

**ЯВНАЯ АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛА  
ДЛЯ РАЗВИТОГО ТЕЧЕНИЯ  
ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КРУГЛОЙ ТРУБЕ**

**А.Ф. КУРБАЦКИЙ, А.В. КАЗАКОВ**

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,  
Новосибирск  
Новосибирский государственный университет*

Представлены результаты вычисления распределений средней температуры, радиального потока тепла и дисперсии температурных пульсаций в развитом турбулентном течении несжимаемой жидкости в круглой трубе, вращающейся относительно продольной оси. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Наилучшее совпадение отмечено в области логарифмического слоя, что подтверждает адекватность гипотезы равновесной турбулентности, лежащей в основе вывода явной алгебраической модели.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В работе [1] проведено численное исследование статистических характеристик поля скорости развитого изотермического турбулентного потока в прямой круглой трубе, вращающейся вокруг продольной оси. Компоненты тензора рейнольдсовых напряжений (нормальные и касательные) и диссипация кинетической энергии турбулентности (КЭТ) вычислялись из дифференциальных уравнений переноса (модель турбулентного переноса вторых моментов). Эффект подавления турбулентности в закрученном потоке достигался введением в уравнение для  $\varepsilon$  (член деструкции диссипации) вращательного числа Ричардсона, что позволяло получить результаты вычислений согласованными с данными измерений в выходном сечении “короткой” секции вращающейся трубы длиной в 25 ее диаметров. Результаты вычислений показывают, что модель турбулентного переноса вторых моментов адекватно данным измерений описывает воздействие закрутки потока, а именно подавление турбулентности (напряжений Рейнольдса, КЭТ и ее диссипации) преимущественно в приосевой области течения. Анизотропия компонентов энергии турбулентности в незакрученном потоке сохраняется и при наличии закрутки потока как в вычислениях, так и в опытах [2].

Цель настоящей работы заключается в вычислении статистических характеристик температурного поля — профилей средней температуры, радиального турбулентного потока тепла и дисперсии пульсаций температуры — в развитом неизотермическом течении несжимаемой жидкости как в неподвижной, так и во вращающейся вокруг продольной оси круглой трубе. Эффекты плавучести не учитываются. Эти условия отвечают имеющимся данным измерений, с которыми проводится сопоставление результатов вычислений.

Результаты моделирования статистических характеристик турбулентного температурного поля течения в трубе зависят от точности вычисления рейнольдсовых напряжений, особенно вблизи стенки. Обсуждение этой

проблемы проводится, например, в [3 – 5]. Отметим здесь только, что получение замкнутого вида уравнений переноса для турбулентных характеристик температурного поля представляет собой задачу более трудную, чем вывод замкнутой формы уравнений переноса реинольдсовых напряжений, поскольку в первом случае процессы переноса зависят от двух характерных временных масштабов турбулентности. Вследствие трудностей корректного описания процессов переноса импульса и тепла в окрестности твердой стенки [3 – 5] и наличия двух временных масштабов в неизотермическом турбулентном течении, желательно использовать наиболее простую модель переноса тепла для течения как в стационарной, так и во вращающейся трубе, которая способна воспроизвести доминирующие физические эффекты.

В работах [3 – 5] показано, что явная алгебраическая модель для вектора турбулентного потока тепла с соответствующей пристеночной коррекцией дает результаты, хорошо согласующиеся, в частности, с данными прямого численного моделирования турбулентного потока тепла в плоском канале.

## 2. МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛА

Уравнение теплопроводности для установившегося турбулентного течения в прямой круглой трубе имеет вид

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + V \frac{\partial \Theta}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right), \quad (1)$$

где  $\Theta = \frac{\Theta_w - \Theta}{\Theta_w - \Theta_0}$  — осредненная безразмерная температура,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости,  $Pr = 0,71$  и  $Pr_t = 0,9$  — молекулярное и турбулентное числа Прандтля соответственно,  $\Theta_w$  — температура стенки трубы,  $\Theta_0$  — температура на оси трубы,  $r$  — радиальная координата, отсчитываемая от оси трубы,  $U$ ,  $V$  — средние продольная и радиальная скорости потока соответственно.

Для получения уравнения (1) в замкнутой форме используется явная алгебраическая модель для нормального к стенке турбулентного потока тепла:

$$-\langle v\theta \rangle = \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \Theta}{\partial y}, \quad (2)$$

где

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{E^2}{\varepsilon}, \quad (3)$$

$E = \frac{1}{2} \langle u_i u_i \rangle$  — КЭТ,  $\varepsilon$  — скорость диссипации КЭТ,  $y = a - r$  ( $a$  — радиус трубы). Величины  $E$  и  $\varepsilon$  находятся из решения дифференциальных уравнений переноса модели вторых моментов [1], и здесь уравнения, описывающие гидродинамику течения, не приводятся.

Функция  $f_\mu$  вводится для получения асимптотически согласованного изменения искомых величин вблизи твердой границы (стенки трубы). Действительно, если для рассматриваемого несжимаемого течения принять аналитичность для турбулентных флуктуаций скорости и скаляра и обращение их в нуль на стенке, то пульсационные величины можно разложить в ряд Тейлора в окрестности стенки по координате  $y$ , нормальной к стенке:

$$u = a_1 y + a_2 y^2 + \dots, \quad v = b_1 y + b_2 y^2 + \dots, \quad w = c_1 y + c_2 y^2 + \dots, \\ \theta = d_1 y + d_2 y^2 + \dots, \quad (4)$$

где  $u, v$  — осевая и радиальная турбулентные флуктуации скорости,  $\theta$  — турбулентная флуктуация температуры. Тогда с учетом (4) вблизи стенки нормальный турбулентный поток тепла будет иметь асимптотику  $\langle v\theta \rangle = O(y^3)$  и для граничного условия постоянной температуры стенки  $\frac{\partial \Theta}{\partial y} = O(y^0)$ . Следовательно, поскольку  $E = O(y^2)$  и  $\varepsilon = O(y^0)$ , демпфирующая функция  $f_\mu$  вблизи стенки должна быть порядка  $y$ , а вдали от стенки — стремиться к единице. Функция, удовлетворяющая такому предельному поведению и описывающая демпфирующий эффект стенки, имеет вид

$$f_\mu = 1 - \exp(-0,0115y^+), \quad (5)$$

где  $y^+ = \frac{yu_*}{\nu}$  — безразмерная нормальная координата,  $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  — скорость трения,  $\tau_w$  — напряжение трения на стенке,  $\rho$  — плотность.

В работе [5] использована демпфирующая функция вида

$$f_\mu = \left( 1 + \frac{3,45}{\sqrt{\text{Re}_t}} \right) \text{th}(y^+/115), \quad (6)$$

где  $\text{Re}_t = E^2/\nu\varepsilon$  — турбулентное число Рейнольдса, дающая хорошие результаты для широкого диапазона изменений чисел  $\text{Re}$  и  $\text{Pr}$  для различных термических условий на стенке. Однако выражение (5) достаточно для модели переноса (2) – (3) по следующей причине.

Измерения [6] показывают, что значение  $\text{Pr}$  приблизительно постоянно по сечению трубы от ее оси до  $y^+ \approx 30$  ( $\text{Pr}_t \approx 0,9$ ). При меньших значениях координаты  $y^+$  значение числа  $\text{Pr}_t$  возрастает по направлению к стенке. Отметим, что в решении сформулированной тепловой задачи с использованием базовой модели переноса напряжений Рейнольдса [1] вычисленные компоненты турбулентных напряжений (нормальных и касательных) для течения в неподвижной трубе хорошо согласуются с данными измерений. Однако использование в [1] для диссипации граничного условия на стенке  $\varepsilon = 0$  не позволяет адекватно воспроизвести поведение  $\varepsilon$  в непосредственной окрестности твердой стенки. Поэтому любые усовершенствования модели турбулентного переноса тепла в окрестности твердой стенки оправданны при улучшенной модели описания поведения  $\varepsilon$  в окрестности стенки.

Важной характеристикой турбулентного температурного поля является дисперсия пульсаций температуры  $\langle \theta^2 \rangle$ , являющаяся для температурного поля аналогом КЭТ. Уравнение переноса для  $\langle \theta^2 \rangle$  вводит в рассмотрение временной масштаб турбулентности температурного поля  $\tau_\theta = 0,5 \langle \theta^2 \rangle / \varepsilon_\theta$ , где  $\tau_\theta$  — характерная частота вращения скалярных турбулентных вихрей,

$\varepsilon_\theta = \alpha \left\langle \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right\rangle$  — деструкция скалярного поля,  $\alpha$  — коэффициент молекулярной диффузии тепла.

Уравнение для дисперсии пульсаций температуры имеет вид

$$U \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \alpha \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial r} - \langle v \theta^2 \rangle \right) \right] - 2 \langle v \theta \rangle \frac{\partial \theta}{\partial r} - 2 \varepsilon_\theta. \quad (7)$$

Для получения уравнения (7) в замкнутой форме необходимы модельные представления для тройной корреляции  $\langle v \theta^2 \rangle$ , описывающей вертикальный турбулентный перенос дисперсии температурных пульсаций, и деструкции скаляра  $\varepsilon_\theta$ .

По соображениям, изложенным выше относительно точности модели [1] в непосредственной окрестности твердой границы, для деструкции  $\varepsilon_\theta$  не привлекается уравнение переноса. Эта величина алгебраически связывается с дисперсией  $\langle \theta^2 \rangle$  с помощью параметра отношения временных масштабов турбулентности скалярного и динамического полей [7]:

$$R = \frac{\tau_\theta}{\tau} = \frac{0,5 \langle \theta^2 \rangle / \varepsilon_\theta}{E / \varepsilon}, \quad (8)$$

где  $\tau$  — характерная частота вращения динамических вихрей. Экспериментальные данные [8] для различных сдвиговых течений (пограничный слой на нагреваемой плоской пластине, развитое течение в прямой круглой трубе, след за нагретым цилиндром, асимметрично нагретый слой смешения) показывают, что параметр  $R$  остается приблизительно постоянным поперек сдвиговых течений, за исключением области вблизи стенки (течение в трубе), причем диапазон его изменения для различных течений лежит в пределах 0,5 – 0,8. Для течения в трубе, как показали численные эксперименты, наилучшее согласие вычислений с данными измерений по дисперсии  $\langle \theta^2 \rangle$  достигается при  $R = 0,6$ . Это значение и использовано в расчетах. Следует заметить, что в стратегию применения наиболее простой модели для описания статистических характеристик температурного поля (здесь в развитом турбулентном течении в прямой круглой трубе) вписывается и алгебраическая модель для деструкции скаляра

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{R} \frac{0,5 \langle \theta^2 \rangle}{\tau} \quad (R = 0,6), \quad (9)$$

которая позволяет избежать решения трудной проблемы замыкания точного уравнения переноса для  $\varepsilon_\theta$ , поскольку оно вовлекает в рассмотрение два характерных масштаба времени  $\tau$  и  $\tau_\theta$  и содержит два механизма порождения, обусловленные градиентами средних полей скорости и скаляра.

Для моделирования турбулентной диффузии  $\langle v \theta^2 \rangle$  в уравнении для  $\theta^2$  обычно используется [4] выражение градиентного типа

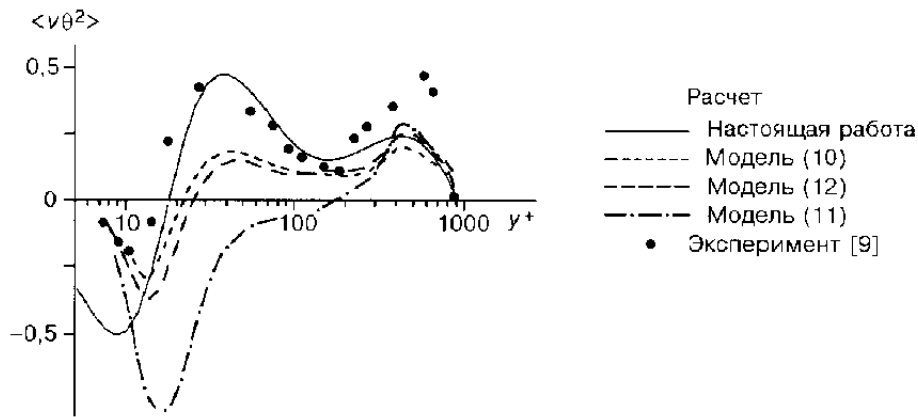


Рис. 1. Профиль момента третьего порядка  $\langle v\theta^2 \rangle$  в развитом турбулентном потоке в круглой трубе при  $N = 0$ .

$$-\langle u_k \theta^2 \rangle = C_{s\theta} \langle u_k u_j \rangle \frac{E}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_j}, \quad (10)$$

где  $C_{s\theta}$  — численный коэффициент. Однако (см. рис. 1) видно, что наилучшее согласие с опытными данными [9] получается при использовании полной модели градиентного переноса для тройной корреляции  $\langle u_k \theta^2 \rangle$  вида

$$\langle u_k \theta^2 \rangle - \langle u_k \theta^2 \rangle = C_{s\theta} \tau \left( 2 \langle u_\alpha \theta \rangle \frac{\partial \langle u_k \theta \rangle}{\partial x_\alpha} + \langle u_k u_\alpha \rangle \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_\alpha} \right), \quad (11)$$

которая для тройной корреляции  $\langle v\theta^2 \rangle$  записывается как

$$-\langle v\theta^2 \rangle = C_{s\theta} \tau \left( 2 \langle v\theta \rangle \frac{\partial \langle v\theta \rangle}{\partial r} + \langle v^2 \rangle \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial r} \right) (C_{s\theta} = 0,11). \quad (12)$$

Из рис. 1 видно, что модель (10), применявшаяся другими авторами, хуже согласуется с экспериментальными данными (поток  $\langle v\theta^2 \rangle$  на рис. 1 нормализован с использованием скорости трения на стенке  $u_*$  и температуры трения  $\theta_* = \frac{q_w}{\rho c_p u_*}$ ,  $q_w$  — значение потока тепла на стенке,  $\rho$  — плотность,  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении). Все модели вида (10) или (11) недостаточно точны при описании течения в приосевой области, что непосредственно сказывается на точности воспроизведения  $\langle \theta^2 \rangle$  в рассматриваемой части течения. По-видимому, это обусловлено локальным характером моделей “градиентной диффузии”, какую бы форму они не имели [9].

Отметим, что модель вида (10) или (12) может быть использована для течений как с низкими, так и с высокими числами Рейнольдса, поскольку член

турбулентной диффузии дисперсии  $\langle \theta^2 \rangle$  имеет, согласно разложениям (4), асимптотику вида  $\langle v\theta^2 \rangle = O(y^3)$  вблизи стенки и поэтому пренебрежимо мал по сравнению с диссипацией и молекулярной диффузией  $\langle \theta^2 \rangle$ . Следовательно, в силу высокого порядка малости моделируемого члена (12) вблизи стенки, неточность модели (12) вблизи стенки не столь существенна, как в приосевой зоне течения.

В окончательном виде уравнение (7) записывается как

$$U \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x} + V \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \alpha \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial r} + C_{s\theta} \frac{E}{\varepsilon} \left( 2 \langle v\theta \rangle \frac{\partial \langle v\theta \rangle}{\partial r} + \langle v^2 \rangle \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial r} \right) \right) \right] - \frac{1}{R} \frac{\langle \theta^2 \rangle}{E} \varepsilon. \quad (13)$$

Рассматриваемое течение является осесимметричным, и граничные условия для функций  $\Theta$  и  $\langle \theta^2 \rangle$ , определяемых уравнениями (1) и (13), требуются на стенке и на оси трубы:

$$\Theta = \Theta_w, \quad \langle \theta^2 \rangle = 0 \quad \text{при } r = a \quad (a \text{ — радиус трубы}),$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} = \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = 0. \quad (14)$$

Отметим, что поскольку в качестве независимой переменной используется разность температур  $(\Theta_w - \Theta)$  и течение полагается полностью развитым, уравнения (1), (13) могут быть редуцированы к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Однако в силу того, что численное решение дифференциальных уравнений переноса рейнольдсовых напряжений в [1] осуществляется конечно-разностным методом контрольного объема, этот же метод и вычислительный код использованы при решении уравнений (1), (13).

Модель турбулентного переноса тепла (1) – (3), (13), (14) применялась для вычисления основных характеристик  $(\Theta, \langle v\theta \rangle$  и  $\langle \theta^2 \rangle)$  развитого турбулентного потока в прямой круглой трубе для двух экспериментальных реализаций: а) труба неподвижна, б) развитый неизотермический турбулентный поток поступает на вход секции трубы того же диаметра, вращающейся с постоянной окружной скоростью  $W_0$  относительно продольной оси. Основным параметром, характеризующим воздействие наложенного извне вращения на структуру турбулентности неизотермического течения, служит параметр закрутки  $N = W_0/U_m$  (где  $U_m$  — среднерасходная скорость потока). Следует подчеркнуть, что модель турбулентного переноса тепла без каких-либо изменений применяется для описания характеристик турбулентного поля температуры как в неподвижной, так и во вращающейся трубе. Другими словами, воздействие закрутки потока на турбулентные величины температурного поля описывается наиболее простой моделью турбулентного переноса тепла (2), (3), в которой эффект подавления турбулентности учитывается турбулентной вязкостью. Изменение величины  $\nu_t$  в свою очередь, полностью определяется

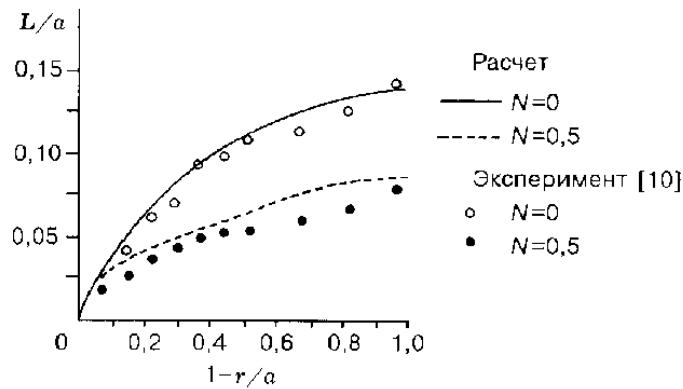


Рис. 2. Распределение интегрального масштаба турбулентности  $L/a$  по сечению трубы.

энергией турбулентности  $E$  и ее диссипацией  $\varepsilon$  закрученного потока, вычисленных с помощью модели вторых моментов [1]; никаких дополнительных коррекций при этом не производится.

Подтверждение сказанному следует непосредственно из рис. 2, на котором приведены распределение интегрального масштаба турбулентности  $L$ , вычисленного через параметры  $E$  и  $\varepsilon$  ( $L = E^{3/2}/\varepsilon$ ), и опытные данные [10] ( $Re = U_m 2R/\nu = 2 \cdot 10^4$ ). Видно, что модель переноса рейнольдсовых напряжений [1] адекватно воспроизводит стабилизирующий эффект закрутки потока — уменьшение интегрального масштаба турбулентности (линейного размера энергосодержащих турбулентных вихрей), приводящее через возрастание диссипации (при  $N > 0$ ) к подавлению энергии турбулентности.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Работоспособность модели турбулентного переноса тепла (1) – (3), (13), (14) устанавливается путем сравнения результатов вычислений с экспериментальными данными [2] ( $Re_m = U_m D/\nu = 4 \cdot 10^4$ ,  $D = 2a$ ) и результатами измерений [6, 13, 14] ( $Re_m = 4 \cdot 10^4$ ). Один из важных результатов сравнения вычислений с экспериментальными данными представлен на рис. 3,

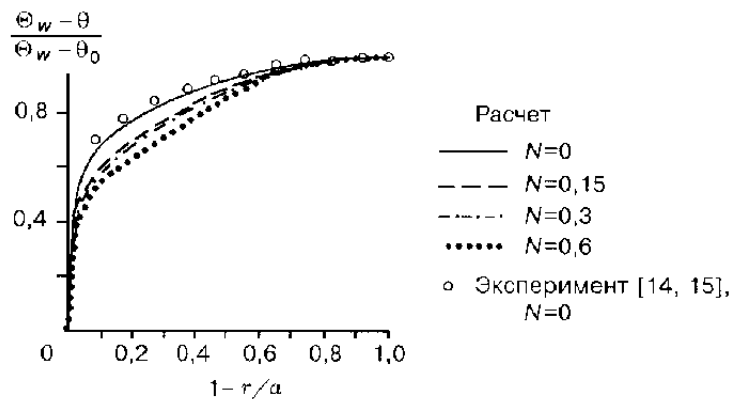


Рис. 3. Профили средней температуры в развитом турбулентном течении в круглой трубе ( $\Theta_w$  — средняя температура на стенке трубы,  $\Theta_0$  — средняя температура на оси трубы).

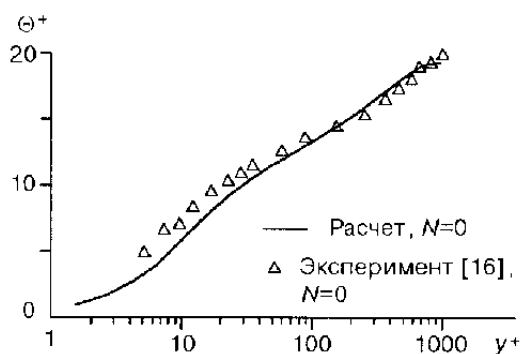


Рис. 4. Профиль средней температуры развитого течения в невращающейся круглой трубе ( $\Theta^+ = \theta/\theta_w$ ).

где безразмерные профили температуры для различных значений параметра  $N$  нанесены как функции координаты  $y^+ = 1 - r/a$ . Следует отметить, что точность измерений величин турбулентного температурного поля (потоков тепла, в частности) была не столь

хорошо документирована, чем таковая для напряжений Рейнольдса, а в измерениях [14, 15] не были полностью исключены эффекты плавучести. Распределение средней температуры в развитом незакрученном потоке ( $N = 0$ ) хорошо согласуется с измерениями [14, 15]. Экспериментальных данных о поведении профиля средней температуры в закрученном потоке в цитированных выше работах, к сожалению, не имеется. В связи с этим можно только сказать, что температурный профиль, как и профиль средней скорости течения [1], с ростом параметра закрутки ясно обнаруживает тенденцию к параболизации своей формы.

На рис. 4 вычисленный профиль средней температуры показан как функция пристенной координаты  $y^+ = \frac{yu_*}{\nu}$  в полулогарифмическом

масштабе. Там же приведены опытные данные [16] ( $Re_m = 4,95 \cdot 10^4$ ). Согласие результатов вычислений с данными измерений в целом хорошее, в том числе в термическом вязком подслое, в буферном слое и в области логарифмического закона; моделью хорошо воспроизводится наклон логарифмического участка профиля температуры. Наблюдаемое расхождение в области буферного слоя связано, скорее всего, с недостаточной точностью вычисления диссипации КЭТ в пристеночной области моделью [1].

В работе [6] представлены результаты (при  $N = 0$ ) детальных измерений радиального турбулентного потока тепла и дисперсии пульсаций температуры по всему сечению трубы, включая и пристенную область течения. Вычисленные и измеренные профили турбулентного потока тепла  $\langle v\theta \rangle$  приведены на рис. 5 как функции пристеночной координаты  $y^+$ . Видно, что вычисленный профиль потока тепла при  $N = 0$  хорошо согласуется с измеренным в [6], включая и область течения в окрестности стенки трубы\*.

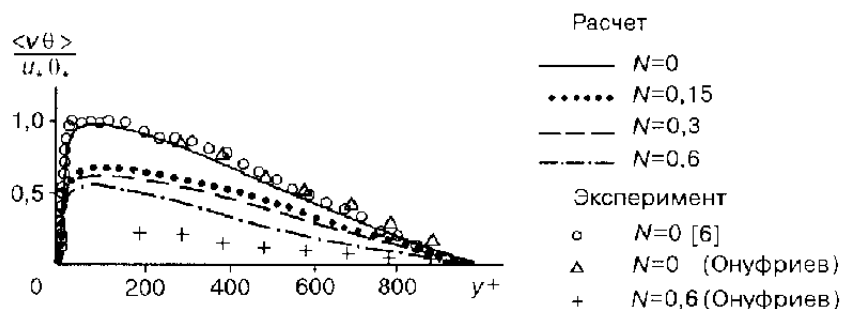


Рис. 5. Профиль радиального турбулентного потока тепла в развитом турбулентном потоке в круглой трубе.

\* **Онуфриев А.Т.** Исследование корректности полуэмпирической теории для определения спектральных характеристик для модельного течения и заданного потока: Отчет МФТИ, 1989.



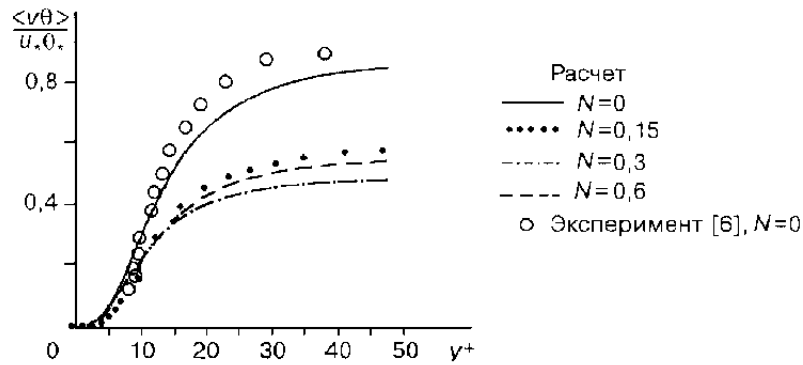


Рис. 6. Профиль радиального турбулентного потока тепла в развитом турбулентном потоке в круглой трубе вблизи стенки трубы.

Для закрученного потока опытные данные А.Т. Онуфриева, к сожалению, неполны и точность измерения потока тепла  $\langle v\theta \rangle$  неизвестна. Однако из рис. 5 отчетливо виден эффект закрутки потока на радиальный перенос тепла — подавление потока тепла с ростом параметра закрутки и согласие результатов вычисления (при  $N = 0,6$ ) с опытными данными А.Т. Онуфриева, полученными для центральной части течения.

На рис. 6 приведено сравнение вычисленного потока тепла с экспериментальными данными [6] для случая  $N = 0$ . Можно констатировать, что явная алгебраическая модель для турбулентного потока тепла адекватно воспроизводит поведение потока тепла и в непосредственной окрестности стенки трубы.

Наиболее полные экспериментальные данные [6] о поведении дисперсии температурных пульсаций (при  $N = 0$ ) приведены на рис. 7 для сопоставления с результатами вычислений  $\langle \theta^2 \rangle$ , полученными путем численного решения уравнения (13). За исключением области вязкого термического подслоя согласие опытных данных с вычислениями можно считать хорошим как для закрученного, так и для незакрученного потоков; вблизи оси данные

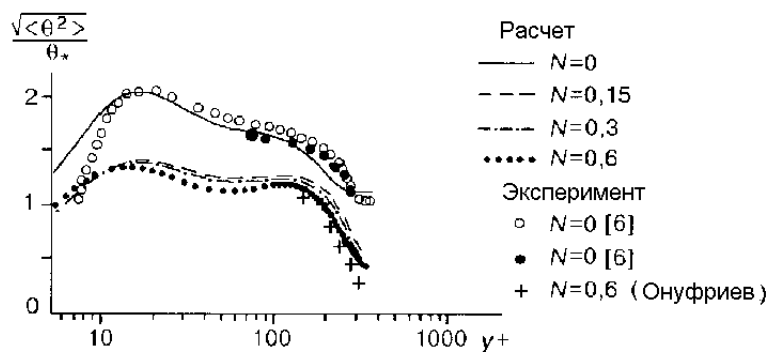
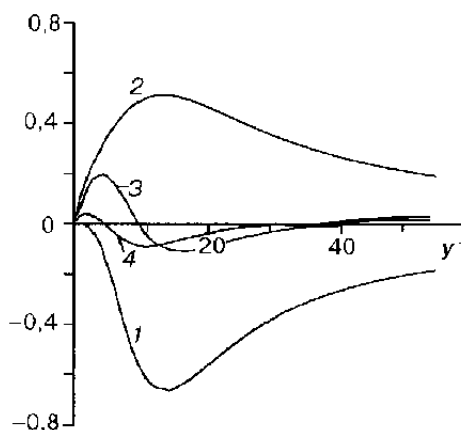


Рис. 7. Профиль дисперсии пульсаций температуры в развитом турбулентном потоке в круглой трубе.

Рис. 8. Баланс  $\langle \theta^2 \rangle$ -уравнения при  $N = 0$ .

1 — диссипация, 2 — порождение, 3 — турбулентная диффузия, 4 — молекулярная диффузия.

Онуфриева указывают на несколько более сильное подавление (при  $N = 0,6$ ) по сравнению с вычислением. Расхождение результатов вычислений  $\langle \theta^2 \rangle$  с опытными данными при  $y^+ \leq 15$  обусловлено неточностью модели (9) деструкции диссипации  $\varepsilon_\theta$  и для его устранения необходимо перейти к более сложной модели — вычислению обеих



величин  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_\theta$  из модельных дифференциальных уравнений переноса. Однако при этом возникает проблема естественных граничных условий для  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_\theta$  на твердой границе (стенке трубы). Для функции  $\varepsilon_\theta$  обсуждение данного вопроса можно найти, например, в [4], для функции  $\varepsilon$  — в [17]. На рис. 8 показаны вычисленные (при  $N = 0$ ) отдельные статьи баланса  $\langle \theta^2 \rangle$ -уравнения (13).

Начиная с буферной зоны и далее к оси трубы сбалансированными оказываются порождение (линия 2) и диссипация (линия 1). Картина баланса на рис. 8 в точности соответствует вычисленной в [18] (см. Fig. 16) для неизотермического течения в плоском канале. В частности, в обоих случаях максимум порождения расположен при  $y^+ \cong 15$ . В термическом вязком подслое ( $y^+ \leq 10$ ) баланс рис. 8 отличается от вычисленного в [18] по причине, обсуждавшейся выше.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты настоящей работы, полученные при использовании явной алгебраической модели для турбулентного потока тепла, свидетельствуют о ее работоспособности при вычислении распределений средней температуры, радиального потока тепла и дисперсии температурных пульсаций как в незакрученном развитом турбулентном течении несжимаемой жидкости в прямой круглой трубе, так и в неизотермическом развитом турбулентном течении в круглой трубе, вращающейся относительно продольной оси. При этом точность вычисления статистических характеристик турбулентного температурного поля прямо зависит от точности вычисления кинетической энергии турбулентности  $E$  и скорости ее диссипации  $\varepsilon$  по всему сечению трубы, включая область течения в непосредственной окрестности твердой границы (стенки трубы). Наилучшее согласие результатов вычисления с экспериментальными данными получено в области логарифмического слоя, что вполне объяснимо, поскольку явная алгебраическая модель (2), (3) непосредственно выводится [19] из  $\langle u_i \theta \rangle$ -уравнения переноса для равновесной турбулентности (порождение и корреляция системы давление — скаляр приближенно сбалансированы и являются преобладающими статьями баланса).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Гранты № 96-02-16001 и 96-15-96310) и ФЦП “Интеграция” (Проект № 274).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курбацкий А.Ф., Поросева С.В., Яковенко С.Н. Вычисление статистических характеристик турбулентного течения во вращающейся трубе // Теплофизика высоких температур. — 1995. — Т. 33, № 5. — С. 738 – 748.
2. Заяц П.Г., Сафаров Н.А. Экспериментальное изучение поведения характеристик турбулентного потока при вращении канала относительно продольной оси // Современные проблемы механики сплошных сред. — М.: Изд-во МФТИ, 1988. — С. 136.
3. Lai Y.G. and So R.M.C. Near-wall modeling of turbulent heat fluxes // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 1990. — Vol. 33, No. 7. — P. 1429 – 1440.
4. Sommer T.P., So R.M.C. and Lai Y.G. A near-wall two-equation model for turbulent heat fluxes // Ibid. — 1992. — Vol. 35, No. 12. — P. 3375 – 3387.
5. So R.M.C. and Sommer T.P. An explicit algebraic heat-flux model for the temperature field // Ibid. — 1996. — Vol. 39, No. 3. — P. 455 – 465.
6. Hishida M., Nagano Y. and Tagawa M. Transport processes of heat and momentum in the wall region of turbulent pipe flow // Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf. / Eds. C.L. Tien et al. Vol. 3. — Washington, DC. 1986. — P. 925 – 930.
7. Launder B.E. On the computation of convective heat transfer in complex turbulent flows // J. Heat Transfer. — 1988. — Vol. 110. — P. 1112 – 1128.
8. Beguier C., Dekeyser I., Launder B.E. Ratio of scalar and velocity dissipation time scales in shear flow turbulence // Phys. Fluids. — 1978. — Vol. 21, No. 3. — P. 307 – 310.
9. Nagano Y., Tagawa M. Turbulence Model for Triple Velocity and Scalar Correlations // Turbulent Shear Flows 7. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. — 1991. — P. 47 – 62.
10. Kikuyama K., Murakami M., Nishibori K., Maeda K. Flow in an Axially Rotating Pipe // Bulletin of the ASME. — 1983. — Vol. 26, No. 214. — P. 506 – 513.
11. Wyngaard J.C. Modeling the planetary boundary Layer. Extension to the stable case // Boundary-Layer Meteorology. — 1975. — Vol. 9. — P. 441 – 460.
12. Deardorff J.W. Three-dimensional numerical modeling of the planetary boundary layer // Proc. Workshop on Micrometeorology / Amer. Meteorolog. Soc. — 1973. — P. 271 – 311.
13. Dekeyser I., Launder B.E. A comparison of triple-moment temperature-velocity correlations in the asymmetric heated jet with alternative closure models // Turbulent Shear Flows 4. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1985. — P. 102 – 117.
14. Bremhorst K. and Bullock K.J. Spectral measurements of temperature and longitudinal velocity fluctuations in fully developed pipe flow // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 1970. — Vol. 13. — P. 1313 – 1329.
15. Bremhorst K. and Bullock K.J. Spectral measurements of temperature and longitudinal velocity fluctuations in fully developed pipe flow // Ibid. — 1973. — Vol. 16. — P. 2141 – 2154.
16. Johnk R.E. and Hanratty T.J. Temperature profiles for turbulent flow of air in a pipe - I. The fully developed heat transfer region // Chem. Eng. Sci. — 1962. — Vol. 17. — P. 867 – 879.
17. Speziale C.G., Abid R., Anderson E.C. Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence // AIAA J. — 1992. — Vol. 30, No. 2. — P. 324 – 331.
18. Nagano Y., Shimada M. Computational modeling and simulation of turbulent flows // Computational Fluid Dynamics Review / Eds. M.Hafez, K.Oshima. — Chichester, New York, et al., Brisbane, Toronto, Singapore, 1995. — P. 695 – 714.
19. Курбацкий А.Ф. Моделирование нелокального турбулентного переноса импульса и тепла. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. — 240 с.

*Статья поступила в редакцию 23 февраля 1998 г.*