

УДК 622.023.23:620.173.24

**ХРУПКОЕ И КВАЗИХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ ГЕОМАТЕРИАЛОВ  
С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ ПРИ НЕРАВНОКОМПОНЕНТНОМ СЖАТИИ**

**С. В. Сукнев**

*Институт горного дела Севера им. Н. В. Черского СО РАН,  
E-mail: suknyov@igds.yasn.ru, просп. Ленина, 43, 677980, г. Якутск, Россия*

Исследовано влияние краевых условий и диаметра отверстия на возникновение трещин отрыва у кругового отверстия в хрупких и квазихрупких геоматериалах при неравномерно распределенном сжатии с учетом масштабного эффекта. Для расчета критического напряжения использованы модифицированные нелокальный и градиентный критерии разрушения. Проведено сопоставление результатов расчета с полученными экспериментальными данными. Разработанные критерии позволяют учитывать масштабный эффект в тех случаях, когда варьирование размера зоны концентрации напряжений осуществляется за счет изменения как геометрии концентратора напряжений, так и краевых условий.

*Хрупкое разрушение, квазихрупкое разрушение, геоматериалы, масштабный эффект, отверстие, градиент напряжений, нелокальные критерии разрушения*

DOI: 10.15372/FTPRPI20200203

Механические свойства геоматериалов и горных пород подвержены влиянию масштабного эффекта, который наиболее сильно проявляется в условиях концентрации напряжений у отверстий, полостей, выработок, когда характерный размер неоднородности напряжений сопоставим с размерами структурных составляющих материала. Для оценки прочности и прогнозирования разрушения структурно-неоднородных материалов используют нелокальные и градиентные модели со структурным параметром [1–9]. Широкое распространение получили нелокальные критерии разрушения, реализующие подходы и методы теории критических расстояний [10–15]. Они основаны на представлении о формировании в материале зоны предразрушения, в которой происходит локальное перераспределение напряжений, в то время как основной материал деформируется упруго вплоть до разрушения. Общим свойством нелокальных критериев является введение внутреннего размера материала  $d_0$ , характеризующего его структуру, что позволяет описать масштабный эффект, свойственный структурно-неоднородным материалам. Это дает возможность прогнозировать наступление разрушения при варьировании размера зоны кон-

центрации напряжений  $L_e$ . В работах [16–22], посвященных физическому моделированию разрушения материалов с концентраторами напряжений, варьирование  $L_e$  осуществлялось путем изменения геометрических размеров или формы концентратора (отверстия, выреза) при неизменных краевых условиях.

В [23] исследовано образование трещин отрыва в образцах с круговым отверстием различного диаметра под действием равномерно и неравномерно сжатия. Отмечено, что большое влияние на процессы трещинообразования оказывает распределение напряжений вдоль траектории распространения трещины, которое определяется краевыми условиями. При неизменных краевых условиях образование трещин отрыва в зонах концентрации растягивающих напряжений хорошо описывается градиентным критерием разрушения, учитывающим влияние размера зоны концентрации напряжений на локальную прочность материала. Если изменение краевых условий приводит к существенному изменению распределения напряжений вдоль траектории распространения трещины, то использование размера  $L_e$  в качестве управляющего параметра критерия для оценки разрушающей нагрузки может оказаться недостаточным.

В [24] показано, что в данном случае предпочтительно использование нелокального (интегрального) критерия разрушения. Это связано с тем, что для исследованных пористых геоматериалов размер зоны поврежденности в несколько раз превышает средний размер пор и обусловлен в большей степени геометрией и условиями нагружения образца, чем структурой порового пространства материала. Полученные оценки зоны поврежденности свидетельствуют о том, что неупругие деформации охватывают значительные области, размер которых сопоставим или даже превышает размер зоны концентрации упругих напряжений. При этом влияние на разрушающее напряжение оказывает не только распределение напряжений в зоне концентрации напряжений, но и распределение напряжений за ее пределами, определяемое краевыми условиями.

В то же время применение интегрального критерия вызывает вопросы, поскольку нелокальные критерии изначально основаны на представлении о малости зоны предразрушения и могут использоваться только в случае квазихрупкого разрушения, сопровождающегося образованием зоны маломасштабной текучести  $d$  (зоны предразрушения), когда ее размер не сильно отличается от  $d_0$ , т. е. при выполнении условия  $d \approx d_0 = \text{const}$ . Применение нелокального критерия оказалось возможным благодаря тому, что варьирование краевых условий проводилось при фиксированном диаметре отверстия, поэтому размер  $d$  был принят константой, хотя и намного превышающей  $d_0$ .

Приведенные примеры показывают, насколько важен вопрос о возможности распространения нелокальных и градиентных критериев на случай развитой зоны предразрушения, когда ее размер зависит не только от структуры материала, но и от его пластических свойств, геометрии концентратора напряжений (отверстия, полости, выработки) и краевых условий. В настоящей работе рассматривается задача о разрушении хрупкого или квазихрупкого материала с круговым отверстием под действием двухосного нагружения сжимающими и растягивающими усилиями в тех случаях, когда варьирование размера зоны концентрации напряжений происходит за счет изменения геометрии концентратора напряжений (диаметра отверстия) и изменения краевых условий.

Рассматривается изотропная однородная пластина из хрупкого или квазихрупкого материала, к которой приложено равномерно распределенное на бесконечности сжимающее напряжение  $\sigma$  и растягивающее напряжение  $\alpha\sigma$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ). В центре пластины находится малое круговое отверстие радиусом  $a$  (рис. 1). Требуется определить критическое напряжение  $\sigma_c$ , при котором в пластине будет достигнуто предельное состояние (образование трещин отрыва на контуре отверстия) в зависимости от диаметра отверстия  $l = 2a$  и параметра двухосности нагружения  $\alpha$ .

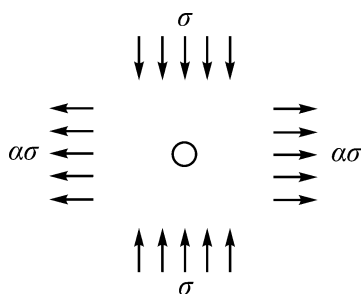


Рис. 1. Круговое отверстие при двухосном нагружении

Материал пластины характеризуется масштабным эффектом прочностных свойств. В присутствии концентратора напряжений (отверстия) эффективный нагруженный объем определяется размером зоны концентрации напряжений  $L_e$ . Предельное напряжение  $\sigma_0$  при одноосном растяжении пластины без отверстия характеризует стандартные прочностные свойства материала. Расчет  $\sigma_c$  выполним с использованием интегрального и градиентного критериев разрушения.

### КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ

Из нелокальных критериев наиболее распространен критерий средних напряжений (интегральный критерий):

$$\langle \sigma_e \rangle_d < \sigma_0.$$

Здесь  $\langle \sigma_e \rangle_d$  — усредненное на расстоянии  $d$  по опасному сечению значение эквивалентного напряжения, определяющего внутреннее напряженное состояние деформируемого тела:

$$\langle \sigma_e \rangle_d = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} \sigma_e(x) dx,$$

$x_0$  — координата точки максимума эквивалентного напряжения.

Для хрупких материалов размер усреднения  $d$  полагают константой материала, характеризующей его структуру ( $d = d_0 = \text{const}$ ). Критическое напряжение для образца с круговым отверстием, подверженного двухосному нагружению (рис. 1), находится по формуле [24]:

$$\sigma_c = 2\sigma_0[(1 + \gamma)\gamma^{-3} + \alpha(1 + \gamma^{-1})(2 + \gamma^{-2})]^{-1}, \quad (1)$$

где  $\gamma = 1 + d/a$ .

При  $\gamma = 1$  формула (1) дает расчет критического напряжения согласно традиционному критерию разрушения без учета масштабного эффекта.

Для квазихрупких материалов предпринимались попытки модифицировать нелокальные критерии за счет корректировки параметра  $d_0$ . Такая модификация носила сугубо феноменологический характер с целью более точного описания результатов конкретного эксперимента. В [25] для описания экспериментальных данных о разрушении пластин из композитного материала с круговым отверстием радиусом  $R$  параметр  $d_0$  представляется как  $d_0 = (R/R_0)^m / C$ , а затем путем подгонки определяются феноменологические константы  $m$  и  $C$  ( $R_0$  — вспомогательный параметр, введенный, чтобы обезразмерить  $R$ ).

Другой подход предложен в [26]. На основе анализа диаграмм хрупкого, квазихрупкого и вязкого разрушения размер зоны предразрушения  $d$  имеет вид

$$d = d_0 + \beta L_e. \quad (2)$$

Здесь  $\beta$  — безразмерный параметр, характеризующий пластичность материала. Для хрупких материалов  $\beta = 0$ , для пластичных  $\beta \gg 1$ , при  $\beta \sim 1$  материал обладает умеренными пластическими свойствами. Первое слагаемое в (2) отвечает за структуру материала, второе отражает вклад неупругих деформаций. Пластические свойства материала начинают проявляться при  $d > d_0$  и тем сильнее, чем больше  $d$  по отношению к  $d_0$ . Случай  $d = d_0$  соответствует хрупкому разрушению,  $d > d_0$  — квазихрупкому, которое в пределе  $d \gg d_0$  переходит в вязкое разрушение. При вязком разрушении критическое напряжение не зависит от размера концентратора напряжений, поэтому размер зоны предразрушения пропорционален размеру концентратора и, соответственно, размеру  $L_e$  (при неизменных краевых условиях). При хрупком разрушении, напротив, размер зоны предразрушения не зависит от размера концентратора напряжений и определяется структурой материала.

При одноосном сжатии поведение разрушающего напряжения, характеризующего образование трещин отрыва у выреза, показано на рис. 2. В соответствии с современными представлениями о реальном твердом теле, обладающем изначальной, присущей ему дефектностью, малые искусственные дефекты, размеры которых сопоставимы с размерами структурных составляющих материала, не влияют на его прочность до тех пор, пока их размеры не достигнут определенного критического значения. При малых значениях  $L_e$  материал не чувствует присутствия концентратора напряжений и разрушается как гладкий образец при достижении критическим давлением предела прочности при сжатии  $C_0$ . После достижения критического размера концентратора разрушающее давление  $p_c$  уменьшается, асимптотически приближаясь к напряжению  $T_0$ , равному пределу прочности материала при растяжении в случае хрупкого разрушения, и к напряжению  $T_s$  ( $C_0 > T_s > T_0$ ) в случае вязкого разрушения. Напряжение  $T_s$  связано с параметром пластичности  $\beta$  в выражении (2).

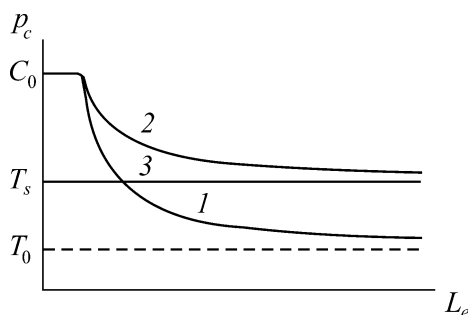


Рис. 2. Зависимость критического давления от размера зоны концентрации напряжений при хрупком (1), квазихрупком (2) и вязком (3) разрушении

Для описания квазихрупкого разрушения размер усреднения найдем по формуле (2), в которой размер зоны концентрации напряжений  $L_e = a[(1 + 3\alpha) / (5 + 7\alpha)]$  [24]. Выражение для параметра  $\gamma$  в (1) принимает вид

$$\gamma = 1 + \frac{d_0}{a} + \beta \frac{1 + 3\alpha}{5 + 7\alpha}. \quad (3)$$

В соответствии с градиентным критерием критическое напряжение, при котором на контуре отверстия образуются трещины отрыва, определяется выражением

$$\sigma_c = \frac{\sigma_0}{k} \left[ 1 + \left( \frac{L_0}{L_e} \right)^n \right], \quad (4)$$

здесь  $k = 1 + 3\alpha$ ;  $n$  — параметр материала [24]. Для хрупких материалов и горных пород  $n = 1$  [19]. Параметр  $L_0$  представляет собой характерный размер структуры материала аналогично параметру  $d_0$  в нелокальном критерии. Для квазихрупкого разрушения запишем для  $L_0$  выражение, подобное (2):

$$L_0 = d_0 + \beta L_e. \quad (5)$$

С учетом (5) формула (4) при  $n = 1$  примет вид

$$\sigma_c = \frac{\sigma_0}{k} \left( 1 + \frac{d_0}{L_e} + \beta \right). \quad (6)$$

Первое слагаемое в (6) отвечает расчету разрушающей нагрузки согласно традиционному подходу, не учитывающему масштабный эффект, второе слагаемое определяет вклад в масштабный эффект реального увеличения локальной прочности материала, а третье — “видимого” (кажущегося) увеличения за счет перераспределения напряжений в зоне предразрушения в результате неупругого деформирования материала.

#### ИСПЫТАНИЯ ОБРАЗЦОВ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ

Программа экспериментальных исследований включала проведение двух серий испытаний гипсовых образцов с круговым отверстием под действием неравномерно распределенного сжатия. В первой серии экспериментов исследовали влияние размера отверстия на образование трещин отрыва на контуре отверстия в образцах при неизменных краевых условиях, во второй — влияние краевых условий на образование трещин отрыва на контуре отверстия фиксированного диаметра. Нагрузка  $p$  прикладывалась к образцу через жесткие вставки, помещенные между образцом и нагружающими плитами. Вставки размещали в центре верхней и нижней граней образца (рис. 3). В центральной части образца вне зоны влияния отверстия реализовывалось достаточно однородное двухосное напряженное состояние: растяжение по горизонтальной оси и сжатие по вертикальной оси образца (рис. 1). Значения  $\sigma$  и  $\alpha$  рассчитывали методом конечных элементов в центре образцов, нагруженных через вставки заданного размера и не содержащих отверстия.

Испытывали образцы, изготовленные из водного раствора высокопрочного гипса, содержащего  $\alpha$ -полуидрат сульфата кальция (гипс 1), и из водного раствора строительного гипса, содержащего  $\beta$ -полуидрат сульфата кальция (гипс 2). В силу структурных особенностей

$\alpha$ -модификация полугидрата сульфата кальция отличается пониженной водопотребностью, что обеспечивает более низкую пористость и более высокие прочностные характеристики высокопрочного гипса по сравнению с обычным строительным гипсом. Для гипса 1 водный раствор приготавливали в соотношении (по весу): одна часть воды на две части гипса, для гипса 2 — в соотношении одна часть воды на полторы части гипса.

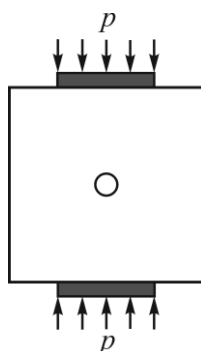


Рис. 3. Схема нагружения образца

Для первой серии экспериментов изготавливали образцы в виде плит размером  $200 \times 200$  мм и толщиной 40 мм (гипс 1) и 36 мм (гипс 2), в центре образцов высверливали круговые отверстия диаметром от 1 до 20 мм. Изготовили и испытали по 5 образцов с отверстиями каждого диаметра. Нагружение образцов проводили через вставки размером 120 мм. В процессе испытания образцов в зонах концентрации растягивающих напряжений на контуре отверстия наблюдали образование трещин отрыва, носящее внезапный характер. В образцах с отверстием диаметром 5–20 мм трещины моментально распространялись на расстояние  $\sim 50$  мм вдоль линии приложения сжимающей нагрузки, при дальнейшем нагружении их рост стабилизировался. В образцах с отверстием диаметром 1 и 2 мм трещины распространялись практически на все вертикальное сечение образца. Образование трещин сопровождалось локальной разгрузкой образца, что отражалось на диаграмме деформирования в виде появления зубца. Наибольшей разгрузке подверглись образцы с отверстием наименьшего диаметра 1 мм. На рис. 4 показаны характерные диаграммы деформирования образцов с отверстиями различного диаметра. Диаграммы деформирования представлены в координатах “нагрузка – время нагружения”. Критическую нагрузку в момент образования трещин определяли по вершине зубца на диаграмме.

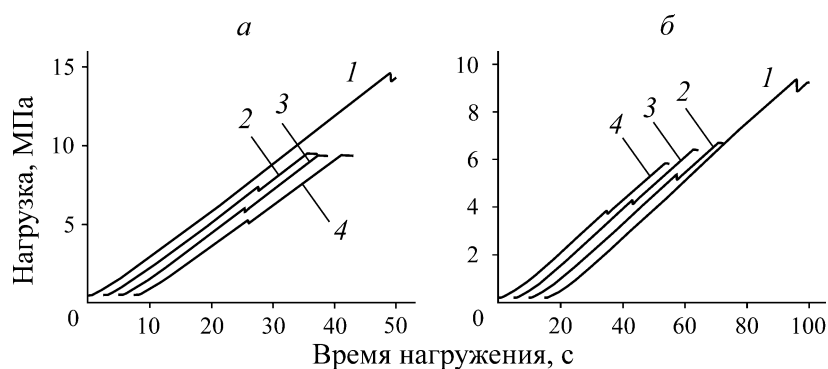


Рис. 4. Диаграммы деформирования образцов из гипса 1 (а) и гипса 2 (б) с отверстиями различного диаметра: 1 — 1; 2 — 5; 3 — 10; 4 — 15 мм

Для определения прочности материала при одноосном сжатии использовали такие же квадратные образцы размером  $200 \times 200$  мм без отверстия. Нагружение осуществляли через вставки размером 200 мм. По результатам испытания четырех образцов из гипса 1 средний предел прочности составил 34.11 МПа, по результатам испытания семи образцов из гипса 2 — 11.53 МПа. Предел прочности материала при одноосном растяжении определяли прямым методом на образцах типа “dog-bone” (dog-bone shaped specimens). Испытано по 10 образцов, изготовленных из гипса 1 и 2. Для образцов из гипса 1 среднее значение предела прочности равнялось 5.38 МПа, для гипса 2 — 2.61 МПа.

Для второй серии экспериментов изготавливали образцы размером  $100 \times 100$  мм и толщиной 40 мм (гипс 1) и 36 мм (гипс 2), в центре образцов высверливали круговые отверстия диаметром 2 мм. Нагружение проводили через вставки размером 20, 40, 60 и 80 мм. Испытано от 5 до 7 образцов со вставками каждого размера. Как и в первой серии испытаний, в зонах концентрации растягивающих напряжений на контуре отверстия наблюдалось образование трещин отрыва, которое носило внезапный характер и сопровождалось характерным шелчком и локальной разгрузкой образца. Степень разгрузки образца, о которой судили по высоте зуба на диаграмме деформирования, зависела от размера вставок, уменьшаясь по мере увеличения площадки, на которую прикладывалось давление. На рис. 5 приведены характерные диаграммы деформирования образцов, нагруженных через вставки различного размера.

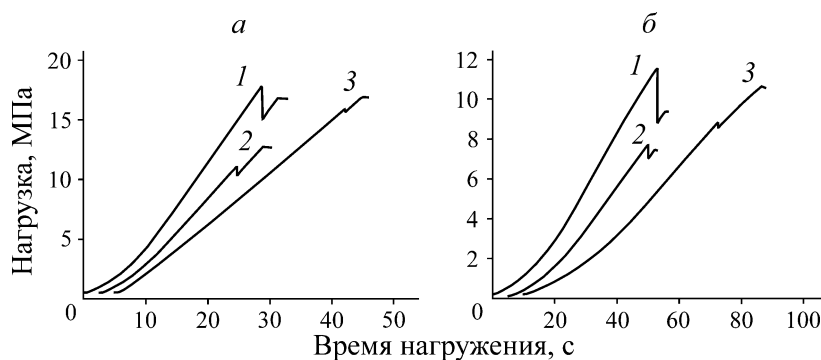


Рис. 5. Диаграммы деформирования образцов из гипса 1 (а) и гипса 2 (б), нагруженных через вставки различного размера: 1 — 20; 2 — 40; 3 — 80 мм

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для использованных в первой серии экспериментов вставок значение  $\sigma$  составило  $0.764p$ ,  $\alpha = 0.187$ . В соответствии с (1) и учетом сделанных оценок для  $\sigma$  и  $\alpha$  запишем выражение для критического давления в образце с круговым отверстием:

$$p_c = 2\chi C_0 [0.764(1+\gamma)\gamma^{-3} + 0.143(1+\gamma^{-1})(2+\gamma^{-2})]^{-1}, \quad (7)$$

где  $\chi = \sigma_0 / C_0$ . Параметр  $\gamma$  определяется формулой (3), в которой  $\alpha = 0.187$ .

Асимптотическое при  $l \rightarrow \infty$  критическое давление

$$T_s = T_0 \frac{2(1+3\alpha)}{(1+\gamma_s)\gamma_s^{-3} + \alpha(1+\gamma_s^{-1})(2+\gamma_s^{-2})}. \quad (8)$$

Здесь  $\gamma_s = 1 + \beta[(1+3\alpha)/(5+7\alpha)]$ ,  $T_0 = 0.838\chi C_0$  — асимптотическое критическое давление для хрупкого материала. Для квазихрупких материалов, характеризующихся умеренными пластическими свойствами,  $T_s \approx T_0(1 + \beta/2)$ .

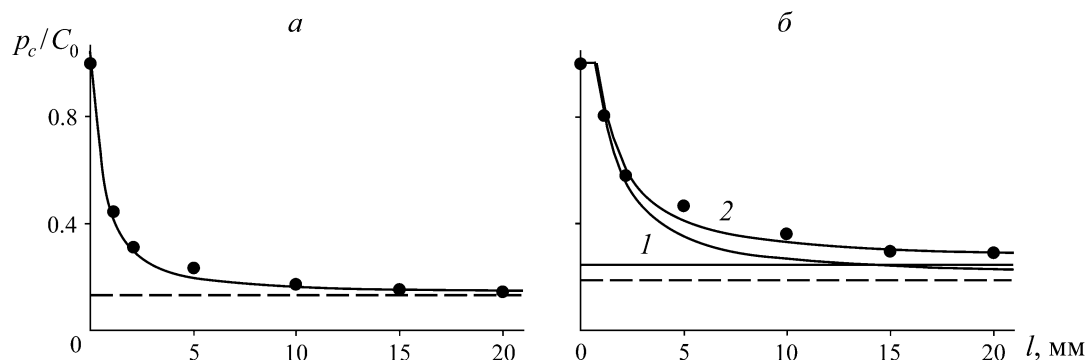


Рис. 6. Зависимость критического давления от диаметра отверстия для гипса 1 (а) и гипса 2 (б). Расчет выполнен по нелокальному критерию средних напряжений

На рис. 6а представлены экспериментальные данные (точки) нагрузки в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия в зависимости от его диаметра, полученные на образцах из гипса 1, и результаты расчета критического давления (кривая) по формуле (7) при  $\beta = 0$ . Размер  $d_0$  составил 0.6 мм и оказался сопоставимым с размером наиболее крупных пор. Штриховая прямая рассчитана согласно традиционному критерию разрушения. На рис. 6б приведены экспериментальные данные (точки) и результаты расчета критического давления для гипса 2 при  $\beta = 0$  (кривая 1) и  $\beta = 0.6$  (кривая 2). Размер  $d_0$  составил 1.0 мм. Согласно (8), напряжение  $T_s$  в первом случае равно  $T_0$  (штриховая прямая), во втором —  $T_s = 1.3T_0$  (сплошная прямая).

На рис. 6 показан существенный масштабный эффект, т. е. влияние диаметра отверстия на локальную прочность материала. С его уменьшением критическое давление возрастает, достигая предела прочности на сжатие, с увеличением — асимптотически приближается к напряжению  $T_0$  для гипса 1 и напряжению  $T_s$  для гипса 2. Такое поведение хорошо описывается модифицированным нелокальным критерием, в котором размер усреднения  $d$  определяется по формуле (2).

Воспользовавшись формулой (6), с учетом сделанных оценок для  $\sigma$  и  $\alpha$  запишем выражение для критического давления в образце с круговым отверстием в соответствии с градиентным критерием разрушения:

$$p_c = 0.838\chi C_0 \left( 1 + 8.081 \frac{d_0}{l} + \beta \right). \quad (9)$$

Асимптотическое значение критического давления  $T_s = T_0(1 + \beta)$ , где  $T_0 = 0.838\chi C_0$  — асимптотическое критическое давление для хрупкого материала.

На рис. 7а представлены экспериментальные данные (точки) нагрузки в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия в зависимости от его диаметра, полученные на образцах из гипса 1, и результаты расчета критического давления (кривая) по формуле (9) при  $\beta = 0$ . Размер  $d_0$  составил 0.3 мм. Штриховая прямая рассчитана согласно традиционному критерию разрушения. На рис. 7б приведены экспериментальные данные (точки) и результаты расчета критического давления для гипса 2 при  $\beta = 0$  (кривая 1) и  $\beta = 0.3$  (кривая 2). Размер  $d_0$  составил 0.5 мм. Напряжение  $T_s$  в первом случае равно  $T_0$  (штриховая прямая), во втором —  $T_s = 1.3T_0$  (сплошная прямая).



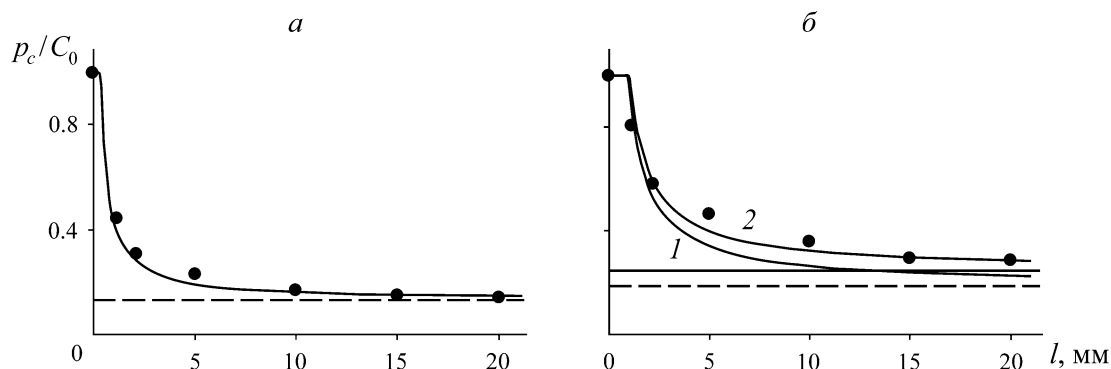


Рис. 7. Зависимость критического давления от диаметра отверстия для гипса 1 (а) и гипса 2 (б). Расчет выполнен по градиентному критерию

Результаты эксперимента хорошо описываются модифицированным градиентным критерием, в котором параметр  $L_0$  определяется по формуле (5). Значения  $\sigma$  и  $\alpha$ , рассчитанные для использованных во второй серии испытаний вставок, приведены в таблице.

Параметры образцов

| Размер вставки, мм | $\sigma/p$ | $\alpha$ | $a$ , мм | $L_e$ , мм |
|--------------------|------------|----------|----------|------------|
| 20                 | 0.349      | 0.317    | 1        | 0.30       |
| 40                 | 0.602      | 0.272    | 1        | 0.29       |
| 60                 | 0.764      | 0.187    | 1        | 0.27       |
| 80                 | 0.883      | 0.068    | 1        | 0.24       |

На рис. 8а показаны рассчитанные по данным второй серии испытаний образцов из гипса 1 критические напряжения  $\sigma_c$  (точки) в зависимости от параметра двухосного нагружения  $\alpha$ , представляющем собой отношение растягивающих и сжимающих напряжений вне области влияния отверстия (рис. 1), и результаты расчета  $\sigma_c$ , сделанные на основе нелокального (кривая 1) и градиентного (кривая 2) критериев по формулам (1) и (6). Штриховая кривая получена по традиционному критерию. Для расчетов использовали параметры материала  $d_0$  и  $\beta$ , определенные в первой серии испытаний. Критерии достаточно хорошо описывают разрушение образцов отверстием при изменении условий нагружения. Отметим, что при малых значениях  $\alpha$  нелокальный критерий разрушения несколько лучше описывает экспериментальные данные по сравнению с градиентным критерием, что подтверждает вывод, сделанный в [24].

На рис. 8б представлены вычисленные по данным второй серии испытаний образцов из гипса 2 критические напряжения  $\sigma_c$  (точки) в зависимости от параметра двухосного нагружения  $\alpha$  и результаты расчета  $\sigma_c$ , сделанные на основе нелокального (кривая 1) и градиентного (кривая 2) критериев по формулам (1) и (6). Штриховая кривая построена согласно традиционному критерию. Для расчетов также использовали параметры материала  $d_0$  и  $\beta$ , определенные в первой серии испытаний. Так же как при испытании образцов из гипса 1, при малых значениях  $\alpha$  нелокальный критерий разрушения лучше описывает полученные экспериментальные данные по сравнению с градиентным критерием.

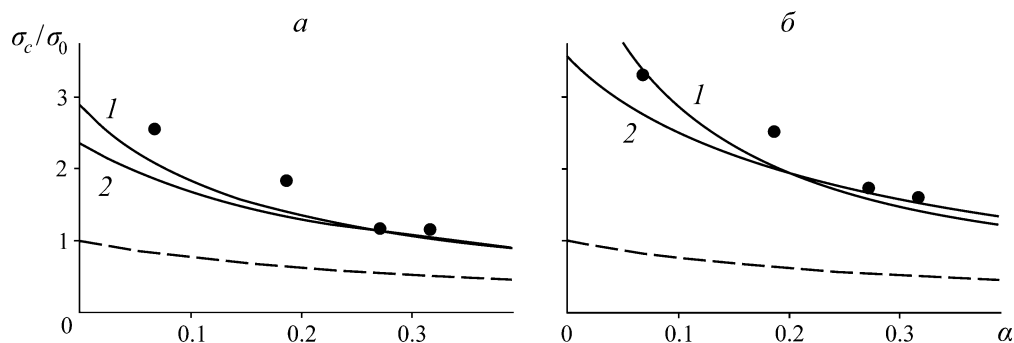


Рис. 8. Зависимость критического напряжения от параметра двухосного нагружения  $\alpha$  для гипса 1 (а) и гипса 2 (б). Расчет выполнен по нелокальному (1) и градиентному (2) критериям

Как видно из рис. 6а, 7а, хрупкое разрушение образцов из гипса 1, характеризующееся внезапным образованием на контуре отверстия и быстрым распространением вдоль оси сжатия трещин отрыва, может быть описано в рамках известных нелокальных и градиентных критериев во всем исследованном диапазоне диаметров отверстия от 1 до 20 мм. В то же время их применение для описания экспериментальных данных, полученных на образцах из гипса 2, позволяет получить удовлетворительные оценки критического давления только при малых диаметрах отверстия 1–2 мм (рис. 6б, 7б). Результаты расчетов, выполненных для больших диаметров отверстия, дают заниженные значения критического давления.

Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при увеличении диаметра отверстия критическое давление асимптотически стремится к значению, превышающему на 30 % значение, рассчитанное для упругого тела. Как и в первом случае, разрушение образцов из гипса 2 характеризуется внезапным образованием на контуре отверстия и быстрым распространением вдоль оси сжатия трещин отрыва. Это позволяет охарактеризовать разрушение данного материала как квазихрупкое, с развитой зоной предразрушения, размер которой значительно превышает характерный размер структуры материала  $d_0$ . Такое поведение хорошо описывается модифицированными нелокальным и градиентным критериями разрушения, в которых структурный параметр определяется по формулам (2) и (5) соответственно. Из рис. 8 видно, что модифицированные критерии также хорошо описывают хрупкое и квазихрупкое разрушение геоматериалов с круговым отверстием при изменении краевых условий.

## ВЫВОДЫ

Исследовано хрупкое и квазихрупкое разрушение геоматериалов с круговым отверстием различного диаметра при неравномерно распределенном сжатии и выполнен анализ возможности применения нелокального и градиентного критериев для оценки разрушающей нагрузки. При хрупком разрушении нелокальный и градиентный критерии хорошо описывают масштабный эффект прочности, проявляющийся в зависимости критической нагрузки от размера зоны концентрации упругих напряжений. При неизменных краевых условиях оба критерия дают практически совпадающие результаты. При изменении краевых условий предпочтительнее нелокальный критерий средних напряжений. В случае квазихрупкого разрушения могут быть использованы модифицированные нелокальный и градиентный критерии, учитывающие формирование зоны неупругих деформаций, пластические свойства материала, геометрию концентратора напряжений (отверстия, полости, выработки) и краевые условия. Выполнена обширная программа экспериментальных исследований процессов деформирования и разрушения хруп-

ких и квазихрупких геоматериалов с круговым отверстием при неравномерно распределенном сжатии. Установлены закономерности образования трещин отрыва на контуре отверстия и показано хорошее соответствие результатов расчетов критической нагрузки по модифицированным критериям и полученных экспериментальных данных.

Автор выражает благодарность А. И. Рукавишникову и Н. В. Попову за помощь в подготовке образцов и проведении испытаний.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Mikhailov S. E.** A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria, *Eng. Fract. Mech.*, 1995, Vol. 52, No. 4. — P. 731–754.
2. **Сукнев С. В., Новопашин М. Д.** Применение градиентного подхода для оценки прочности горных пород // ФТПРПИ. — 1999. — № 4. — С. 54–60.
3. **Lecampion B.** Modeling size effects associated with tensile fracture initiation from a wellbore, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2012, Vol. 56. — P. 67–76.
4. **Корнев В. М., Зиновьев А. А.** Модель квазихрупкого разрушения горных пород // ФТПРПИ. — 2013. — № 4. — С. 74–82.
5. **Васильев В. В., Лурье С. А.** О корректных нелокальных обобщенных теориях упругости // Физ. мезомеханика. — 2016. — Т. 19. — № 1. — С. 47–59.
6. **Ревуженко А. Ф.** Об одном варианте линейной теории упругости со структурным параметром // ПМТФ. — 2016. — Т. 57. — № 5. — С. 45–52.
7. **Кулиев В. Д., Морозов Е. М.** Градиентный деформационный критерий хрупкого разрушения // ДАН. — 2016. — Т. 470. — № 5. — С. 528–530.
8. **Кургузов В. Д.** Сравнительный анализ критериев разрушения искусственных строительных материалов и горных пород // ФТПРПИ. — 2019. — № 5. — С. 79–89.
9. **Алтухов В. И., Лавриков С. В., Ревуженко А. Ф.** Анализ концентрации напряжений в целиках горной породы в рамках нелокальной упругой модели со структурным параметром // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. — 2019. — Т. 6. — № 1. — С. 39–45.
10. **Taylor D.** The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics, Oxford: Elsevier, 2007. — 284 p.
11. **Negru R., Marsavina L., Voiconi T., Linul E., Filipescu H., and Belgiu G.** Application of TCD for brittle fracture of notched PUR materials, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 2015, Vol. 80. — P. 87–95.
12. **Li W., Susmel L., Askes H., Liao F., and Zhou T.** Assessing the integrity of steel structural components with stress raisers using the theory of critical distances, *Eng. Fail. Anal.*, 2016, Vol. 70. — P. 73–89.
13. **Fuentes J. D., Cicero S., and Procopio I.** Some default values to estimate the critical distance and their effect on structural integrity assessments, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 2017, Vol. 90. — P. 204–212.
14. **Justo J., Castro J., Cicero S., Sánchez-Carro M. A., and Husillos R.** Notch effect on the fracture of several rocks: Application of the theory of critical distances, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 2017, Vol. 90. — P. 251–258.
15. **Taylor D.** The theory of critical distances applied to multiscale toughening mechanisms, *Eng. Fract. Mech.*, 2019, Vol. 209. — P. 392–403.
16. **Lajtai E. Z.** Brittle fracture in compression, *Int. J. Fract.*, 1974, Vol. 10, No. 4. — P. 525–536.
17. **Carter B. J.** Size and stress gradient effects on fracture around cavities, *Rock Mech. and Rock Eng.*, 1992, Vol. 25, No. 3. — P. 167–186.

18. **Dzik E. J. and Lajtai E. Z.** Primary fracture propagation from circular cavities loaded in compression, *Int. J. Fract.*, 1996, Vol. 79, No. 1. — P. 49–64.
19. **Сукнев С. В., Елшин В. К., Новопашин М. Д.** Экспериментальное моделирование процессов трещинообразования в образцах горных пород с отверстием // ФТПРПИ. — 2003. — № 5. — С. 47–54.
20. **Ефимов В. П.** Определение прочности горных пород на растяжение по результатам испытаний дисковых образцов с центральным отверстием // ФТПРПИ. — 2016. — № 5. — С. 54–60.
21. **Ефимов В. П.** Применение интегрального критерия разрушения для определения прочности на растяжение и трещиностойкости горных пород // ФТПРПИ. — 2019. — № 3. — С. 44–52.
22. **Lotidis M. A., Nomikos P. P., and Sofianos A. I.** Laboratory study of the fracturing process in marble and plaster hollow plates subjected to uniaxial compression by combined acoustic emission and digital image correlation techniques, *Rock Mech. and Rock Eng.*, 2020, Vol. 53, No. 4. — P. 1953–1971.
23. **Сукнев С. В.** Образование трещин отрыва в гипсе при равномерном и неравномерном распределении сжимающей нагрузки // ФТПРПИ. — 2011. — № 5. — С. 37–45.
24. **Сукнев С. В.** Экспериментальное обоснование нелокальных критериев разрушения геоматериалов при неравнокомпонентном сжатии пластин с круговым отверстием // ФТПРПИ. — 2015. — № 3. — С. 17–24.
25. **Pipes R. B., Wetherhold R. C., and Gillespie J. W. (Jr.)** Notched strength of composite materials, *J. Compos. Mater.*, 1979, Vol. 13. — P. 148–160.
26. **Сукнев С. В.** Нелокальные и градиентные критерии разрушения квазихрупких материалов при сжатии // *Физ. мезомеханика*. — 2018. — Т. 21. — № 4. — С. 22–32.

*Поступила в редакцию 17/II 2020*

*После доработки 25/II 2020*

*Принята к публикации 10/IV 2020*