

ОБ ОТКЛОНЕНИЯХ ОТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ
ПРИ РЕКОМБИНАЦИИ РАЗЛЕТАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМЫ

*Л. И. Гудзенко, Ю. И. Сыцько, С. С. Филиппов,
С. И. Яковленко*

(Москва)

Рассмотрена релаксация плотной низкотемпературной плазмы при охлаждении электронов о тяжелые частицы и при разлете в пустоту плазменного сгустка. Анализируется кинетика заселенностей в предельных случаях свободного выхода и пленения излучения. Приводятся результаты численного решения самосогласованной (по температуре и концентрации свободных электронов) задачи о релаксации плазмы атомарного водорода.

1. Времена релаксации. Исследование нестационарного процесса распада плотной неравновесной низкотемпературной плазмы требует учета изменения во времени большого числа параметров, связанных между собой нелинейными соотношениями. Во многих случаях времена релаксации разных характеристик плазмы резко различны. Это можно использовать для упрощения задачи, считая более быстрые процессы установившимися и описывая их в квазистационарном приближении при рассмотрении релаксации сравнительно медленно меняющихся характеристик.

Возможна следующая классификация времен релаксации. Наиболее быстрым процессом, характерное время которого порядка времени нескольких электрон-электронных столкновений, является «максвеллизация» распределения свободных электронов по скоростям, т. е. формирование электронной температуры T_e . За такое же время устанавливается единое с континуумом бoльцмановское распределение по верхним дискретным уровням возбуждения атомов, потенциал ионизации которых порядка T_e или меньше. Определим эти уровни как принадлежащие к квазиравновесному спектру.

Следующий несколько более медленный процесс — установление стационарного стока электронов по уровням. При этом формируется квазистационарное неравновесное распределение заселенностей нижних возбужденных уровней, определяемое мгновенными значениями температуры T_e и концентрации N_e свободных электронов. Несколько большее характерное время имеет процесс выравнивания температур свободных электронов и тяжелых частиц.

Самый медленный процесс — уменьшение плотности свободных электронов за счет рекомбинации и заполнения основного состояния атомов. Он приводит к установлению равновесного распределения электронов по всем уровням, если нет стационарно действующих источников, поддерживающих неравновесность. Процессы ассоциации атомов в молекулы и релаксации возбужденных молекул здесь обсуждаться не будут.

Если в начальный момент времени плазма находилась в далеком от равновесия состоянии, то в ходе релаксации она проходит ряд стадий, отвечающих перечисленным выше процессам. Величины времен установления каждой стадии распада плазмы сильно зависят от параметров плазмы. В плотной низкотемпературной плазме при достаточно высоких

значениях N_e электронные столкновения играют главную роль, так что атом-атомные столкновения можно в этом случае не учитывать. Вкладом фоторекомбинации и фотоионизации также можно пренебречь по сравнению с рекомбинацией при тройных столкновениях и ионизацией электронным ударом.

2. Постановка задачи. Ограничимся исследованием пространственно-однородной модели релаксации низкотемпературной плазмы, состоящей из электронов, однократно заряженных ионов и нейтральных атомов. Пусть концентрация тяжелых частиц N меняется со временем по степенному закону

$$(2.1) \quad N(t) = N_0 (t_0 / t)^\mu$$

Так изменяется плотность в инерционной стадии разлета плазменного сгустка. Параметр t_0 связан с начальным размером сгустка r_0 и скоростью разлета u соотношением $t_0 = r_0 / u$. Показатель μ характеризует геометрию разлета ($\mu = 1, 2, 3$); $\mu = 0$ соответствует неподвижному плазменному сгустку.

Уравнения кинетики заселения возбужденных уровней атомов в пространственно-однородной модели можно записать в виде [1]

$$(2.2) \quad \frac{dN_n}{dt} = \sum_{m=1}^{n_1} K_{nm} N_m + D_n - \frac{\mu}{t} N_n \equiv \Gamma_n - \frac{\mu}{t} N_n$$

$$(n = 1, 2, \dots, n_1)$$

где N_n — заселенности дискретных уровней, n_1 — число дискретных уровней, не объединенных с непрерывным спектром. Матрицу $\{K_{nm}\}$ называют релаксационной матрицей или матрицей переходов. Недиagonalный элемент K_{nm} характеризует число переходов в единицу времени из состояния m в состояние n . Диагональный элемент K_{nn} по абсолютной величине равен числу переходов в единицу времени из состояния n во все остальные. Величина D_n равна числу частиц в единице объема, приходящих в единицу времени в состояние n из континуума и объединенных с ним уровней квазиравновесного спектра.

Столкновительные переходы характеризуются скоростью перехода, т. е. числом переходов в единицу времени, нормированным на концентрацию частиц, вызывающих переход.

Недиagonalные элементы релаксационной матрицы можно записать в виде

$$K_{nm} = V_{nm} N_e + A_{nm} \quad (n \neq m; n, m = 1, 2, \dots, n_1)$$

где V_{nm} — скорость перехода из состояния m в состояние n под действием электронного удара, A_{nm} — скорость спонтанного радиационного перехода $m \rightarrow n$, $A_{nm} = 0$ при $m < n$.

В соответствии с определением диагональные элементы

$$K_{nn} = - \left(\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{n_1} K_{mn} + V_{en} N_e \right) \quad (n = 1, 2, \dots, n_1)$$

где V_{en} — скорость ионизации электронным ударом.

Свободный член имеет вид

$$D_n = V_{ne} N_e^2 N_+ \quad (n = 1, 2, \dots, n_1)$$

где N_+ — концентрация ионов, V_{ne} — скорость тройной рекомбинации.

К уравнениям (2.1), (2.2) следует добавить уравнение баланса тяжелых частиц

$$(2.3) \quad N = N_+ + \sum_{m=1}^{n_1} N_m$$

условие квазинейтральности

$$(2.4) \quad N_e = N_+$$

и, поскольку рекомбинация в плотной плазме приводит к значительному тепловыделению, уравнения баланса тепла.

С точки зрения энергетического баланса низкотемпературную плотную плазму можно рассматривать как совокупность трех сравнительно слабо взаимодействующих подсистем, образованных поступательными степенями свободы электронов плазмы (А), поступательными степенями свободы тяжелых частиц (В) и энергетическими уровнями связанных электронов (С). Подсистема (С) теряет также энергию за счет излучения.

Обмен энергией между подсистемами (А) и (В) обусловлен разностью температур $\Delta T = T_e - T$ (где T — температура тяжелых частиц) и осуществляется упругими столкновениями между электронами и тяжелыми частицами; выравнивание температур T_e и T является относительно медленным процессом со временем релаксации τ_T порядка $(v_e m / M)^{-1}$, где M — масса тяжелых частиц, m — масса электрона, v_e — эффективная частота соударений электронов с ионами и нейтральными частицами. Неупругие столкновения, сопровождаемые изменением энергии связи электронов, приводят к обмену энергией между подсистемами (А) и (С).

При неупругих столкновениях электронов с атомами или рекомбинационных с ионами тяжелым частицам передается лишь малая доля ($\sim m / M$) изменения энергии связи. Вклад неупругих соударений между тяжелыми частицами также невелик. Поэтому можно считать, что прямой обмен между подсистемами (В) и (С) практически отсутствует.

Количество тепла, передаваемое газу тяжелых частиц (в единице объема в единицу времени) свободными электронами при упругих соударениях, равно [2]

$$Q_e = 3 (m / M) v_e N_e (T_e - T)$$

Тепловыделение в электронном газе за счет неупругих столкновений определяется выражением

$$Q_i = N_e \sum_{n=1}^{n_1} \left(N_n \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{n_1} E_{nm} V_{mn} + E_n (V_{ne} N_e^2 - V_{en} N_n) \right)$$

где E_n — энергия ионизации n -го уровня и $E_{nm} = E_m - E_n$.

Уравнения баланса тепла имеют вид

$$(2.5) \quad \frac{3}{2} N_e \frac{dT_e}{dt} = \frac{3}{2} T_e \sum_{n=1}^{n_1} \Gamma_n - N_e T_e \frac{\mu}{t} + Q_i - Q_e$$

$$(2.6) \quad \frac{3}{2} N \frac{dT}{dt} = Q_e - NT \frac{\mu}{t}$$

Таким образом, релаксация плотной низкотемпературной плазмы в пространственно-однородной модели инерционного разлета описывается системой уравнений (2.1)–(2.6). Для этой системы решается задача Коши

с начальными условиями при $t = t_0$

$$N_n(t_0) = N_{n0} \quad (n = 1, 2, \dots, n_1), \quad T_e(t_0) = T_{e0}, \quad T(t_0) = T_0$$

3. Метод решения. Численные решения задачи Коши получены с помощью ЭВМ для ряда начальных условий как для неподвижной плазмы ($\mu = 0$), так и для случая сферического разлета ($\mu = 3$). Расчеты проведены для частично ионизованной плазмы атомарного водорода. Релаксационная матрица взята из работы [3]. Вычисления с различными значениями n_1 показали, что при $n_1 \geq 9$ результаты мало отличаются. По порядку величин выбирались следующие значения параметров плазмы: $t_0 \gtrsim 10^{-7}$ сек, $T_{e0} \sim T_0 \lesssim 1$ эв, $N_0 \sim 10^{17}$ см $^{-3}$, $N_e \sim 10^{16}$ см $^{-3}$.

В методе решения использовано различие порядков величин времен релаксации характеристик плазмы. Дифференциальные уравнения для медленно меняющихся параметров N_1 , T_e и T решались методом Рунге — Кутты с автоматическим выбором шага. Заселенности возбужденных уровней N_n ($n = 2, 3, \dots, n_1$) определялись в приближении стационарного стока, т. е. из системы $n_1 - 1$ линейных алгебраических уравнений, которая получается из уравнений (2.2), если в них при $n \geq 2$ положить производные по времени равными нулю. Эта система решалась на каждом шаге по времени итерационным методом Зейделя.

Использование квазистационарного приближения при вычислении заселенностей возбужденных уровней правомерно, если характерные времена τ_n установления заселенностей уровней с $n \geq 2$ малы по сравнению с τ_Δ — минимальным из характерных времен изменения параметров плазмы N_1 , N_e , T_e , T

$$(3.1) \quad \tau_n \ll \tau_\Delta$$

В случае неподвижной плазмы

$$\tau_n = \tau_n^0 \approx \lambda_n^{-1}, \quad \tau_\Delta = \tau_r \approx N_e |dN_e/dt|^{-1}$$

где λ_n — соответствующее собственное значение релаксационной матрицы, а τ_r — характерное время рекомбинации электронов. В случае разлетающейся плазмы

$$\tau_n^{-1} = (\tau_n^0)^{-1} + \mu t^{-1}, \quad \tau_\Delta^{-1} = \tau_r^{-1} + \mu t^{-1}$$

и условие (3.1) можно представить в виде

$$(3.2) \quad (\tau_r^{-1} + \mu t^{-1}) / ((\tau_n^0)^{-1} + \mu t^{-1}) \ll 1$$

В приближении стационарного стока для $n \geq 2$ из (2.2) получаем оценку

$$N_n / N_e \sim \tau_r^{-1} / ((\tau_n^0)^{-1} + \mu t^{-1})$$

позволяющую переписать (3.2) в виде

$$(3.3) \quad N_n / N_e \ll 1 / (1 + \mu \tau_n^0 t^{-1})$$

При $\mu = 0$, т. е. в неподвижной плазме это условие переходит в критерий применимости приближения стационарного стока

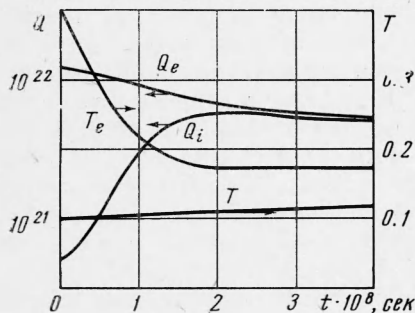
$$(3.4) \quad N_n / N_e \ll 1$$

Из (3.3) видно, что при $t > \tau_n^0$ имеет место неравенство (3.4). В случае оптически тонкой плазмы значение τ_n^0 ограничено сверху величиной

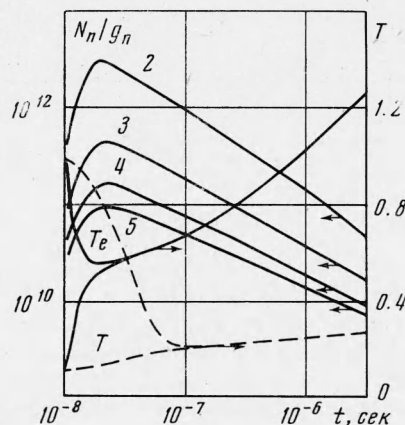
$A_{1n}^{-1} \sim 10^{-9}$ сек, т. е. приближение стационарного стока справедливо во всем диапазоне параметров.

Если рассматривать отношение τ_n / τ_r как малый параметр при производной в уравнениях (2.2) для $n \geq 2$, то допустимость использования приближения стационарного стока при вычислении заселенности возбужденных уровней может быть обоснована с математической точки зрения [4].

Решение полной системы дифференциальных уравнений методом Рунге — Кутты или каким-либо другим традиционным методом без использования приближения стационарного стока потребовало бы шага по времени, много меньшего чем τ_n (при $n = n_1$). Поскольку рассчиты-



Фиг. 1



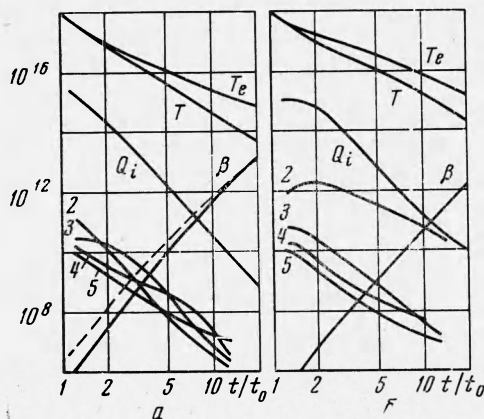
Фиг. 2

вается изменение параметров плазмы за интервалы времени $\Delta t \geq \tau_\Delta$, которые при указанных выше значениях параметров плазмы на 3—4 порядка превышают τ_n , это привело бы к чрезмерно большим временам счета и потере точности, обусловленной накоплением ошибок округления.

4. Обсуждение результатов. На фиг. 1 и 2 представлены некоторые результаты численного решения системы уравнений (2.1)—(2.6) для оптически тонкой покоящейся ($\mu = 0$) плазмы. Плазма охлаждается только за счет высвечивания. Расчеты проведены при следующих начальных условиях: $T_{e0} = 0.4$ эв, $T_0 = 0.1$ эв, $N_0 = 10^{17}$ см⁻³, $N_{10} = 0.99 \cdot 10^{17}$ см⁻³ (фиг. 1) и $T_{e0} = 1$ эв, $T_0 = 0.1$ эв, $N_0 = 10^{16}$ см⁻³, $N_{10} = 0$ для сплошных кривых и $N_{10} = 0.9 \cdot 10^{16}$ см⁻³ для пунктирных кривых (фиг. 2); $N_{n0} = 0$ при $n = 2, 3, \dots, n_1$. Время нанесено по оси абсцисс на фиг. 1 в линейном масштабе и на фиг. 2 в логарифмическом. Линейная шкала температур в электрон-вольтах на обеих фигурах помещена справа.

Начальный разрыв температур T_e и T уменьшается за время $\tau_T \sim M (m v_e)^{-1}$. При низкой степени ионизации ($\alpha_0 = 0.01$) некоторый разрыв температур сохраняется довольно долго, так как охлаждение электронного газа за счет упругих столкновений Q_e компенсируется рекомбинационным нагревом Q_i (на фиг. 1 значения Q в эв·см⁻³·сек⁻¹ указаны на логарифмической шкале слева). При высокой степени ионизации температуры T_e и T за время порядка τ_T практически выравниваются и в дальнейшем остаются одинаковыми (на фиг. 2 сплошным кривым соответствует $\alpha_0 = 1$, пунктирным $\alpha_0 = 0.1$). Подсистема (С) продолжает нагревать подсистемы (А) и (В), поэтому электронная температура, достигнув минимума, начинает медленно возрастать, а заселенности возбуж-

денных уровней N_n соответственно уменьшаются. Значения N_n / g_n в см^{-3} даны в логарифмической шкале на фиг. 2 слева, нумерация кривых совпадает со значениями главных квантовых чисел n соответствующих уровней (g_n — статистический вес уровня).



Фиг. 3

$\cdot \text{сек}^{-1}$, $\beta \cdot 10^{32} \text{ см}^6 \cdot \text{сек}^{-1}$ и $N_n / g_n \text{ см}^{-3}$, $n = 2, 3, 4, 5$. На логарифмической шкале по оси абсцисс отложено время в относительных единицах.

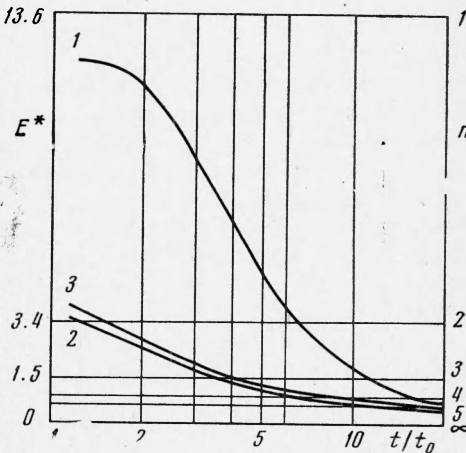
Характерной особенностью кинетики разлетающейся плазмы является возникновение отрыва температур: T_e и T убывают, но величина $(T_e - T) / T$ растет со временем. Это обусловлено быстрым выключением механизма охлаждения электронов о тяжелые частицы вследствие падения плотности. Реабсорбция излучения приводит к увеличению тепловыделения Q_i в электронном газе и уменьшению коэффициента тройной рекомбинации β . Сначала, пока T_e велика и коэффициент рекомбинации мал, величина Q_i в прозрачной плазме может быть больше, чем в оптически плотной, а скорость спада температур в обоих случаях практически одинакова. Затем тепловыделение в условиях реабсорбции излучения становится больше, чем в прозрачной плазме, а температуры T_e и T уменьшаются медленнее.

Показанный сплошными кривыми временной ход коэффициента тройной рекомбинации β получен при решении самосогласованной системы уравнений (2.1)–(2.6) с учетом всей совокупности процессов, определяющих заселенности уровней и концентрацию и температуру электронов, по формуле

$$(4.1) \quad \beta = \sum_{m=1}^n (V_{me} - V_{em} N_m / (N_e N_+))$$

Расчеты для случая сферического разлета ($\mu = 3$), результаты которых представлены на фиг. 3 и 4, проведены со следующими начальными условиями при $t_0 = 2.4 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$: $T_{e0} = T_0 = 0.88 \text{ эв}$, $N_0 = 5.2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $N_{10} = 4.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ($\alpha_0 = 0.15$) для $M = 14 M_H$, где M_H — масса атома водорода.

На фиг. 3 показано изменение во времени ряда величин в случае оптически тонкой плазмы (а) и при полной реабсорбции излучения лаймановской серии (б). К единой логарифмической шкале по оси ординат отнесены значения $T^2 \cdot 10^{18} \text{ эв}^2$, $Q_i \cdot 10^{-6} \text{ эв} \cdot \text{см}^{-3}$.



Фиг. 4

Для сравнения на фиг. 3, *a* прерывистой линией показан ход коэффициента рекомбинации, вычисленного по формуле [5]

$$(4.2) \quad \beta = 8.75 \cdot 10^{-27} T_e^{-3/2}$$

(T_e в эв), основанной на модели диффузии связанного электрона в атоме вдоль энергетической оси. При начальных значениях параметров ($T_e \sim 1$ эв, $N_e \sim 10^{16}$ см⁻³) значения β , даваемые формулой (4.2), примерно в пять раз превышают значения, получаемые согласно (4.1), и только при $T_e \lesssim 0.1$ эв и $N_e \sim 10^{13}$ см⁻³ обе формулы дают близкие значения коэффициента тройной рекомбинации.

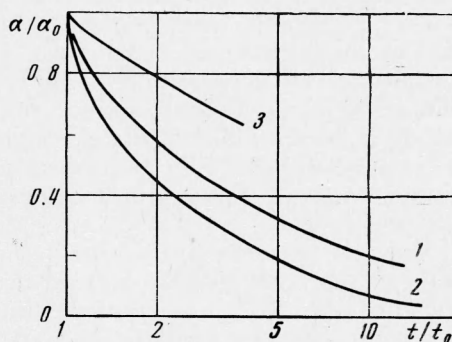
Это подтверждает ограниченность области применимости «диффузионной» модели. (Область применимости формулы (4.2) обсуждалась в [6].)

Особенно сильно реабсорбция излучения меняет характер заселения уровней. Если все излучение свободно выходит из плазмы, в процессе разлета возникает инверсная заселенность нижних возбужденных уровней $n = 2, 3, 4, 5$. Если излучение лаймановской серии заперто, то инверсия не возникает, заселенность уровня $n = 2$ аномально велика и спадает медленнее, чем t^{-3} . Это связано с тем, что по мере разлета ослабевает действие столкновительного механизма — единственного в данном случае, который обеспечивает очищение этого уровня.

Реабсорбция излучения серии Лаймана приводит в условиях разлета к непрерывному росту эффективного времени релаксации τ_2 первого возбужденного уровня, и в некоторый момент $t = t_1$ τ_2 становится больше характерного времени разлета. Это особенно отчетливо видно из фиг. 4, где по оси ординат в линейном масштабе отложена энергия E^* в эв, передаваемая электронному газу на один акт рекомбинации; горизонтальные линии соответствуют термам водородного атома, справа указаны значения главного квантового числа n . В оптически толстой плазме при $t < t_1$ почти вся энергия, освобождающаяся на один акт рекомбинации, передается подсистеме (A), т. е. идет на нагрев электронов (кривая 1) в отличие от оптически тонкой плазмы, где большая часть энергии высвечивается (кривая 2). При $t > t_1$ тепловыделение резко падает до значений, характерных для оптически тонкой плазмы: хотя резонансное излучение остается запертым, механизм столкновений перестает быть эффективным и энергия оказывается «замороженной» на первом возбужденном уровне.

Для прозрачной плазмы основанный на решении системы (2.1)—(2.6) расчет доли передаваемой электронам энергии (кривая 2) дает величину, близкую к полученной в [7] с помощью модели диффузии электронов вдоль энергетической оси (кривая 3). Замораживания неравновесной заселенности уровня при быстром расширении плазмы, сопровождаемого уменьшением тепловыделения на акт рекомбинации, следует ожидать также в тех случаях, когда атом имеет метастабильное состояние с большой энергией возбуждения (например, в случае инертных газов).

На фиг. 5 изображена зависимость степени ионизации α от времени при сферическом разлете водородной плазмы в пустоту. Начальные ус-



Фиг. 5

ловия заданы в момент нарушения ионизационного равновесия $t_0 = 10^{-5}$ сек., оцениваемый согласно [6]. Кривая 1 соответствует случаю $T_{e0} = T_0 = 1$ эв, $N_0 = 1.7 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\alpha_0 = 0.58$, кривая 2 — случаю $T_{e0} = T_0 = 1$ эв, $N_0 = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\alpha_0 = 0.34$. Кривые с такими же начальными условиями, рассчитанные в диффузионной модели, приведены в [7]. (При определении момента нарушения ионизационного равновесия значение β в [7] вычислялось по формуле (4.2), что приводит к $t_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ сек.)

Степень ионизации на кривой 1 (фиг. 5) убывает несколько быстрее, а на кривой 2 — медленнее, чем на соответствующих кривых в [7], представляющих там два качественно различных случая: «закалка» нерекombинировавших электронов и ионов; рекомбинация идет до конца, степень ионизации обращается в нуль уже при $t \approx 10t_0$ (авторы [7] объясняют такой результат приближенностью использованного ими уравнения). Кривая 3 соответствует тем же начальным условиям, что и кривая 2, но в предположении реабсорбции излучения. Возможны условия, когда в прозрачной для излучения плазме рекомбинация при разлете идет практически до конца, но в случае пленения излучения происходит закалка.

Следует отметить, что для резонансного уровня $n = 2$ при наличии реабсорбции излучения критерий применимости квазистационарного приближения (3.2) выполняется лишь на участке $t/t_0 \leq 3$, поэтому при больших временах результаты для оптически толстой плазмы могут быть не вполне корректны.

При быстром расширении плотной низкотемпературной плазмы кроме ионизационной и температурной неравновесностей возникает также неравновесная заселенность возбужденных состояний. Экспериментальные наблюдения указанных отклонений от термодинамического равновесия в расширяющейся плазме водорода в смеси с другими газами, и в частности инверсии заселенностей, описаны в [8,9]. На возможность получения инверсной заселенности уровней в расширяющейся плазме указывалось в [10,11]. Аналогичные результаты получены в [12] для релаксации частично ионизованного ксенона при расширении в сопле.

Поступила 5 III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Гудзенко Л. И., Филиппов С. С., Яковленко С. И. О расчете распада плазмы. Ж. прикл. спектроскопии, 1970, т. 13, № 2.
2. Гудзенко Л. И., Филиппов С. С., Яковленко С. И. О распаде неоднородной плазмы. Препринт Физ. ин-та АН СССР, 1968, № 156.
3. Гордиец Б. Ф., Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А. Некоторые приложения теории релаксации высокоионизированной водородной плазмы. ПМТФ, 1968, № 6.
4. Тихонов А. Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных. Матем. сб., 1952, т. 31 (73), № 3.
5. Гуревич А. В., Потаевский Л. П. Коэффициент рекомбинации в плотной низкотемпературной плазме. ЖЭТФ, 1964, т. 46, вып. 4.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
7. Кузнецов Н. М., Райзер Ю. П. О рекомбинации электронов в плазме, расширяющейся в пустоту. ПМТФ, 1965, № 4.
8. Гольдфарб В. М., Ильина Е. В., Костыгова И. Е., Лукьянов Г. А., Силантьев В. А. О заселенности уровней водорода в аргонно-водородной плазменной струе. Оптика и спектроскопия, 1966, т. 20, вып. 6.
9. Hoffmann P., Bohn W. L. Experimenteller Nachweis stationärer Inversionen atomarer Niveaus in einem expandierenden Wasserstoff-Plasma. Z. Naturforsch., 1972, Bd 27a, H. 5.
10. Гудзенко Л. И., Филиппов С. С., Шелепин Л. А. Ускоренно рекомбинирующая плазменная струя, ЖЭТФ, 1966, т. 51, вып. 4.
11. Hurler I. R., Hertzberg A. Electronic population inversions by fluid-mechanical techniques. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 9.
12. Ступицкий Е. Л., Козлов Г. И. Релаксация частично-ионизованного газа в сопле. Ж. техн. физ., 1973, т. 43, вып. 4.