

## КАПАНИЕ ЖИДКОСТИ С ОСТРИЯ

В. Ф. Дунский, Н. В. Никитин

(Москва)

Капельное истечение жидкости под действием силы тяжести — явление, часто встречающееся в природе и используемое в технике (например, в медицинских капельницах). При медленном капельном истечении образуются капли приблизительно одинакового размера. Известны исследования образования капель при истечении жидкости из вертикального неподвижного капилляра (см., например, [1, 2]). Процесс капания жидкости с острия еще мало изучен.

Схема процесса образования капель при медленном капании жидкости с острия вертикальной неподвижной иглы (при хорошем смачивании поверхности иглы жидкостью) показана на фиг. 1, 2. Жидкость, вытекающая под действием своего веса из резервуара 1 через кольцевую щель 2, смачивает коническую поверхность иглы высотой  $H$ . По мере поступления жидкости через щель толщина ее слоя увеличивается, но неравномерно: как показывают визуальные наблюдения, жидкость начинает накапливаться не на острие, а на некоторой высоте  $h$  над острием в виде выпуклого кольца (фиг. 2, а). По мере дальнейшего поступления жидкости толщина этого кольца увеличивается, оно опускается (фиг. 2, б) и постепенно принимает форму капли (фиг. 2, в), которая опускается дальше вниз до самого острия (фиг. 2, г), после чего быстро стекает с острия (фиг. 2, д) и падает вниз (фиг. 2, е).

Для того чтобы объяснить причины подобного протекания процесса капания, рассмотрим распределение давления, обусловленного поверхностным натяжением жидкости внутри тонкого слоя ее на поверхности конической иглы.

На кольцевой элемент поверхности конической пленки высотой  $dz$ , расположенный на высоте  $z$  (фиг. 3), действуют силы поверхностного натяжения  $\sigma$ . Равнодействующая вертикальных компонент этих сил равна

$$[2\pi(R + dR)\sigma - 2\pi R\sigma] \cos \varphi = 2\pi\sigma \cos \varphi dR.$$

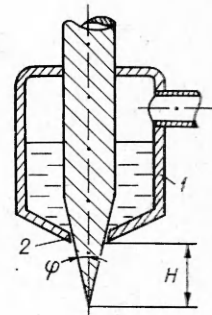
Равнодействующая вертикальных компонент сил давления  $p$ , действующих на этот элемент, равна  $p \sin \varphi S$ , где  $S = \pi dl(2R + dR)$  — площадь поверхности кольцевого элемента (усеченного конуса), или в пренебрежении бесконечно малыми 2-го порядка  $S = 2\pi R dR / \sin \varphi$ .

Приравняв обе равнодействующие, получим

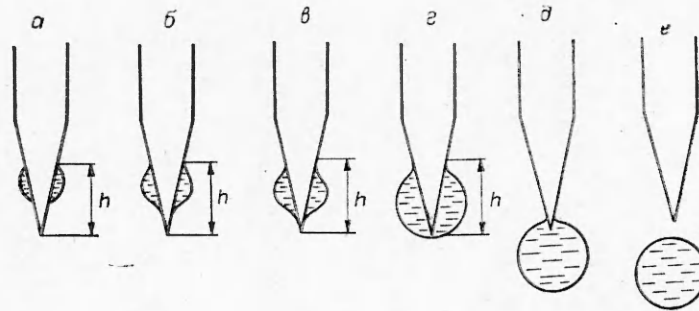
$$(1) \quad p = \sigma \cos \varphi / R = \sigma \cos \varphi / z \operatorname{tg} \varphi,$$

т. е. давление внутри конической пленки возрастает с уменьшением  $z$  и при  $z \rightarrow 0$  (при приближении к острию иглы) стремится (теоретически) к бесконечности.

В этом, очевидно, и кроется причина того, что капля формируется сначала не на острие иглы, а выше (фиг. 2, а), и лишь по мере ее формирования, т. е. по мере увеличения радиуса кривизны пленки, а следовательно, и уменьшения давления внутри нее, капля постепенно опускается к острию.



Фиг. 1



Фиг. 2

Чтобы приближенно оценить размер образующейся таким образом капли, пренебрежем в уравнениях движения вязкой жидкости вязкостными и инерционными членами (вследствие медленности движения) в сравнении с членами, представляющими гравитационную силу и силу давления. Получим

$$(2) \quad dp/dz + \rho g = 0.$$

Примем это равенство в качестве условия, определяющего высоту  $h$  начала формирования капли (фиг. 2, а). Согласно (1),

$$dp/dz = -\sigma \cos \varphi / z^2 \operatorname{tg} \varphi$$

и равенство (2) примет вид

$$\rho g = \sigma \cos \varphi / h^2 \operatorname{tg} \varphi.$$

Радиус  $R_1 = h \operatorname{tg} \varphi$ , соответствующий высоте  $h$ ,

$$R_1 = \sqrt{\sigma \sin \varphi / \rho g}.$$

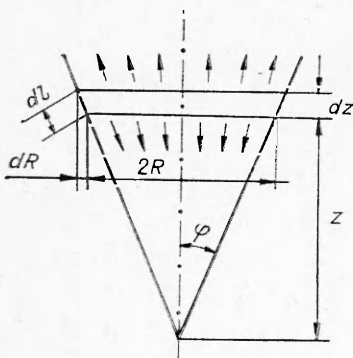
Приравняв вес образующейся капли диаметром  $d_T$  силе поверхностного натяжения, действующей на нее на высоте  $h$  (фиг. 2, з), получим, что предельный диаметр капли  $d_T$ , при котором еще сохраняется равновесие, определяется равенством

$$\frac{\pi d_T^3}{6} \rho g = 2\pi R_1 \sigma = 2\pi \sigma \sqrt{\frac{\sigma \sin \varphi}{\rho g}},$$

т. е.

$$(3) \quad d_T = 2,3 (\sigma / \rho g)^{1/2} (\sin \varphi)^{1/6}.$$

Для проверки равенства (3) провели эксперименты, при которых наблюдали за капанием вазелинового масла и дизельного топлива с острия вертикальной иглы, изготовленной из латуни и хорошо смачивающейся обеими жидкостями, при угле  $\varphi$ , равном  $7^\circ 50'$ , и высоте открытой части конуса  $H = 2,2$  см (игла 1) и при  $\varphi = 12^\circ 50'$ ,  $H = 1,2$  см (игла 2). Характеристики использованных жидкостей приведены в табл. 1.



Фиг. 3

При визуальных наблюдениях за капанием обеих жидкостей с обеих игл наблюдалась картина, показанная на фиг. 1.

Результаты измерений размеров падающих с острия капель, проведенных тремя различными способами (улавливанием капель в иммерсионную среду и обмером; улавливанием на предметные стекла, покрытые

Таблица 1

Жидкость	Плотность $\rho_{20}$ , г/см <sup>3</sup>	Поверхностное натяжение $\sigma_{20}$ , дин/см	Вязкость $\mu_{20}$ , г/см·с
Вазелиновое масло	0,87	30,5	0,6
Дизельное топливо	0,84	29,6	0,04
Трансформаторное масло	0,892	33,2	0,195
Автол	0,897	29,5	0,87

силиконом [3]; взвешиванием 100 капель), приведены в табл. 2. Здесь же приведены теоретические значения диаметра капель  $d_T$ , вычисленные по формуле (3). Средние экспериментальные значения диаметра капель  $d_0$ , определенные тремя вышеназванными способами, оказались

близкими друг к другу (различия в пределах 15,7%); для сопоставлений приняты значения  $\bar{d}_0$ , полученные весовым способом. Для всех опытов значения  $d_T/d_0$  варьировали в пределах 0,855—1,23\*; в среднем  $d_T/d_0 = 0,995$  при среднеквадратичном отклонении 0,117. Таким образом, получено удовлетворительное согласие между результатами расчетов и экспериментов.

Равенство (3) справедливо лишь при очень малых расходах жидкости  $Q$ . При увеличении  $Q$  частота образования капель растет, и в определенной области значений  $Q$  происходит перестройка процесса: по мере роста  $Q$  наряду с одинаковыми основными каплями из перемычек между ними образуются в растущем количестве более мелкие капли-спутники, затем перемычки между смежными каплями перестают разрываться и при некотором критическом расходе жидкости  $Q = Q_K$  происходит переход от каплеобразования к струйному истечению — жидкость вытекает из капилляра уже не в виде капель, а в виде сплошной струи. Величину  $Q_K$  можно оценить по формуле [1, 2]

$$(4) \quad Q_K = \frac{\pi}{6} K \sqrt{\frac{g d^5}{2}},$$

где  $d$  определяется формулой (3), а коэффициент  $K$  учитывает степень приближения реального процесса к данному пределу.

Эксперименты показывают, что даже при очень малых расходах жидкости образование основных капель может сопровождаться образованием более мелких капель-спутников, которые формируются при распаде перемычек между основными каплями. При стекании капель с острия перемычка, соединяющая каплю в момент ее отделения с острием иглы, тонкая, и соответственно капли-спутники малы и количество их мало. Как видно из табл. 2, при капании жидкости с острия капли-спутники образуются лишь при повышенных расходах жидкости по одной капле-спутнику на одну основную каплю. Диаметр капель-спутников в 5—10 раз меньше, чем у основных капель, доля жидкости  $G$ , заключенная в каплях-спутниках, составляет лишь 0,1—1%. При капании с горизонтальной кромки наклонной плоскости [2] по данным табл. 1 капли-спутники относительно крупнее, они лишь в 3,5—4 раза меньше, чем основные капли, и их количество больше (по 2—5 капель на 1 основную каплю). Соответственно больше и доля заключенной в них жидкости (6—9%).

Перейдем к процессу дробления жидкости вращающимся диском, он аналогичен процессу капания жидкости, но наряду с силой тяжести на жидкость действует центробежная сила. Обычно эта сила многократно превосходит силу тяжести, которая не учитывается.

\* Как видно из данных табл. 2, величина  $d_0$  несколько возрастает с увеличением расхода жидкости  $Q$ , что не отражено нашей приближенной теорией.

Таблица 2

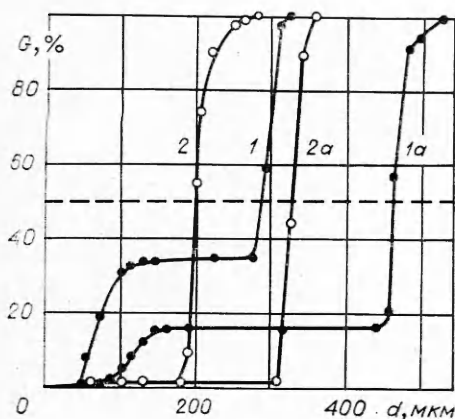
№ п/п	Тип капельницы	Жидкость	Расход жидкости $Q$ , см <sup>3</sup> /с	Диаметр основных капель $d_0$ , см			Капли-спутники			$d_T$ , см	$d_T / d_0$
				Способ измерения			$d$ , см	$n_{сп} / n_{ос}$	$G$ , %		
				на силтгоне	иммерсионная среда	взвешивание					
1	Игла 1	Вазелиновое масло	0,00025	0,27	0,28	0,27	Нет		0	0,31	1,15
2			0,0093	—	0,32	0,35	Нет		0	0,31	0,89
3			0,071	0,34	0,36	0,35	0,05—0,08	1	0,61	0,31	0,88
4			0,41	—	0,38	0,37	0,065	1	0,55	0,31	0,86
5			0,006	—	—	0,30	Нет		0	0,31	1,03
6			0,018	—	—	0,33	—	1	—	0,31	0,94
7			0,042	—	—	0,36	—	1	—	0,31	0,88
8			0,0045	0,30	0,33	0,32	0,030	1	0,083	0,34	1,06
9			0,022	0,30	0,35	0,34	0,035	1	0,41	0,34	0,99
10			0,062	0,35	0,37	0,37	0,065	1	0,55	0,34	0,93
11	Игла 1	Дизельное топливо	0,0017	0,28	0,25	0,25	0,059	1	4,25	0,31	1,23
12			0,030	—	0,28	—	—	—	—	0,31	1,12
13	Наклонная плоскость	Вазелиновое масло	0,05	0,51	0,51	0,50	0,14	3	6		
14			0,27	0,53	0,55	—	0,14	5	9		

При дроблении вращающимся диском [2] жидкость подается непрерывной струйкой к центру диска, смачивает его поверхность, растекается по ней в виде тонкой пленки и при малых расходах (первый режим распыления) сбрасывается с кромки диска в виде приблизительно одинаковых основных капель и более мелких капель-спутников.

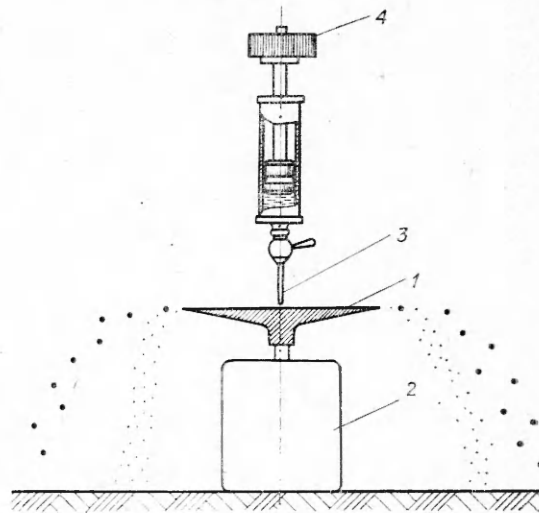
В настоящее время для распыления жидкости на однородные по размеру капли применяют как круглые диски, так и диски с зубчатой периферией. Процесс распыления жидкости круглым диском аналогичен процессу капания с нижней кромки наклонной плоскости [2]; в качестве аналога процесса распыления зубчатым диском можно принять рассмотренное выше капание с острия.

При экспериментах с круглым и зубчатым дисками использовали экспериментальную установку (фиг. 4.) Диск 1 приводился во вращение от электродвигателя 2. Жидкость подавалась к центру вращающегося диска из иглы шприца 3, нагруженного грузом 4, в виде непрерывной струйки; образующиеся капли оседали на предметные стекла, покрытые силиконом [3], и обмерялись под микроскопом. Основные капли оседали в пределах узкого кольца (так как, будучи почти одинаковыми, они имели почти одинаковые траектории); капли-спутники оседали, в основном, внутри этого кольца. Вырезая бумажные кольца и секторы и взвешивая их до и после распыления определенного количества жидкости, определяли весовую долю основных капель и капель-спутников при различных расходах жидкости.

На фиг. 5 приведены интегральные кривые распределения размеров



Фиг. 5



Фиг. 4

капель, полученные с круглым диском (1) диаметром 80 мм и с зубчатым диском (2) того же диаметра (360 острых зубцов с углом  $\varphi = 15^\circ$ , равномерно расположенных по окружности) при распылении вазелинового масла; скорость вращения диска 3000 и 1500 об/мин (1a, 2a), расход масла  $0,1 \text{ см}^3/\text{с}$ . Видно, что на обоих режимах распыление жидкости происходило почти без образования мелких капель-спутников: при 3000 об/мин их суммарный объем составлял лишь  $\sim 1,5\%$  от объема израсходованной жидкости, при 1500 об/мин  $\sim 1\%$ . С круглым диском капли-спутники составляли по объему соответственно 34 и 16%. Это качественно

соответствует результатам, приведенным в табл. 1, для капания с острия и с наклонной плоскости.

Для определения теоретического диаметра  $d_T$  основных капель, полученных с зубчатым диском, преобразуем формулу (3) применительно к вращающемуся диску, заменив в ней ускорение силы тяжести  $g$  на центростремительное ускорение  $r\omega^2$  (где  $r$  — радиус диска,  $\omega$  — угловая скорость его вращения):

$$d_T = 2,3 \left( \frac{\sigma}{\rho r \omega^2} \right)^{1/2} (\sin \varphi)^{1/6}.$$

Согласно этой формуле при 3000 об/мин  $d_T = 174$  мкм, при  $n = 1500$  об/мин  $d_T = 348$  мкм, что близко к экспериментальным значениям  $d_0 = 200$  и 330 мкм.

Для круглого диска значения  $d_0$  также близки к соответствующим расчетным значениям  $d_T$ , полученным по формулам, приведенным в [2].

На фиг. 6 приведена зависимость весовой доли основных капель  $E$  для круглого и зубчатого дисков от расхода жидкости  $Q$  ( $n = 3000$  об/мин). При распылении трансформаторного масла (светлые точки), как уже отмечалось, зубчатый диск (1) образует значительно меньше капель-спутников, чем круглый (2); переход от первого режима распыления ко второму начинается при расходе жидкости  $Q_{K1} = 0,9$  см<sup>3</sup>/с,  $E = 70\%$  и завершается при  $Q_{K2} = 1,5$  см<sup>3</sup>/с,  $E = 0$ . С круглым диском переход начинается при  $Q_{K1} = 0,52$  см<sup>3</sup>/с и завершается при  $Q_{K2} = 1,03$  см<sup>3</sup>/с.

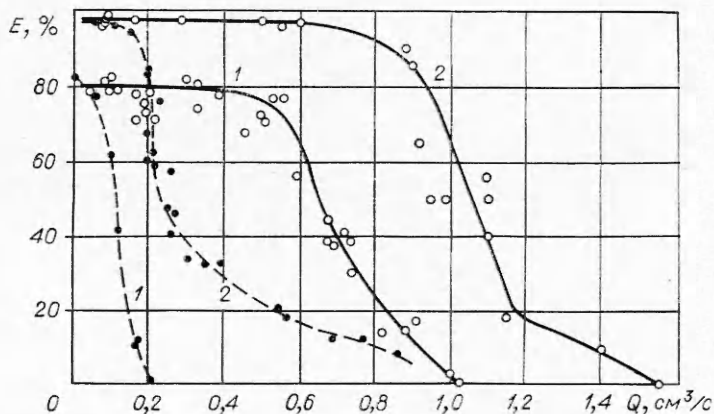
Качественно аналогичная картина наблюдается при распылении автотла (темные точки); при малых расходах жидкости (первый режим,  $Q \leq 0,1$  см<sup>3</sup>/с) количество капель-спутников с зубчатым диском в несколько раз меньше, чем с круглым; расходы жидкости  $Q_{K1}$  и  $Q_{K2}$ , соответствующие переходу ко второму режиму распыления, с зубчатым диском больше, чем с круглым.

Величину  $Q_K$  можно оценить по формуле

$$(5) \quad \frac{Q_K}{360} = \frac{\pi}{6} K \sqrt{\frac{r\omega^2 d^5}{2}}.$$

Формула (5) отличается от (4) лишь тем, что в ней вместо величины  $g$  фигурирует  $r\omega^2$ .

Сопоставление расчетов по этой формуле с экспериментальными значениями  $Q_{K1}$  и  $Q_{K2}$  показывает, что применительно к  $Q_{K1}$  для трансформа-



Ф и г. 6

торного масла значение  $K = 0,269$ , для автола  $K = 0,06$ . Применительно к  $Q_{к2}$  значения  $K$  равны соответственно 0,452 и 0,3.

Для капельного истечения из неподвижного капилляра известна эмпирическая формула, представляющая зависимость критического расхода  $Q_k$  от вязкости жидкости  $\mu$ : с увеличением  $\mu$  критический расход  $Q_k$  убывает [1, 2]. Приведенные выше значения  $Q_k$  и  $K$  для трансформаторного масла и автола указывают на существование аналогичной зависимости  $Q_k$  от  $\mu$  при распылении жидкости зубчатым диском.

В технических применениях «монодисперсный» распылитель тем более совершенен, чем меньше (при прочих равных условиях) размер образуемых им капель, чем меньше относительное количество капель-спутников и чем больше критический расход жидкости  $Q_k$ . Из приведенных данных видно, что по всем этим показателям зубчатый диск предпочтительнее, чем круглый.

Как было показано, формула (3), выведенная для процесса капания жидкости с острия, сохраняет справедливость (при замене  $g$  на  $g\omega^2$ ) и для распыления жидкости зубчатым диском. Это подтверждает наличие аналогии между этими двумя процессами.

Поступила 12 I 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дунский В. Ф., Никитин Н. В. О переходе от капельного истечения жидкости к струйному истечению. — ПМТФ, 1974, № 5.
2. Дунский В. Ф., Никитин Н. В., Соколов М. С. Монодисперсные аэрозоли. М., Наука, 1975.
3. Южный З. М. К микроскопическому определению размера капель масляных туманов. — Коллоид. журнал, 1956, т. 20.

УДК 532.593

### ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗНОЙ ПЛОТНОСТИ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ДВИЖЕНИЕМ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА И СИММЕТРИЧНОГО КРЫЛА

В. И. Букреев

(Новосибирск)

В двухслойной устойчиво стратифицированной по плотности жидкости экспериментально изучены параметры волн, возникающих на границе раздела при равномерном горизонтальном движении кругового цилиндра и симметричного крылового профиля в верхнем слое. Измерения выполнены в диапазоне плотностных чисел Фруда  $1 < Fr \leq 10$

$$(1) \quad Fr = U^2(2 + \varepsilon)/\varepsilon gR,$$

где  $U$  — скорость движения тела;  $2R$  — его максимальный поперечный размер;  $\varepsilon = \rho_2/\rho_1 - 1$ ;  $\rho_1, \rho_2$  — плотность жидкости в верхнем и нижнем слоях;  $g$  — ускорение силы тяжести.

Полученные экспериментальные данные сопоставлены с результатами расчетов на основе линейной теории внутренних волн в невязкой стратифицированной жидкости [1—3]. Найдено, что длины волн достаточно хорошо предсказываются этой теорией. Такой же результат был получен и в ранее опубликованных работах [4—6]. Что же касается амплитуд волн,