 0, \\ \sigma_1(0) = \sigma_3(0) = 0,$$

где  $H_0$  — высота падения груза.

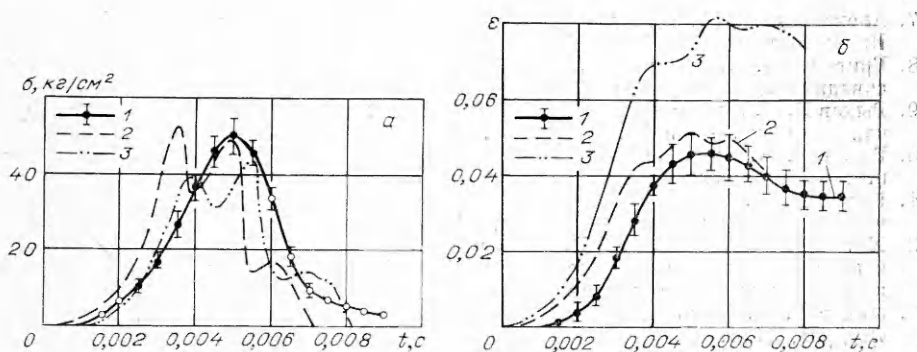
На фиг. 3, а, б представлены результаты расчетов напряжений  $\sigma_1(t)$  (кривая 2, фиг. 3, а) и деформаций  $\varepsilon(t)$  (кривая 2, фиг. 3, б) для песка с  $\gamma_0 = 1,50$  г/см<sup>3</sup>,  $w = 0,05$  при следующих данных: вес груза  $P_0 = 50$  кг,  $H_0 = 13,0$  см,  $l_1 = 3,0$  см,  $l_3 = 0,50$  см. Диаграмма сжатия прокладки  $f_3(z)$ ,  $z = (u_1 - u_3)/l_3$ , получена в результате статических испытаний в виде

$$f_3(z) = \begin{cases} 125z, & \text{кг/см}^2, & z \leq 0,4, \\ 673 + 3900z^2 - 3120z, & \text{кг/см}^2, & z > 0,4. \end{cases}$$

Кривые 2 фиг. 3, а, б соответствуют  $\kappa = 0,5$ ,  $\eta = 0,6$  см/(кг·с)<sup>1/2</sup>, кривые 3 — упругопластической модели, характеризуемой статической

чений  $\kappa$ ,  $\eta$ , соответствующая  $\delta = 0,2$  для обоих режимов, что находится в пределах точности экспериментов для суглинка. В табл. 2 области значений  $\kappa$ ,  $\eta$  определены для моделей типа I и II. Анализ этих результатов свидетельствует о том, что рассматриваемые модели в диапазоне нагрузок до 30—50 кг/см<sup>2</sup> практически с одинаковой точностью описывают эксперимент для песков и суглинков. Следует отметить, что при описании процесса затухания взрывных волн при коротких нагрузках модель типа II лучше согласуется с экспериментом, чем модель типа I.

Из полученных результатов (см. табл. 2) видно, что функция  $G$  для песчаных и глинистых грунтов является существенно нелинейной в отличие от результатов [13].



Фиг. 3

диаграммой сжатия  $f(\varepsilon_1)$  при нагружении. Разгрузка при этом принимается аналогично вязкопластической модели при  $\sigma_1 < f(\varepsilon_1)$ . Кривые 1 — экспериментальные значения напряжений и деформаций со своими доверительными интервалами.

Как видно из фиг. 3, а, теоретические кривые  $\sigma_1(t)$  в обоих случаях лежат в пределах доверительных интервалов только в отдельных точках. При этом величина максимальных напряжений для кривой 2 ( $\kappa = 0,5$ ,  $\eta = 0,6 \text{ см}/(\text{кг} \cdot \text{с})^{1/2}$ ) практически совпадает с экспериментальной, а для кривой 3 — на 15–20% меньше.

В целом следует отметить (применительно к данным опытам), что кривые  $\sigma_1(t)$  мало чувствительны к изменениям параметров модели  $\kappa$ ,  $\eta$ . Именно в связи с этим обстоятельством минимизация функции  $D(\kappa, \eta)$  при определении величин  $\kappa$ ,  $\eta$  проводилась по деформациям  $\varepsilon(t)$ .

Теоретическая кривая 2 на фиг. 3, б при  $t > 0,004$  лежит в пределах доверительных интервалов для экспериментальных точек, а кривая 3, полученная при расчетах по упругопластической модели (без учета вязкости), существенно выходит за доверительные интервалы для всех моментов времени. Это свидетельствует о непригодности упругопластической модели для описания деформирования грунта при кратковременных динамических нагрузках.

Учитывая, что скорость деформирования не оказывает существенного влияния на условие пластичности, на основе полученных выше результатов по одноосному сжатию (см. табл. 1, 2) можно определить соответствующие характеристики исследованных грунтов для объемного сжатия, согласно (5).

Поступила 27 VII 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кристеску Н. О распространении продольных волн в тонких упруговязкопластических стержнях. — Сб. пер. Механика, 1966, № 3.
2. Lubliner J. A general theory of strain-rate dependent plastic wave propagation in bars. — J. Mech. Phys. Solids, 1964, vol. 12, p. 59–65.
3. Соколовский В. В. Распространение упруговязкопластических волн в стержнях. — ПММ, 1948, т. XII, вып. 3.
4. Малверн Л. Распространение продольных пластических волн с учетом влияния скорости деформирования. — Сб. пер. Механика, 1952, № 1.
5. Зубкова А. Н., Рыков Г. В. Распространение одномерных волн напряжений в вязкопластической среде. — В кн.: Материалы V Всесоюз. симпози. по распрост. упругих и упругопластических волн. Алма-Ата, «Наука», 1973.
6. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов. — ПММ, т. 24, вып. 6, 1960.

7. Алексеев В. Д., Григорян С. С., Кошелев Л. И., Новгородов А. Ф., Рыков Г. В. Измерение волн напряжений в мягких грунтах.— ПМТФ, 1963, № 2.
8. Григорян С. С., Ляхов Г. М., Мельников В. В., Рыков Г. В. Взрывные волны в лесовидном грунте.— ПМТФ, 1963, № 4.
9. Рыков Г. В. Экспериментальное исследование поля напряжений при взрыве в песчаном грунте.— ПМТФ, 1964, № 1.
10. Рыков Г. В. Влияние скорости деформирования на сжимаемость и сдвиг песчаных и глинистых грунтов при кратковременных нагрузках.— ПМТФ, 1969, № 3.
11. Рыков Г. В. Экспериментальные исследования сжимаемости глинистых грунтов при подземных взрывах.— ПМТФ, 1968, № 2.
12. Котов А. И., Нарожная З. В., Рыков Г. В., Сутырин В. П. Экспериментальные исследования сжимаемости песчаных грунтов и условия пластичности при кратковременных динамических нагрузках.— ПМТФ, 1976, № 5.
13. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.

УДК 539.374

## К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СЖИМАЕМОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ГРУНТА

А. Н. Спорышин

(Воронеж)

На основании трехмерных линеаризованных уравнений устойчивости исследуется процесс деформирования сжимаемого упругопластического грунта при малых докритических деформациях. В случае однородного докритического состояния общие решения уравнений устойчивости строятся аналогично [1].

1. Рассмотрим сжимаемый упругопластический грунт, физические уравнения которого определяем, следуя [2]. Предположим, что условие предельного состояния материала представлено в виде

$$(1) \quad \Phi(\sigma, \Sigma_2, \Sigma_3) = 0,$$

где  $\sigma$  — первый инвариант тензора напряжений;  $\Sigma_2, \Sigma_3$  — второй и третий инварианты девиатора тензора напряжений. Пусть при этом

$$(2) \quad e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p$$

( $e_{ij}$  — компоненты тензоров деформаций), причем упругие деформации связаны с напряжениями законом Гука

$$(3) \quad e_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij}.$$

Соотношения, определяющие зависимость между тензором скоростей пластических деформаций и напряжениями, примем в форме [2]

$$(4) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \left[ \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \delta_{ij} + \frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma_2} \frac{\partial \Sigma_2}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma_3} \frac{\partial \Sigma_3}{\partial \sigma_{ij}} \right] + \dot{\psi}(\sigma) \sigma \delta_{ij}.$$

Здесь

$\sigma = \frac{1}{3} \frac{d\sigma_{kk}}{dt}$ ;  $\dot{\psi}(\sigma) = \frac{d\psi}{d\sigma}$ ;  $e = \frac{1}{3} e_{kk}$ ;  $\psi(\sigma) - e = 0$  — функция объемного нагружения, которая полностью определяется из экспериментов на всестороннее равномерное растяжение — сжатие;  $\lambda \geq 0$  — неопределенный множитель.