УДК 532.5:532.517.4

ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ГАЗА НА ПОЛОЖЕНИЕ ЗОНЫ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА ПЛАСТИНЕ

Ю. Н. Григорьев*, И. В. Ершов*,**

* Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
** Новосибирский государственный аграрный университет, 630039 Новосибирск, Россия
E-mails: grigor@ict.nsc.ru, i_ershov@ngs.ru

С использованием e^N-метода для двух распространенных режимов течения сверхзвукового пограничного слоя при значении числа Маха M = 4,5 исследовано влияние термической неравновесности на ламинарно-турбулентный переход. Набор актуальных частот пространственных возмущений определялся по нейтральным кривым для временны́х возмущений. Для выбранных частот рассчитывались семейства кривых N-факторов, по огибающим которых при заданном факторе перехода N_T определялось число Рейнольдса перехода $\mathrm{Re}_{\delta T}$. Результаты расчетов показывают, что при $N_T = 8$ и уровне колебательного возбуждения, при котором не происходит диссоциация, зона перехода сдвигается вниз по потоку на 12–14 % относительно зоны перехода в совершенном газе.

Ключевые слова: e^N-метод, колебательное возбуждение, линейная устойчивость, ламинарно-турбулентный переход, интегральные кривые N-факторов.

DOI: 10.15372/PMTF20210102

Введение. В работах [1, 2] в рамках линейной теории устойчивости показано, что при колебательном возбуждении значение критического числа Рейнольдса для пограничного слоя на пластине увеличивается приблизительно на 10–12 %. Вместе с тем представляет интерес исследование воздействия колебательной неравновесности на положение зоны ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП). Соответствующую оценку можно получить с помощью e^N-метода, основанного на представлении об экспоненциальном нарастании до определенного уровня амплитуды A_T пространственных возмущений, рассчитываемых на основе линейной теории [3, 4] в соответствии с соотношением

$$A_T = A_0\,e^{N_T}.$$

Здесь A_0 — амплитуда начального возмущения; A_T — амплитуда в точке ЛТП; N_T — N-фактор перехода, значение которого зависит от конкретной задачи.

В настоящей работе рассчитывается положение зоны ЛТП для двух режимов при значении числа Маха M = 4,5. В качестве наиболее опасного рассматривалось двумерное возмущение моды II в направлении, совпадающем с направлением несущего потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00168а).

Значение показателя степени нарастания возмущений выбрано равным $N = 8$. В отличие от работ [1, 2] стационарное течение в пограничном слое описывалось локально-автомодельными решениями, использование которых обосновано в [5].

1. Основные уравнения и метод решения задачи. В качестве исходной математической модели используется система уравнений двухтемпературной газовой динамики вязкого теплопроводного газа [6]. В рамках линейной теории устойчивости рассматривается развитие двумерных возмущений при обтекании колебательно-возбужденным газом плоской полубесконечной пластины. Начало декартовой системы координат (x, y) совпадает с носиком пластины, ось x ориентирована вдоль пластины в направлении невозмущенного потока, ось y является внешней нормалью к пластине.

В качестве характерных величин для обезразмеривания выбраны текущее расстояние $x = L$ вдоль пластины и параметры невозмущенного потока вне пограничного слоя: скорость U_∞, плотность ρ_∞, температура T_∞, коэффициенты сдвиговой η_∞ и объемной $\eta_{b\infty}$ вязкостей, коэффициент теплопроводности, обусловленный переносом энергии в поступательных и вращательных степенях свободы $k_\infty = k_{t\infty} + k_{r\infty}$, коэффициент теплопроводности, описывающий диффузионный перенос энергии колебательных квантов $k_{v\infty}$. Для обезразмеривания давления и времени используются комбинированные величины $\rho_\infty U_\infty^2$, L/U_∞ соответственно.

Для рассматриваемой задачи система линеаризовалась на стационарном решении уравнений пограничного слоя в локально-параллельном приближении. Исследовались двумерные возмущения типа бегущих плоских волн:

$$q(x, y, t) = q(y)\,\mathrm{e}^{i(\alpha x - \omega t)}, \qquad q(y) = (u, \alpha, v, \rho, \theta, \theta_v, p), \tag{1}$$

где в общем случае $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ — комплексное волновое число вдоль переменной x; $\omega = \omega_r + i\omega_i$ — комплексная частота; i — мнимая единица.

Подставляя (1) в обезразмеренную линеаризованную систему, получаем систему уравнений для амплитуд двумерных возмущений в следующем виде:

$$D\rho + \alpha\,\rho_s\sigma + \alpha v\,\frac{d\rho_s}{dy} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\mu_s}{\mathrm{Re}}\,\Delta u - \rho_s D u - \alpha\rho_s v\,\frac{dU_s}{dy} - i\alpha\varepsilon + {} \\ + \frac{\mu_{T,s}}{\mathrm{Re}}\,\frac{dT_s}{dy}\Big(\frac{du}{dy} + i\alpha^2 v\Big) + \frac{\theta}{\mathrm{Re}}\,\frac{d}{dy}\Big(\mu_{T,s}\,\frac{dU_s}{dy}\Big) + \frac{\mu_{T,s}}{\mathrm{Re}}\,\frac{dU_s}{dy}\,\frac{d\theta}{dy} = 0; \tag{3}$$

$$\frac{\alpha\mu_s}{\mathrm{Re}}\,\Delta v - \alpha\rho_s D v - \frac{d\varepsilon}{dy} + \frac{\alpha\mu_{T,s}}{\mathrm{Re}}\,\frac{dT_s}{dy}\Big(\frac{dv}{dy} - iu\Big) + \frac{i\alpha\mu_{T,s}}{\mathrm{Re}}\,\frac{dU_s}{dy}\,\theta = 0; \tag{4}$$

$$\frac{\gamma k_s}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\,\Delta\theta - \rho_s\,D\theta - \alpha\rho_s\,\frac{dT_s}{dy}\,v - \alpha(\gamma-1)\sigma + \frac{2\gamma(\gamma-1)\mu_s\,\mathrm{M}^2}{\mathrm{Re}}\,\frac{dU_s}{dy}\Big(\frac{du}{dy} + i\alpha^2 v\Big) + {} \\ + \Big[\frac{\gamma}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\,\frac{d}{dy}\Big(k_{T,s}\,\frac{dT_s}{dy}\Big) + \frac{\gamma(\gamma-1)\,\mathrm{M}^2\,\mu_{T,s}}{\mathrm{Re}}\Big(\frac{dU_s}{dy}\Big)^2\Big]\theta - {} \\ - \frac{\gamma_v\rho(T_s - T_{vs})}{\tau} - \frac{\gamma_v\rho_s(\theta - \theta_v)}{\tau} + \frac{2\gamma k_{T,s}}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\,\frac{dT_s}{dy}\,\frac{d\theta}{dy} = 0; \tag{5}$$

$$\frac{\gamma\mu_2 k_{v,s}}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\,\Delta\theta_v - \gamma_v\rho_s D\theta_v - \alpha\gamma_v\rho_s v\,\frac{dT_{vs}}{dy} + \frac{\gamma_v\rho(T_s - T_{vs})}{\tau} + \frac{\gamma_v\rho_s(\theta - \theta_v)}{\tau} + {} \\ + \frac{\gamma\mu_2}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\,\frac{d}{dy}\Big(k_{vT,s}\,\frac{dT_{vs}}{dy}\Big)\theta + \frac{\gamma\mu_2 k_{vT,s}}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\Big(\frac{d\theta}{dy}\,\frac{dT_{vs}}{dy} + \frac{d\theta_v}{dy}\,\frac{dT_s}{dy}\Big) = 0; \tag{6}$$

$$\gamma\,\mathrm{M}^2\,p = \rho_s\theta + T_s\rho; \qquad (7)$$

$$D = i(\alpha U_s - \omega), \quad \sigma = iu + \frac{dv}{dy}, \quad \varepsilon = p - \frac{\alpha\mu_s}{\mathrm{Re}}\Big(\mu_1 + \frac{1}{3}\Big)\sigma, \quad \Delta = \frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2,$$

$$\mu_{T,s} = \frac{d\mu}{dT}\Big|_{T=T_s}, \qquad k_{T,s} = \frac{dk}{dT}\Big|_{T=T_s}, \qquad k_{vT,s} = \frac{dk_v}{dT}\Big|_{T=T_s}$$

(индекс s соответствует значениям гидродинамических переменных в стационарном течении).

Следует отметить, что соотношение ε, содержащее параметр $\mu_1 = \mu_{b\infty}/\mu_\infty$ (объемную вязкость), исключается из системы. Для этого достаточно уравнение (3) продифференцировать по y, уравнение (4) умножить на $i\alpha$ и вычесть полученные уравнения одно из другого. Отсюда следует, что объемная вязкость не оказывает влияния на линейную устойчивость течения в пограничном слое.

Коэффициенты и параметры, входящие в уравнения (2)–(7), определяются следующим образом. Для задания зависимости коэффициента сдвиговой вязкости от температуры $\mu(T)$ используется формула Сазерленда. Коэффициенты теплопроводности в (4), (5) выражены через коэффициент сдвиговой вязкости с помощью полуэмпирических соотношений Эйкена [6]

$$k(T) = k_t(T) + k_r(T), \quad k_t(T) = \frac{5}{2}\,c_{Vt}\mu(T), \quad k_r(T) = \frac{6}{5}\,c_{Vr}\mu(T), \quad k_v(T) = \frac{6}{5}\,c_{Vv}\mu(T), \quad (8)$$

где c_{Vt}, c_{Vr}, c_{Vv} — удельные теплоемкости при постоянном объеме, обусловленные поступательным, вращательным и колебательным движениями молекул соответственно. Полагается, что коэффициенты теплоемкости постоянны, а поступательные и вращательные степени свободы молекул находятся в состоянии квазиравновесия. При этом имеет место равнораспределение энергии по степеням свободы, и соответствующие теплоемкости определяются соотношениями $c_{Vt\infty} = 3R/2$, $c_{Vr\infty} = R$ (R — газовая постоянная).

В системе (2)–(7) коэффициент $\gamma = c_{p\infty}/c_{V\infty}$ представляет собой показатель адиабаты, $c_{V\infty} = c_{Vt\infty} + c_{Vr\infty}$, $c_{p\infty} = c_{V\infty} + R$ — соответственно удельные теплоемкости при постоянных объеме и давлении; коэффициент $\gamma_v = c_{Vv\infty}/(c_{Vt\infty} + c_{Vr\infty}) = c_{Vv\infty}/c_{V\infty}$ характеризует степень неравновесности колебательной степени свободы; τ — характерное время релаксации последней; критерии $\mathrm{Re} = \rho_\infty U_\infty L/\mu_\infty$, $\mathrm{M} = U_\infty/\sqrt{\gamma R T_\infty}$, $\mathrm{Pr} = c_{V\infty}\mu_\infty/k_\infty$ — соответственно числа Рейнольдса, Маха и Прандтля невозмущенного потока; $\mu_2 = k_{v\infty}/(k_{t\infty}+k_{r\infty})$. С использованием соотношений (8) выражение для параметра μ_2 записывается в виде

$$\mu_2 = \frac{k_{v\infty}}{k_{t\infty} + k_{r\infty}} = \frac{12\gamma_v(c_{Vt\infty} + c_{Vr\infty})}{25c_{Vt\infty} + 12c_{Vr\infty}} = \frac{20\gamma_v}{33}.$$

В предположении, что при $y = 0$ и на условной верхней границе пограничного слоя $y = \delta$ амплитуды всех возмущений обращаются в нуль, рассматривались две спектральные задачи. При $\alpha = \alpha_T$, $\omega = \omega_r + i\omega_i$ рассчитывались собственные значения для возмущений, развивающихся во времени, а при $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$, $\omega = \omega_S$ — спектры пространственных возмущений.

В качестве профилей стационарного течения в системе (2)–(7) использовались локально-автомодельные решения уравнений пограничного слоя. Соответствующая система уравнений имеет вид

$$\Big(\frac{\mu_s}{T_s}\,\varphi''(\zeta)\Big)' + \varphi\varphi'' = 0,$$

$$\gamma\Big(\frac{\mu_s}{T_s}\,T_s'\Big)' + \frac{(\gamma-1)\mu_s}{4T_s}\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{M}^2\,\varphi''^2 + \mathrm{Pr}\,\varphi T_s' + \frac{4\xi\gamma_v\,\mathrm{Pr}}{\tau}\,(T_{vs} - T_s) = 0, \qquad (9)$$

$$\frac{20\gamma}{33}\left(\frac{\mu_s}{T_s}T'_{vs}\right)' + \Pr\varphi T'_{vs} - \frac{4\xi\Pr}{\tau}(T_{vs} - T_s) = 0.$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по автомодельной переменной,

$$\zeta = \frac{\eta}{2\sqrt{\xi}}, \qquad \eta = \int\limits_0^y \rho\, dy, \qquad \xi \equiv x,$$

вспомогательная функция $\varphi(\zeta)$ определена следующим образом:

$$\varphi(\zeta) = 2\int\limits_0^\zeta U_s(\zeta)\, d\zeta.$$

По аналогии с [1] в расчетах для совершенного газа использовались автомодельные решения Дородницына — Хоуарта.

В [5] для потока вне пограничного слоя рассматривался набор условий, соответствующих двум аэродинамическим ситуациям: 1) сверхзвуковой полет в невозмущенной атмосфере; 2) поток в сверхзвуковой аэродинамической трубе. Для температур на поверхности ставились условия адиабатичности или изотермичности с вариантами обмена колебательными квантами. Во всех случаях показано, что с увеличением координаты $\xi \equiv x$ локально-автомодельные профили сходятся к некоторым предельным, которые приближают соответствующие профили развитого пограничного слоя, рассчитанные с помощью конечно-разностного метода в полной постановке. При этом локальное относительное расхождение по координате y профилей, полученных двумя способами, не превышало 5 %.

Числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\delta T} = \sqrt{\mathrm{Re}_{xT}}$, определяющие начало зоны ЛТП, рассчитывались по следующей схеме. На первом этапе для заданного режима течения необходимо определить диапазон частот эволюционирующих в пространстве возмущений. Для практических задач это можно сделать несколькими способами [3, 4]. В настоящей работе использовался подход, обоснованный в [7]. Для двумерных пространственных и временны́х возмущений при условии малости затухания последних ($|\omega_i|^2 \ll 1$) показано, что с точностью до величин $O(|\omega_i|^2)$ имеют место соотношения

$$\omega_S = \omega_r, \qquad \alpha_r = \alpha_T,$$

т. е. при одинаковых длинах волн диапазоны частот пространственных и временны́х возмущений совпадают. Поэтому для рассматриваемого режима строится кривая нейтральной устойчивости для наиболее неустойчивой моды II временны́х возмущений в координатах $(\mathrm{Re}_\delta, \omega_r)$. Необходимый частотный интервал определяется по нижней ветви кривой, на которой с равномерным шагом $\Delta\omega$ выбирается некоторое множество точек ω_{ri}, $i = 1, 2, \ldots, m$.

Для каждой выбранной частоты рассчитывается кривая N-фактора $N_\omega(\mathrm{Re}_{\delta(x)})$. Для этого на прямой $\omega_{ri} = \mathrm{const}$ внутри области неустойчивости, выделяемой нейтральной кривой, выбирается множество точек с абсциссами $\mathrm{Re}_{\delta j}$, $j = 1, 2, \ldots, k$. В каждой точке решается спектральная задача для наиболее неустойчивой пространственной моды II возмущений. В результате получаем набор локальных инкрементов (декрементов) нарастания α_{ij}, с использованием которых и квадратурной формулы вычисляется интеграл

$$N_\omega(\mathrm{Re}_{\delta(x)}) = -2\int\limits_{\mathrm{Re}_{\delta(x_0)}}^{\mathrm{Re}_{\delta(x)}} \alpha_i^*\, d\,\mathrm{Re}_{\delta(x)}, \qquad \alpha_i^* = \alpha_i\sqrt{\frac{x\nu}{U}}, \tag{10}$$

рассматриваемый в качестве функции верхнего предела. Нижний предел $\mathrm{Re}_{\delta(x_0)}$ соответствует абсциссе точки на нижней ветви нейтральной кривой.

Рассчитанные таким образом кривые N-факторов для частот $\omega_{r1} < \omega_{r2} < \ldots < \omega_{rk}$ строятся на плоскости $(\mathrm{Re}_{\delta(x)}, N_\omega)$, и находится огибающая семейства. Искомое число Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\delta T}$, определяющее начало зоны ЛТП, находится как абсцисса огибающей при заданной величине фактора перехода N_T.

2. Результаты расчетов. Положение зоны перехода рассчитывалось для двух характерных режимов течения в сверхзвуковом пограничном слое со следующими граничными условиями стационарного потока.

Режим 1 (полет в невозмущенной атмосфере): колебательная температура на непроницаемой, теплоизолированной (адиабатической) стенке принималась равной температуре “пластинчатого термометра”, полагалось, что на условной верхней границе пограничного слоя статическая и колебательная температуры равны:

$$\varphi'(0) = 0, \quad T_s'(0) = 0, \quad T_{vs}(0) = 1 + (\gamma - 1)\Pr \mathrm{M}^2/2, \quad \varphi'(\delta) = 2, \quad T_s(\delta) = T_{vs}(\delta) = 1.$$

Режим 2 (эксперимент в сверхзвуковой аэродинамической трубе): колебательная температура на непроницаемой, охлажденной до температуры внешнего потока (изотермической) стенке принималась равной статической температуре, на условной верхней границе пограничного слоя колебательная температура равна температуре торможения (статической температуре в форкамере трубы):

$$\varphi'(0) = 0, \quad T_s(0) = T_{vs}(0) = 1, \quad \varphi'(\delta) = 2, \quad T_s(\delta) = 1, \quad T_{vs}(\delta) = 1 + (\gamma - 1)\mathrm{M}^2/2.$$

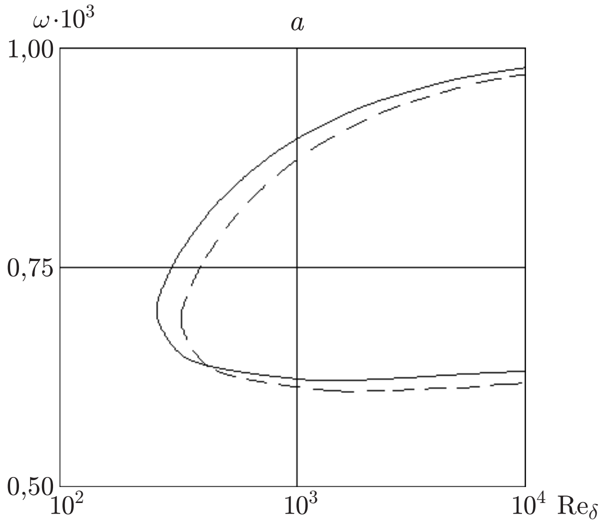
Для нахождения локально-автомодельных решений система уравнений (9) приводилась к нормальной форме, для которой методом “стрельбы” с помощью процедуры Рунге — Кутты четвертого порядка на интервале $[0; \delta]$ решалась двухточечная краевая задача. Точкой “прицеливания” служила середина интервала $\zeta_c = \delta/2$, где требовалось совпадение значений вычисляемых величин с точностью до 10^{-8}. Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $\gamma = 1{,}4$, $\gamma_v = 0$; $0{,}667$, $\Pr = 0{,}75$, $\mathrm{M} = 4{,}5$, $\delta = 8$. Локально-автомодельные профили рассчитывались для продольной координаты $\xi \equiv x = 15$. При подстановке полученных профилей в систему (2)–(7) соответствующие естественные поперечные координаты находились по формуле

$$y = 2\int\limits_0^{\zeta} T_s(\zeta)\,d\zeta.$$

Все спектральные задачи для системы (2)–(7) решались численно в среде пакета Matlab на основе метода коллокаций, апробированного в работах [1, 6].

Для расчета N-факторов необходимо рассчитать нейтральные кривые временных возмущений в значительно больших пределах $(\mathrm{Re}_\delta, \omega)$, чем это необходимо для нахождения значений Re_{cr} в [1]. Полученные для обоих режимов кривые для наиболее неустойчивой моды II представлены в полулогарифмических координатах на рис. 1, на котором также приведены значения частот для “невязких” возмущений как асимптотического предела при $\mathrm{Re}_\delta \to \infty$. Критические значения частот ω_{cr} принимались в качестве верхнего предела частотных диапазонов для всех рассмотренных случаев. Соответственно для нижнего предела частот моды II использовался “невязкий” асимптотический предел моды I [1].

Для оценки положения начала зоны перехода Re_T было выбрано значение N-фактора $N_T = 8$, используемое для течений с низким уровнем внешних возмущений [3]. Поэтому для построения огибающих в каждом режиме выполнялся большой объем расчетов N-факторов. Нижние пределы $\mathrm{Re}_{\delta(x_0)}$ в интегралах (10) брались на нижних ветвях нейтральных



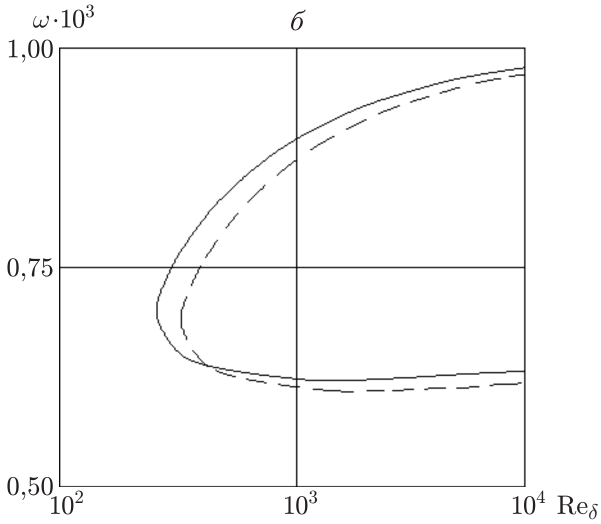


Рис. 1. Кривые нейтральной устойчивости моды II временны́х возмущений при значении числа Маха $\mathrm{M} = 4{,}5$ для режимов 1 (*а*) и 2 (*б*):
сплошные кривые — $\gamma_v = 0$, штриховые — $\gamma_v = 0{,}667$

Параметры точек ламинарно-турбулентного перехода при $N_T = 8$

Режим	γ_v	$\mathrm{Re}_{xT}\cdot 10^{-7}$	ε_T, %
1	0	2,382	—
	0,667	2,727	14,484
2	0	2,053	—
	0,667	2,348	14,369

кривых, начиная с Re_{cr}, с шагом $\Delta\omega = 10^{-8}$. Значения инкрементов (декрементов) пространственных возмущений α_i вычислялись на прямых $\omega = \mathrm{const}$ с шагом $\Delta\,\mathrm{Re}_\delta = 10$. Такой выбор шага позволил при многократных вычислениях интегралов (10) использовать простую квадратурную формулу трапеций и получить достаточно гладкие кривые N-факторов как функций Re_δ. При расчете каждой кривой значение верхнего предела Re_δ увеличивалось до тех пор, пока монотонное возрастание не менялось на убывание.

На рис. 2 для двух режимов представлены огибающие семейств N-факторов для моды II при $\mathrm{M} = 4{,}5$, а также несколько кривых в окрестности точки (Re_T, N_T).

На рис. 2,*а* для режима 1 в окрестностях точек A и A' показаны кривые $N(\mathrm{Re}_x)$ для частот $\omega = 5{,}5\cdot 10^{-4} \div 7{,}0\cdot 10^{-4}$ при $\gamma_v = 0$ и $\omega = 5{,}2\cdot 10^{-4} \div 6{,}7\cdot 10^{-4}$ при $\gamma_v = 0{,}667$ соответственно. Для режима 2 на рис. 2,*б* в окрестностях точек B и B' приведены аналогичные кривые для частот $\omega = 5{,}9\cdot 10^{-4}\div 7{,}4\cdot 10^{-4}$ при $\gamma_v = 0$ и $\omega = 5{,}6\cdot 10^{-4}\div 7{,}1\cdot 10^{-4}$ при $\gamma_v = 0{,}667$. Для обоих режимов частоты увеличиваются с шагом $\Delta_\omega = 10^{-8}$.

В таблице для всех рассмотренных случаев приведены значения полученных критериев Re_{xT} и рассчитанных по формуле

$$\varepsilon_T = \left|1 - \frac{\mathrm{Re}_{xT}\,|_{\gamma_v=0{,}667}}{\mathrm{Re}_{xT}\,|_{\gamma_v=0}}\right| \cdot 100~\%$$

относительных сдвигов по числам Рейнольдса, обусловленных колебательным возбуждением газа. Во всех случаях начало зоны ламинарно-турбулентного перехода в колебательно-возбужденном газе сдвигается вниз по потоку приблизительно на 14 % по сравнению со случаем совершенного газа. Этот результат полностью коррелирует с ре-

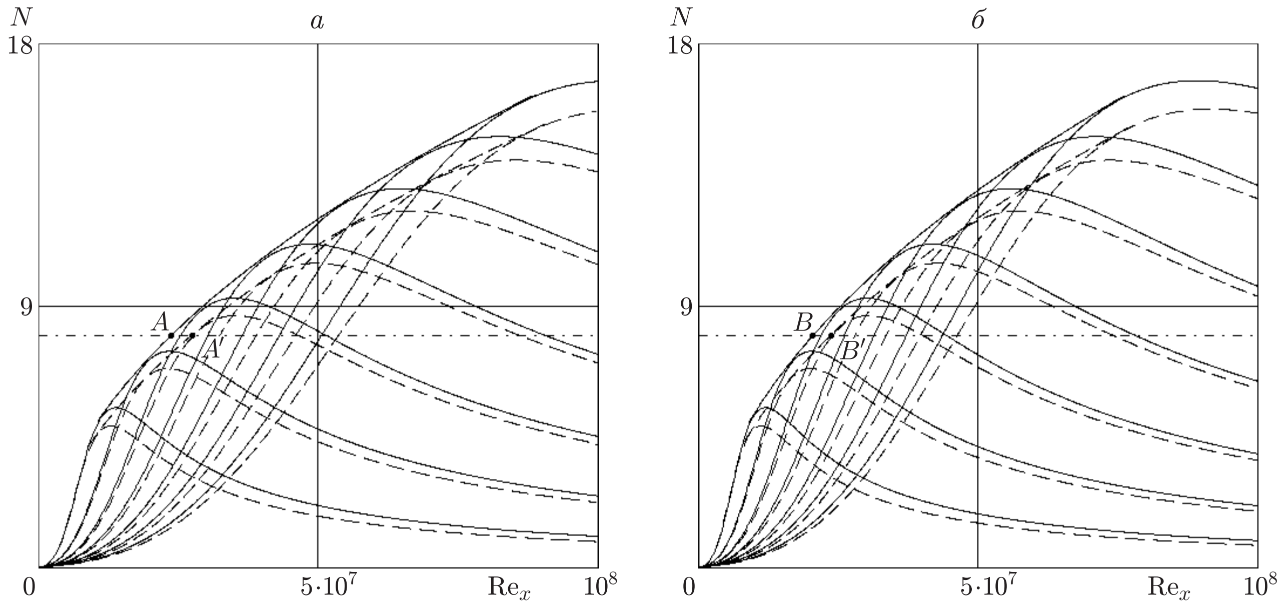


Рис. 2. Кривые N-факторов и положение зоны ламинарно-турбулентного перехода при значении числа Маха М = 4,5 для режимов 1 (*а*) и 2 (*б*):
сплошные кривые — $\gamma_v = 0$, штриховые — $\gamma_v = 0{,}667$, штрихпунктирная — $N = 8$; A, B, A', B' — точки положения зоны перехода для режимов 1 и 2 при $\gamma_v = 0$; 0,667 соответственно

зультатами работ [1, 2], в которых показано, что при колебательном возбуждении приблизительно в той же пропорции увеличивается рассчитанное в рамках линейной теории критическое число Рейнольдса.

Заключение. В работе с использованием e^N-метода выполнены сравнительные расчеты положения начала зоны ламинарно-турбулентного перехода в колебательно-возбужденном и совершенном газах. Рассмотрены два характерных режима течения сверхзвукового пограничного слоя при М = 4,5, представляющие практический интерес. Значение N-фактора, определяющего ламинарно-турбулентный переход, выбрано равным $N_T = 8$ и рекомендуется для случая потоков с малым уровнем внешних возмущений. Частотный спектр пространственных возмущений определялся по нейтральным кривым временных возмущений при одинаковых значениях длин волн. По рассчитанным кривым N-факторов строились огибающие, по которым при заданном $N_T = 8$ определялись числа Рейнольдса перехода Re_{xT}. Результаты расчетов показали, что во всех случаях колебательное возбуждение приводит к сдвигу зоны ламинарно-турбулентного перехода вниз по потоку приблизительно на 14 % по сравнению со случаем совершенного газа. Этот результат согласуется с полученными ранее данными о характере влияния колебательного возбуждения на значения критического числа Рейнольдса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Григорьев Ю. Н., Ершов И. В.** Линейная устойчивость сверхзвукового пограничного слоя релаксирующего газа на пластине // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 3. С. 3–15.
2. **Григорьев Ю. Н., Ершов И. В.** Асимптотическая оценка устойчивости сверхзвукового пограничного слоя в колебательно-возбужденном газе на пластине // Прикл. математика и механика. 2019. Т. 83, вып. 5/6. С. 749–769.

3. **Mack L. M.** A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // Aerodynamic analyses requiring advanced computers. Washington: NASA, 1975. Pt 1. P. 101–123.
4. **Бойко А. В., Демьянко К. В., Нечепуренко Ю. М.** О расчете положения ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях с учетом сжимаемости. М., 2015. (Препр. / Ин-т прикл. математики им. М. В. Келдыша РАН; № 81).
5. **Григорьев Ю. Н., Горобчук А. Г., Ершов И. В.** Расчеты сверхзвукового пограничного слоя в полной и локально-автомодельной постановках // Вычисл. технологии. 2020. Т. 25, № 2. С. 50–62.
6. **Григорьев Ю. Н.** Устойчивость течений релаксирующих молекулярных газов / Ю. Н. Григорьев, И. В. Ершов. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2012.
7. **Gaster M.** A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability // J. Fluid Mech. 1962. V. 14. P. 222–224.

Поступила в редакцию 15/IV 2020 г.,
после доработки — 26/V 2020 г.
Принята к публикации 29/VI 2020 г.