

В. И. Корнилов, Д. К. Меклер

**РЕЛАКСАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА  
ТУРБУЛЕНТНОГО СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ  
ЗА ПОПЕРЕЧНО ОБТЕКАЕМЫМ ЦИЛИНДРОМ  
В ПРИСУТСТВИИ ПЛАСТИНЫ**

В последнее десятилетие при использовании полуэмпирических моделей турбулентности для анализа существенно неравновесных турбулентных пограничных слоев все чаще выражается неудовлетворенность существующими традиционными подходами при решении подобных задач [1]. Одна из главных причин неудовлетворительного описания таких течений — локальный характер гипотез турбулентности для внешней области, которая характеризуется наличием долгоживущих крупных вихрей — основных носителей информации о возмущениях. В этой связи гипотеза Буссинеска для анализа течений в указанной области оказывается непригодной. Что касается внутренней области течения, характеризующейся мелкомасштабной турбулентностью, которая быстрее утрачивает информацию о возмущениях, то использование гипотезы Буссинеска, очевидно, оправданно. Это свидетельствует о необходимости применения релаксационной теории (теории наследственности), основанной на новой формуле для напряжения турбулентного трения, позволяющей учитывать предысторию (память) пограничного слоя на то или иное возмущение. Под релаксацией вообще здесь подразумевается процесс возвращения к равновесному состоянию некой физической величины, выведенной из этого состояния [2].

Первая попытка учета релаксационных процессов в турбулентных сдвиговых течениях предпринята Хинце [3] с помощью уравнения, вывод и подробный анализ которого приведен также в [2] на основе обобщения модели Максвелла на случай турбулентного движения:

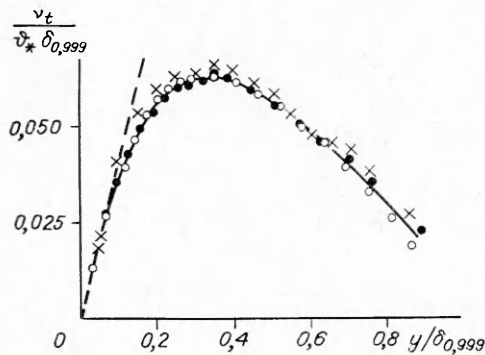
$$(1) \quad L_x^* \overline{\partial u'v'} / \partial x + L_y^* \overline{\partial u'v'} / \partial y + \overline{u'v'} = -\nu_t \overline{\partial u} / \partial y,$$

где  $L_x^*$  и  $L_y^*$  — продольный и поперечный пути релаксаций, имеющие размерность длины;  $\overline{u'v'}$  — турбулентное касательное напряжение;  $\overline{u}$  — скорость;  $\nu_t$  — кинематический коэффициент турбулентной вязкости; черта сверху означает осреднение по времени.

При решении релаксационного уравнения величины  $L_x^*$  и  $L_y^*$  даже для двумерного безградиентного течения предполагаются наперед заданными функциями продольной  $x$  и поперечной  $y$  координат. Этот вопрос, очевидно, нельзя считать разрешенным, так как надежных данных о закономерностях изменения длин релаксаций явно недостаточно. Отсутствуют также систематические данные о влиянии формы источника возмущений и его относительных размеров на процессы релаксации в сдвиговых течениях. С другой стороны, изучение структуры течения за разного рода выступами, неровностями и препятствиями имеет и самостоятельный интерес, в частности, с точки зрения решения целого ряда прикладных задач [4, 5]. Таким образом, намечавшаяся в последние годы тенденция учета релаксационных явлений при анализе неравновесных турбулентных пограничных слоев требует дальнейших усилий, направленных на изучение гидродинамической структуры сдвиговых течений за источниками возмущений различной геометрии, а также на выбор и обоснование закономерностей изменения характерных длин релаксаций в тех или иных условиях.

В настоящей работе анализируется возможность использования релаксационного уравнения Хинце применительно к неравновесному турбулентному сдвиговому течению, развивающемуся за поперечно обтекаемым круговым цилиндром, установленным в пограничном слое плоской пластины.

Опыты проводились в малотурбулентной дозвуковой аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО АН СССР [6] при скорости невозмущенного потока  $U_\infty = 25$  м/с, что соответствовало числу Рейнольдса на 1 м  $Re_1 = 1,66 \cdot 10^6$  м<sup>-1</sup>. Измерения выполнялись на модели плоской пластины с размерами  $2500 \times 993$  мм в плане и толщиной 6 мм, установленной горизонтально в рабочей части трубы [7]. В качестве источника возмущений использовался поперечно обтекаемый круговой цилиндр, который устанавливался в развитом турбулентном пограничном слое плоской пластины на расстоянии около 600 мм от передней кромки. Относительный диаметр цилиндра дискретно варьировался в пределах  $D/\delta_0 = 0,113—0,388$ , а его положение по высоте слоя составляло  $\overline{y}_0 = y_0/\delta_0 = 0,094—0,94$ , где  $\delta_0$  —



Р и с. 1

одно- и двухточечные датчики термоанемометра с чувствительным элементом в виде вольфрамовой нити диаметром 5 мкм, длиной 1 мм и вольфрамовой нити с рабочим участком диаметром 5 мкм, длиной 0,65 мм, изготовленные по технологии [8]. Методика экспериментов, а также результаты некоторых методических исследований подробно изложены в [7]. Остановимся на одном из таких результатов, который представляется наиболее важным, так как является итогом измерений нескольких параметров. Имеются в виду данные о распределении безразмерных коэффициентов турбулентной вязкости  $v_t$  по высоте пограничного слоя, представленных на рис. 1 для продольных координат  $x = 1800$  мм (темные кружки) и 2108 мм (светлые кружки) в случае, когда цилиндр как источник возмущений отсутствовал. Здесь  $v_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  — динамическая скорость;  $\delta_{0,999}$  — толщина пограничного слоя, вычисленная как расстояние  $y$  от поверхности пластины, где  $u/u_e = 0,999$  (индекс  $e$  характеризует внешнюю границу слоя; черта сверху при осреднении по времени величины скорости здесь и далее для простоты опущена). Крестиками показаны экспериментальные значения  $v_t$  по результатам [9], штриховой линией — изменение искомой функции по линейной теории Прандтля.

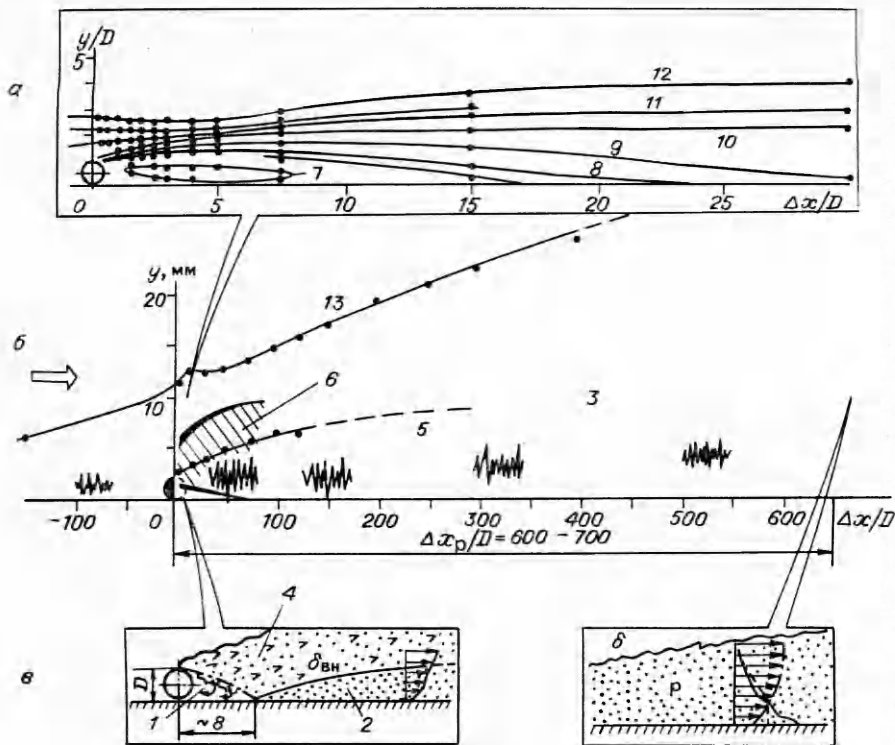
Известно, что величина  $v_t$  чрезвычайно чувствительна к способу и погрешностям измерения и по этой причине — надежный показатель корректности ее определения. Хорошее согласие с [9] и теорией Прандтля в пристенной области течения свидетельствует о достоверности полученных результатов, их надежности и возможности использования принятой методики для изучения структуры потока в следе за цилиндром.

В ходе экспериментов в присутствии источника возмущений выполнены детальные измерения распределения статического давления вдоль обтекаемой поверхности, величины и направления вектора скорости сдвигового течения и параметров турбулентности в среднем в 15 поперечных сечениях вниз по потоку от его расположения. Полученные данные позволили представить картину развития течения при поперечном обтекании цилиндра в пограничном слое плоской пластины, которая в схематизированном виде показана на рис. 2 для  $D/\delta_0 = 0,377$  и  $y_0 = 0,188$ , т. е. когда цилиндр находится непосредственно на поверхности.

В целом гидродинамическая структура течения для этого случая во многом подобна той, которая реализуется при обтекании прямоугольного препятствия высотой  $H$ , расположенного на плоской поверхности [10]. При этом можно выделить несколько характерных этапов развития течения: отрыв потока на цилиндре и образование первичной, а затем и основной рециркуляционной зоны, протяженность которой  $\Delta x/D$  в продольном направлении составляет примерно 8 от оси цилиндра (область 1); присоединение оторвавшегося потока к поверхности пластины и формирование нового (внутреннего) слоя толщиной  $\delta_{вн}$  (область 2); релаксация потока до состояния полного равновесия при  $\Delta x_p/D \approx (600 \div 700)$  (область 3).

толщина пограничного слоя в месте расположения цилиндра, равная 10,6 мм.

В процессе экспериментов с помощью комплекта аппаратуры фирмы DISA измерялись средняя скорость  $\bar{u}$  в исследуемой точке поля потока, интегральная интенсивность пульсаций скорости  $\sqrt{\overline{u'^2}}$  и турбулентные касательные напряжения  $\overline{u'v'}$  в следе за поперечно обтекаемым цилиндром. При этом в качестве первичного преобразователя использовались миниатюрные

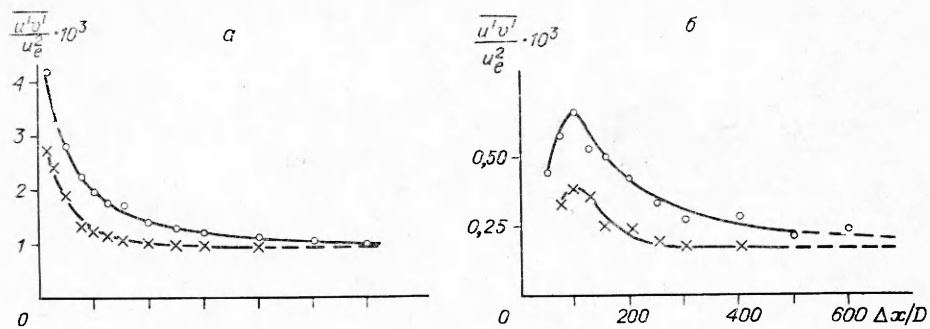


Р и с. 2

На каждом из выделенных этапов происходят сложные процессы массопереноса, взаимосвязанные как между собой, так и с внешними условиями потока, например с начальной интенсивностью возмущений, обусловленной формой и размерами источника возмущений. В частности, взаимодействие внешнего потока и течения в рециркуляционной области приводит к образованию слоя смешения (область 4), характеризующегося максимальным обменом импульсов  $-u'v'_{\max}$ , положение условной оси которого по длине исследуемой области изображено линией 5. Зона максимальной генерации энергии турбулентности, характеризующаяся членом  $(-\overline{u'v'}\partial u/\partial y)D/u_e^3$ , где  $\partial u/\partial y$  — градиент средней скорости в направлении оси  $y$ , условно изображена заштрихованной полосой 6. В обозначенных границах интенсивность этой величины уменьшается в продольном направлении примерно в 40 раз. Причем наибольший уровень генерации турбулентности имеет место непосредственно за цилиндром. Это дает основание утверждать, что главный источник генерации турбулентности — отрыв потока.

Обращает на себя внимание наличие поджатия потока (горловины) в области  $0 \leq \Delta x/D \leq 8$ , отчетливо видное на примере распределения линий равных скоростей  $u/u_e = \text{const}$  (см. рис. 2, а, где линия 7 соответствует  $u/u_e = -0,1$ ; 8—0,4; 9—0,6; 10—0,8; 11—0,9; 12—0,99). Фактически это означает увеличение скорости течения в продольном направлении с последующим ее уменьшением. Анализ показывает, что причины данного явления связаны прежде всего с интенсивным ростом толщины пограничного слоя в указанной области (линия 13) и, как следствие, с эффектом вытеснения, способствующего указанному ускорению потока. Здесь хорошо видна также зона рециркуляционного течения, характеризующаяся отрицательным знаком относительной скорости  $u/u_e$ .

Что касается формирования нового (внутреннего) слоя, то, как свидетельствует представление скоростей за точкой присоединения в форме закона стенки, в профилях скорости дополнительно возникают логарифмическая и внешняя области, кроме основных. При этом внешняя область

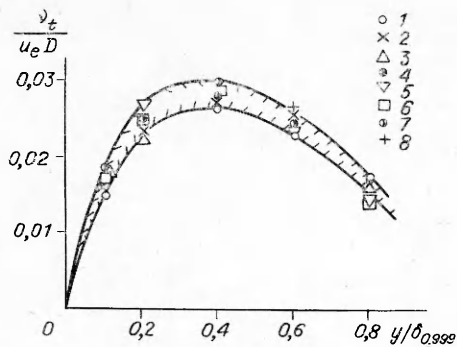


Р и с. 3

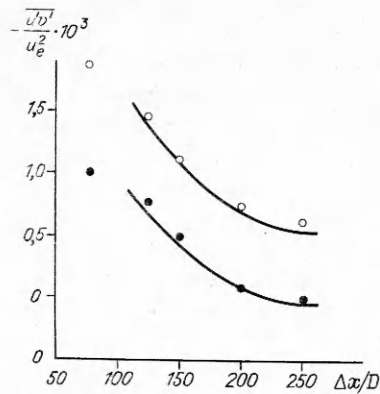
нового слоя является буферной областью основного слоя. Признаки внутреннего слоя заметны даже на расстоянии  $\Delta x$ , составляющем несколько десятков диаметров цилиндра.

В отличие от ближнего следа, где структура течения в значительной мере обусловлена отрывными явлениями, характер течения ниже точки присоединения зависит от закономерностей процесса возврата параметров потока к состоянию полного гидродинамического равновесия, которые на рис. 2 обозначены индексом  $p$ . Как показывают данные о распределении параметра неравновесности [7], названная область течения наиболее протяженная и составляет в продольном направлении величину порядка  $600 \div 700$  диаметров цилиндра. Наглядный пример медленной релаксации характеристик течения в указанной области — распределение безразмерных значений касательных напряжений  $-\overline{u'v'}/u_e^2$  вдоль линий  $y/\delta_{0,999} = 0,4$  (рис. 3, а) и  $0,8$  (б) (кружки) за цилиндром  $D/\delta_0 = 0,188$  при  $y_0 = 0,094$ . Начиная с некоторого расстояния  $\Delta x/D$ , поведение этой зависимости принимает асимптотический характер. Согласно теории наследственности [2, 3], такую область, по-видимому, следует принимать как релаксационную. Ближе к источнику возмущений существует некая переходная область течения, характеризующаяся снижением значений  $\overline{u'v'}/u_e^2$  при уменьшении  $\Delta x/D$ , протяженность которой возрастает по мере приближения к внешней границе слоя. В частности, при  $y/\delta_{0,999} = 0,8$  граница этой области отвечает значению  $\Delta x/D \approx 100$ . Таким образом, с точки зрения таких анализируемых характеристик, как турбулентное касательное напряжение и построения соответствующей расчетной модели, всю неравновесную область течения за цилиндром можно условно разделить на три характерные области (не считая нового слоя): ближний след, переходная и релаксационная.

На рис. 3 представлены также результаты расчета (крестики), выполненного в рамках модели Буссинеска:  $-\overline{u'v'} = \nu_t \partial u / \partial y$ . Кинематический коэффициент турбулентной вязкости  $\nu_t$  рассчитывался с использованием двухслойной модели Прандтля—Клаузера [11]:  $\nu_t = \kappa^2 y^2 D(y) \partial u / \partial y$  — во внутренней области пограничного слоя;  $\nu_t = \gamma K u_e \delta^*$  — во внешней области. Здесь  $D(y)$  — демпфирующий множитель Ван—Дриста;  $\kappa = 0,4$  — постоянная Кармана;  $K = 0,0168$  — эмпирический коэффициент;  $\delta^*$  — толщина вытеснения;  $u_e$  — скорость на внешней границе пограничного слоя;  $\gamma$  — коэффициент перемежаемости  $\gamma = [1 + C(y/\delta)^b]^{-1}$  ( $C = 6$  и  $b = 7,5$  — эмпирические коэффициенты, полученные на основе обработки экспериментальных данных [9]). Производная  $\partial u / \partial y$  определялась путем графического дифференцирования экспериментальных профилей скорости в анализируемой точке поля потока. Граница между внутренней и внешней областями пограничного слоя находилась из условия наилучшего соответствия данных расчета по теории Прандтля и гипотезе Клаузера для одинакового значения поперечной координаты  $y$ .



Р и с. 4



Р и с. 5

Видно, что в отличие от случая равновесного течения, где локальная двухслойная модель удовлетворительно описывает распределение турбулентных напряжений в пограничном слое [12], аналогичные результаты в релаксационной области показывают, что данная модель практически не пригодна для прогнозирования неравновесных течений. В исследованных условиях разница между экспериментальными и расчетными значениями  $\overline{u'v'}/u_e^2$  составляет 30÷50 % в зависимости от относительной координаты  $y/\delta_{0,999}$ . Естественно, что по мере увеличения относительного расстояния  $\Delta x/D$  эта разница становится все меньше. Обращает на себя внимание и тот факт, что расхождение экспериментов и расчетов возрастает при увеличении безразмерной координаты  $y/\delta_{0,999}$  (ср. рис. 3, а, б). Это означает, что относительный вклад эффектов памяти растет в направлении внешней границы пограничного слоя. Иначе говоря, крупномасштабная турбулентность обладает более высокой способностью к запоминанию предыдущих состояний потока, т. е. более «длинной» памятью к возмущениям, генерируемым двумерным источником. Следовательно, при проведении подобных расчетов необходим учет наследственных признаков течения, или его предыстории.

Как отмечалось выше, один из возможных путей упрощенной оценки памяти потока — использование релаксационного уравнения (1). В предположении, что  $L_x^* \gg L_y^*$ , уравнение разрешалось относительно коэффициента турбулентной вязкости  $\nu_t$ , определяемого таким образом, чтобы путем подбора зависимости для продольной длины релаксации  $L_x^*$  удовлетворить универсальности связи характеристик турбулентности и средней скорости по высоте пограничного слоя. Пример такого подхода проиллюстрирован на рис. 4 для случая обтекания цилиндра  $D/\delta_0 = 0,188$ , размещенного непосредственно на поверхности пластины, когда  $y_0 = 0,094$ . Здесь точки 1—8 —  $\Delta x/D = 30, 50, 75, 100, 155, 200, 300, 400$ . Как видно, в пределах некоторой дорожки разброса (обозначена заштрихованной границей) существует единая при разных  $\Delta x/D$  зависимость  $\nu_t/u_e D = f(y/\delta_{0,999})$ , в которой продольная длина релаксации выражена в виде  $L_x^* = a\Delta x$  ( $a \approx 0,4$ ). Это свидетельствует о наличии подобия в связях характеристик турбулентности и среднего профиля скорости в неравновесной области течения. Лишь в центральной части слоя универсальность связей несколько нарушена. Она вызвана тем, что величина  $L_x^*$ , принятая постоянной по высоте слоя, строго говоря, таковой не является, так как коэффициент  $a$  в действительности слабо возрастает в направлении внешней границы слоя, и зависимость  $L_x^* = f(\Delta x)$  нельзя считать линейной. Однако для приближенных практических расчетов использование данной зависимости в линейном виде, по-видимому, вполне допустимо.

Более существен, по мнению авторов, вопрос о том, меняется ли коэффициент  $a$  для двумерных источников разной геометрии и относи-

тельных размеров или же сохраняется постоянным. В этой связи полученное значение  $L_x^*$  с  $a = 0,4$  использовано для расчета турбулентных касательных напряжений  $\overline{u'v'}$  непосредственно из релаксационного уравнения Хинце в следе за цилиндром большего диаметра ( $D/\delta_0 = 0,377$ ) при  $\overline{y_0} = 0,188$ . Результаты таких расчетов представлены на рис. 5 (линия) в виде зависимости  $-\overline{u'v'}/u_c^2 = f(\Delta x/D)$  для двух значений поперечной координаты  $y/\delta_{0,99}$ , где роль предыстории потока существенна. Светлыми ( $y/\delta_{0,99} = 0,7$ ) и темными кружками ( $y/\delta_{0,99} = 0,8$ ) показаны данные измерений касательных напряжений. Отсутствие расчетных данных при  $\Delta x/D \leq 100$  обусловлено существованием переходной области течения, где модель наследственности [2, 3], очевидно, несправедлива. Напротив, в релаксационной области ( $\Delta x/D \geq 100$ ) расчетные значения  $\overline{u'v'}/u_c^2$  согласуются с результатами измерений с погрешностью, не превышающей примерно 10 %. Вероятно, для подобных турбулентных характеристик такое расхождение можно считать приемлемым. Кроме того, весьма важно, что применительно к обтеканию прямоугольного препятствия с относительной высотой  $\overline{H} = H/\delta_0 \leq 0,25$  при его расположении на плоской поверхности в [10] экспериментально получено выражение  $L_x^*$  с коэффициентом  $a$ , близким к 0,4. Все это дает основание полагать, что зависимость для продольной длины релаксации, по-видимому, не меняется при обтекании источников возмущений с относительной высотой  $D/\delta_0 \leq 0,4$  и слабо зависит, а возможно, и совсем не зависит от их формы, по крайней мере, при исследованной скорости потока. Поэтому в практических расчетах турбулентных касательных напряжений в подобных неравновесных течениях, основанных на использовании релаксационного уравнения Хинце, справедливо выражение для  $L_x^*$ , приведенное выше. Однако для окончательных выводов необходимы систематические данные для источников возмущений разнообразной формы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лапин Ю. В. О некоторых проблемах полуэмпирической теории турбулентности для неравновесных турбулентных пограничных слоев // V Всесоюз. съезд по теор. и прикл. механике: Аннот. докл.— Алма-Ата: Наука, 1981.
2. Лойцянский Л. Г. Наследственные явления в турбулентных движениях // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 2.
3. Hinze J. O. Gedächtniseffekte in der Turbulenz // ZAMM.— 1976.— Bd 56, heft 10.
4. Пядишюс А., Шланчюскас А. Турбулентный теплоперенос в пристенных слоях // Теплофизика 19.— Вильнюс: ИФТНЭ АН ЛитССР, 1987.
5. Шланчюскас А. А., Пядишюс А. А., Зигмантас Г. П. Теплоперенос в турбулентном пограничном слое при наличии возмущений и их релаксации/Тепломассообмен-VI.— Минск: ИТМО им. А. В. Лыкова АН БССР, 1980.— Т. 1, ч. II.
6. Багаев Г. И., Голов В. К., Медведев Г. В., Поляков Н. Ф. Аэродинамическая труба малых скоростей Т-324 с пониженной степенью турбулентности // Аэрофизические исследования.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1972.
7. Корнилов В. И., Меклер Д. К. Исследование памяти турбулентного пограничного слоя на двумерные возмущения.— Новосибирск, 1987.— (Препр./АН СССР. Сиб. отд-ние, Ин-т теор. и прикл. механики; № 32—87).
8. Косорыгин В. С. Лабораторный комплекс для изготовления миниатюрных термоанемометрических датчиков с нагреваемой нитью/ИТПМ СО АН СССР.— Новосибирск, 1982.— Деп. в ВИНТИ 2.08.82, № 4166—82.
9. Klebanoff P. S., Diel Z. W. Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient.— Wash., 1952.— (Rep./NASA; N 1110).
10. Шланчюскас А. А., Барткус С. И., Шлежас Р. Б. Исследование турбулентного пограничного слоя в области прямоугольного выступа на пластине // Структура турбулентных течений.— Минск: ИТМО им. А. В. Лыкова АН БССР, 1982.



11. Себеси Т., Смит А. М. Конечно-разностный метод расчета сжимаемого ламинарного и турбулентного пограничных слоев // Труды Америк. о-ва инж.-мех. Теор. основы инж. расчетов.— 1970.— № 3.
12. Корнилов В. И., Меклер Д. К. Исследование релаксационных свойств турбулентного пограничного слоя за двумерным источником.— Новосибирск, 1988.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т теор. и прикл. механики; № 26—88).

г. Новосибирск

Поступила 5/1 1989 г.,  
в окончательном варианте — 11/V 1989 г.

УДК 532.529

Ю. М. Давыдов, И. Х. Еникеев, Р. И. Нигматулин

## РАСЧЕТ ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ПОТОКОМ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОТРАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ТЕЧЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ

Граничные условия на обтекаемом газозвесью теле оказывают существенное влияние на гидродинамику течения газа и частиц. В ряде работ, посвященных теоретическому исследованию обтекания тел потоком газозвеси, предполагалось, что частицы, попавшие на поверхность тела, исчезают из потока, т. е. поверхность обтекаемого тела является стоком для частиц [1—3]. Такая постановка задачи наиболее приемлема для случая, когда в качестве дисперсной фазы рассматриваются жидкие капли или частицы, образующие после попадания на тело тонкую пленку вдоль обтекаемой поверхности. Если дисперсную фазу образуют твердые частицы, то постановку часто требуется усложнить: необходимо ввести дополнительную фазу — фазу частиц, отраженных от поверхности обтекаемого тела. Работы, в которых изучались отраженные частицы, в основном экспериментальные [4—7]. Немногочисленные теоретические исследования выполнены в предположении, что массовая концентрация частиц мала, что позволяет изучать движение отраженных частиц в заданном поле скоростей газа [8, 9]. В [10] предложена модель, которая дает возможность исследовать обтекание тел при наличии слоя хаотически движущихся частиц, расположенного вблизи поверхности обтекаемого тела. Этот слой частиц рассматривался как слой второго «газа» с максвелловским распределением частиц (молекул) по скоростям. В [11] проведены отдельные расчеты с учетом влияния отраженных частиц на гидродинамику потока без учета столкновений падающих и отраженных частиц.

В настоящей работе предложена математическая модель и метод расчета, позволяющие в рамках трехскоростной трехтемпературной схемы движения взаимопроникающих континуумов численно исследовать широкий класс задач аэродинамики дисперсных потоков. Указан диапазон изменения определяющих параметров, в котором существен учет скоростной и тепловой неравновесности фаз. Сформулированы основные критерии подобия для данного типа задач.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим поперечное обтекание плоской пластины потоком газозвеси с учетом частиц, отскочивших от лобовой поверхности пластины. Для этого введем фракцию (фазу) падающих частиц, т. е. частиц, летящих к поверхности обтекаемого тела, и фракцию (фазу) отраженных частиц — частиц, летящих от поверхности обтекаемого тела навстречу набегающему дисперсному потоку. Между частицами возникают столкновения. Ввиду того что в результате таких столкновений происходит обмен импульсом между частицами различных фаз, изменяются скорости как падающих, так и отраженных частиц. Это приводит к необходимости вводить в рассмотрение эффективную силу взаимодействия между частицами. Кроме обмена импульсом, в результате столкновений будут происходить фазовые переходы из падающих частиц в отраженные и из отраженных в падающие. Поскольку столкновения происходят в присутствии третьего тела, т. е. несущей фазы, и за счет трения о газ частицы сносятся к поверхности обтекаемого тела, результирующим фазовым переходом будет переход из отраженных частиц в падающие. Таким образом, в уравнении неразрывности этих фаз вводится только один источниковый член, учитывающий переход из отраженных частиц в падающие. Следует отметить, что учет столкновений между частицами