

показано на рис. 3, а (штриховая линия). Уменьшение η_0 ведет к росту A_{\min} . Зависимость $A_{\min}(\varphi)$ при зажигании в воздухе (см. рис. 3, б) имеет аналогичную качественную картину, как при зажигании в атмосфере кислорода.

Из результатов численного счета (рис. 4), как и из экспериментов [1, 4], видно, что обогащение воздуха ($\approx 20\% \text{ O}_2$) кислородом ведет к уменьшению A_{\min} , а при $\eta_0 \rightarrow 1$ получаются те же значения, что и в модели без учета изменения концентрации окислителя в ходе процесса. Величина A_{\min} падает в 1,5 раза при $\eta_0 = 1$ (атмосфера кислорода) по сравнению с зажиганием в воздухе ($\eta_0 = 0,2$). Рост массовой концентрации горючего, как и в случае воспламенения облака в кислороде, понижает минимальную энергию зажигания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лефевр А. Процессы в камерах сгорания в ГТД.— М.: Мир, 1986.
2. Кумагаи Сэйитиро. Горение.— М.: Химия, 1979.
3. Сполдинг Д. Б. Горение и массообмен.— М.: Машиностроение, 1985.
4. Ballal D. R., Lefebvre A. H. // Proc. Roy. Soc. Lond., A., 1978, 364, 277.
5. Монахов В. Т. Методы исследования пожарной опасности веществ.— М.: Химия, 1979.
6. Розловский А. И. Научные основы взрывобезопасности при работе с горючими газами и парами.— М.: Химия, 1972.
7. Губин Е. И., Дик И. Г. ФГВ, 1986, 22, 2, 10.
8. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика.— М.: Наука, 1979.
9. Озеров Е. С. Основы теории горения газодисперсных систем: Учеб. пособие.— Л., 1980.
10. Сборник задач по теории горения: Учеб. пособие/Под ред. В. В. Померанцева.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.
11. Ивлева Т. П., Шкадинский К. Г. Информ. бюл. Госфонда алгоритмов и программ СССР, 1979, 1(27).
12. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах.— М.: ИЛ, 1948.

г. Томск

Поступила в редакцию 22/VII 1988

УДК 536.46 : 536.33

К. В. Добрего, С. А. Жданок

ЗАЖИГАНИЕ ИЗЛУЧАЮЩЕГО ГАЗА НАКАЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Задача о зажигании горячей поверхностью — это классическая задача теории зажигания, имеющая широкий круг практических применений: воспламенение ВВ, взрывобезопасность химических производств и др. Она исследовалась приближенными аналитическими [1], численными [2, 3] и комбинированными [4] методами. Если газовая среда испускает и поглощает излучение, то задача о зажигании приобретает существенные особенности, которые, насколько известно авторам, в литературе не обсуждались. В работе рассмотрены особенности решения таких задач. В случае оптически тонкой среды основные характеристики процесса находятся аналитически и численно.

Особенности зажигания излучающего газа

Уравнение баланса энергии в излучающей и поглощающей среде имеет вид

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} \nabla \lambda \nabla T + Qz \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) - \operatorname{div} S, \quad (1)$$

где c_p — теплоемкость; λ — теплопроводность; Q — тепловой эффект реакции; E — энергия активации; z — предэкспонент константы ее скорости; S — поток лучистой энергии; R — универсальная газовая постоянная. В пренебрежении диффузией и выгоранием (1) описывает распределение температуры в активной среде и в безразмерном виде можно записать

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \Delta \Theta + \exp(\Theta) - K, \quad (2)$$

граничные условия

$$\Theta|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}|_{\xi=0} = \tilde{q}. \quad (3)$$

Здесь $K = \frac{\text{div } S}{Qz} \frac{RT_0^2}{E} \exp\left(\frac{E}{RT_0}\right)$ — безразмерная дивергенция потока излучения. Обезразмеривание проводится с помощью линейного масштаба $l_0 = \left[\frac{\lambda}{Qz} \frac{RT_0^2}{E} \exp\left(\frac{E}{RT_0}\right) \right]^{1/2}$ и масштаба времени $\tau_{ad} = \frac{c_p}{Qz} \frac{RT_0^2}{D} \exp\left(\frac{E}{RT_0}\right)$; экспонента преобразована по Франк-Каменецкому; $\Theta = (T - T_0)E/RT_0^2$; $\xi = x/l_0$ — безразмерная координата. Критическое граничное условие, соответствующее зажиганию для стационарной безызлучательной задачи ($K = 0$), записывается так [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = 0. \quad (4)$$

При его выполнении стационарный кондуктивный тепловой поток на границе зоны активного тепловыделения минимален [5]. Поскольку при наличии в уравнении баланса (1) члена, связанного с лучистым теплообменом, характер температурного поля меняется по сравнению с безызлучательным, то условие (4) в общем случае также изменится. Провести строгий анализ этой проблемы трудно, поскольку точное аналитическое решение соответствующей стационарной задачи (2), (3) не может быть найдено.

Условие (4) выполняется, по крайней мере, в оптически плотных средах в пределе лучистой теплопроводности. Для оптически тонких сред получим его из упрощенного рассмотрения стационарной задачи (2), (3): ограничиваясь областью $\Theta \in [-1, 1]$, линеаризуем экспоненту и положим $K = \text{const}$, тогда решение (2), (3) примет вид

$$\Theta = (1 - K)(\cos \xi - 1) + A \sin \xi. \quad (5)$$

Условие физической достоверности решения вблизи стенки требует ограничить координату ξ областью, в которой функция $\Theta(\xi)$ выпукла вверх, $\xi < \xi_{\text{перегиб}}$, при $\xi > \xi_{\text{перегиб}}$ гладко продолжим функцию прямой. Не представляет труда показать, что кондуктивный поток из зоны реакции (построенной таким образом функции температуры) минимизируется при условии на производную в нуле $\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}|_{\xi=0} = \tilde{q} = 0$, т. е. в точности как и для безызлучательной задачи.

Во время стадии прогрева, когда газ можно считать химически инертным, лучистый теплообмен может существенно изменить время и характер прогрева. Будем различать три случая: 1) газ оптически прозрачен ($l_{\text{кв}} \gg l_0$), 2) $l_{\text{кв}} \ll l_0$, 3) $l_{\text{кв}} \approx l_0$. В первом случае теплообмен излучением внутри активной среды сводится к переизлучению энергии из пристеночных горячих в более холодные слои газа, во втором теплообмен излучением легко учитывается введением коэффициента лучистой теплопроводности. Третий случай наиболее сложен для рассмотрения. Более или менее точно он может быть проанализирован лишь численными методами.

При решении задачи о зажигании горячей поверхностью, в соответствии с физически реализуемыми условиями протекания процесса и ин-

формацией, которую необходимо получить, рассматривают две постановки задачи: стационарную и нестационарную [5].

Пусть в химически реагирующем веществе установилось стационарное распределение температуры внутри зоны химической реакции вблизи накаливаемой поверхности, а также вне ее, в области, где температура распределяется в соответствии с внешними гидродинамическими и тепловыми условиями. Стационарное распределение температуры при этом является промежуточным, заторможенным состоянием, которое реализуется в полной нестационарной задаче при определенных условиях поджигания и теплообмена [8]. Данное состояние может быть либо устойчиво, либо привести к зажиганию вещества. С формальной точки зрения поджигание трактуется как невозможность согласовать стационарное температурное поле внутри зоны реакции с внешними тепловыми потоками.

Найдем стационарное распределение температуры вблизи стенки, решая задачу (2), (3). При заданном поле температур величина K может быть разложена в ряд Тэйлора по координате ξ

$$K = K_0 + K_2 \xi^2 + \dots, \quad (6)$$

где линейный член отсутствует, поскольку граничное условие на температуру выбрано в виде $\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0$ ($K \sim \text{div } S \sim T^n$, $n > 0$, следовательно, $\frac{\partial K}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0$). Если искать решение в виде формального ряда $\Theta = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n$, то с учетом одного члена разложения (6) для плоской геометрии системы придем к формальному решению [9]

$$\Theta = -1/2(1 - K_0)\xi^2 + 1/24(1 - K_0)\xi^4 + \dots \quad (7)$$

Выражение (7) имеет смысл при $\xi \leq 1$, поскольку ряд — асимптотический и K_0 — константа. Дифференцируя (7), легко определить критический кондуктивный поток тепла из зоны реакции. Считая координату границы зоны активированной реакции $x = l_0$ в безразмерном виде, этот поток может быть записан в виде

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} \simeq -(1 - K_0) = q^* \quad (8)$$

(такое же значение q^* получится и из приближенного решения (5)). В классической безызлучательной теории на бесконечности $q^*|_{\xi=\infty} = -\sqrt{2}$. Если q^* превышает максимальный кондуктивный поток, обусловленный внешними гидродинамическими и тепловыми условиями в химически инертной среде, то у поверхности горячей стенки произойдет зажигание активного газа. Данное положение обосновывается с точки зрения асимптотического анализа системы уравнений диффузии, теплопроводности и движения газа с малыми параметрами $l_0/\delta_{п.с}$ и l_0/R_r , где $\delta_{п.с}$ — толщина гидродинамического пограничного слоя [5]. Таким образом, лучистый теплообмен может заметно уменьшить критический кондуктивный поток из зоны реакции (8). Решение типа (7) позволяет определять этот поток при $\tilde{q} \neq 0$ при учете последующих членов ряда (6), а также на различных расстояниях от зажигающей стенки.

Влияние диффузии и выгорания

Пусть реакция имеет ненулевой порядок и для скорости ее протекания существен диффузионный приток одного компонента. При стационарном протекании такой процесс описывается системой

$$\frac{d}{dx} \lambda \frac{dT}{dx} + QW(a, T) - K = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dx} D \frac{da}{dx} - W(a, T) = 0, \quad (10)$$

где $W(a, T)$ — функция скорости реакции; a — концентрация активного компонента; D — коэффициент диффузии. Следуя [5], домножим (10) на Q и получим

$$\frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} + DQ \frac{da}{dx} \right) = K. \quad (11)$$

Из (11) находим

$$a_n - a_0 = 1/Q \int_{T_n}^T \frac{\lambda}{D} dt + 1/Q \int_{x_0}^{x_n} \frac{1}{D} \int_{x_n}^x K dx dx, \quad (12)$$

где индекс 0 соответствует величине у горячей стенки, а n — на большем удалении от нее. Соотношение (12) показывает, что лучистый теплообмен может существенно влиять на распределение концентрации и температур. Пренебрегать выгоранием активного компонента можно, если температура стенки и мощность радиационных потерь не слишком велики. Если температура стенки превышает максимально достижимую с учетом лучистых теплопотерь температуру газа $T_{0\max}$ (которая следует из (12), если положить $a_0 = 0$), то вблизи нее все вещество выгорит, зона активной химической реакции сместится, образуется прослойка инертных продуктов реакции. На этом основан метод стабилизации пламен (предотвращение срыва и задувания) [5], поэтому уменьшение $T_{0\max}$ может иметь прикладное значение.

Нестационарная задача без учета выгорания реагента

В общем случае процесс поджигания больших объемов экзотермически реагирующих веществ является существенно нестационарным [8]. Стационарная теория находит применение, когда максимальный кондуктивный поток из зоны реакции может быть определен из гидродинамики явления, а $l_0 \ll \delta_{п.с.}$. При этом получаем лишь ответ на вопрос — произойдет зажигание или нет, не получая никакой информации о времени этого процесса.

В связи со сложностью нестационарной задачи при ее решении используют численные [2, 3, 10], приближенные асимптотические, основанные на последовательных приближениях методы [1, 11], и методы, учитывающие качественное разбиение физического процесса на стадии [12—14]. Рассмотрим качественную картину процесса зажигания.

В соответствии с данными численных расчетов и аналитических решений авторы [5, 7, 13] выделяют в процессе три стадии: прогрев вещества накаливаемой поверхностью с характерным временем τ_0 , когда вещество можно рассматривать как инертное; квазистационарное протекание экзотермической реакции при заданных условиях теплообвода, во время которой выделяется значительное количество энергии химической реакции; распространение волны химического превращения. Время, характеризующее вторую стадию, имеет порядок времени индукции самовоспламенения $\tau_{ign} \sim \tau_{ad}$, тогда как время зажигания при $\Theta_0, \beta^{-1} \gg 1$ гораздо больше: $\tau^* \sim \Theta_0^2 / (2\pi)$ [12]. Поэтому протекание второй стадии мало сказывается на полном времени зажигания, и, следовательно, при условии $\Theta_0, \beta^{-1} \gg 1$ можем обоснованно применять квазистационарный подход Зельдовича [12], который является первым приближением асимптотической теории [1] с малыми параметрами $1/\Theta_0$ и β . Если же $\Theta_0 \leq \leq 1 \gg \beta$, нестационарную задачу можно решить методом операционного исчисления после линеаризации экспонента. В промежуточной области параметров $1 \leq \Theta_0, 1/\beta$ за приближенное решение примем результат сшивки двух упомянутых предельных решений.

Проиллюстрируем данный метод на примере классической задачи о зажигании вещества плоской пластиной без учета выгорания и излучения. При $\Theta_0 \gg 1$ решение имеет вид [12]

$$\tau^* = \frac{\Theta_0^2}{2\pi}. \quad (13)$$

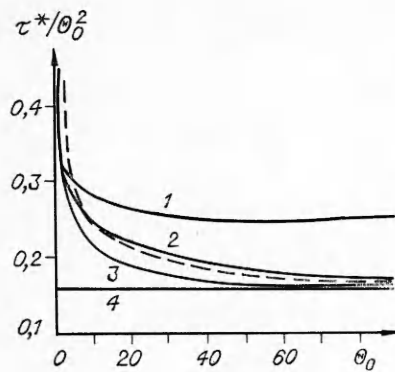


Рис. 1. Зависимость времени зажигания от начального теплового напора. 1 — [11], 2 — [1], 3 — (16), 4 — [12]. — — — численный расчет.

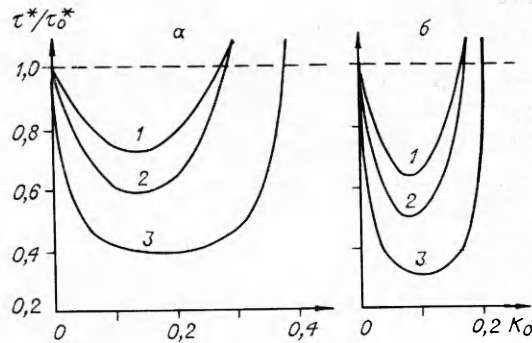


Рис. 2. Зависимость τ^*/τ_0^* от безразмерной мощности лучистых теплопотерь K_0 . 1 — (22); 2 — (24) и (23); 3 — численный расчет. а — $\Theta_0 = 15$, $\Theta^* = 5$; б — $\Theta_0 = 25$, $\Theta^* = 8$.

Решение нестационарной задачи при $\Theta_0 \leq 1$ дает для определения времени зажигания равенство

$$\frac{\Theta_0}{2\sqrt{\tau^*}} \exp(\tau^*) = \int_0^{\sqrt{\tau^*}} \exp(\lambda^2) d\lambda, \quad (14)$$

из которого в пределе малых Θ_0 следует

$$\tau^* = \Theta_0/2. \quad (15)$$

Сшивая (13) и (15), получим

$$\frac{\tau^*}{\Theta_0^2} = \frac{1}{2\Theta_0} + \frac{1}{2\pi}. \quad (16)$$

Заметим, что (16) можно использовать для оценки времени взрыва в задачах о несимметричном самовоспламенении при $\Theta_0 \leq 1$. На рис. 1 показано время зажигания, вычисленное по (16) и [1, 11, 12]. Очевидно, что приведенный метод при всей его простоте дает неплохие результаты.

Рассмотрим простейший случай радиационного теплообмена — объемное высвечивание энергии. При этом дивергенция потока излучения выражается следующим образом:

$$\operatorname{div} S = 2\pi S_{\Sigma} \{B(\omega_0, T_0) + B(\omega_0, T_n) - 2B[\omega_0, T(x)]\}. \quad (17)$$

Здесь S_{Σ} — сила полосы; $B(\omega_0, T)$ — функция Планка. Из (17) видно, что в пристеночной области $\operatorname{div} S > 0$, по мере удаления от горячей поверхности она уменьшается и меняет знак. Учитывая, что $B(\omega_0, T_n) \ll B(\omega_0, T_0)$, температуру T^* , при которой $\operatorname{div} S$ обращается в нуль, нетрудно установить из (17): $B(\omega_0, T^*) \simeq B(\omega_0, T_0)/2$. Для аналитического исследования влияния лучистого теплообмена на время зажигания аппроксимируем (17) линейной функцией от температуры:

$$K = K_0 + K_1\Theta, \quad (18)$$

где $K_0, K_1 > 0$, $K_1 = -K_0/\Theta^*$, Θ^* — безразмерная температура T^* . Аппроксимация K по двум характерным температурам Θ_0 и Θ^* позволяет отразить качественное поведение K в зависимости от координаты и при этом использовать для решения уравнения баланса операционные методы. Решение «инертной» задачи теплопроводности с (18) методом преобразования Лапласа приводит к следующему выражению для градиента температуры на границе:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{\Theta_0}{\sqrt{\pi t}} \exp(-K_1 t) - (-K_0\Theta^*)^{1/2} \operatorname{erf}(\sqrt{K_1 t}). \quad (19)$$

Аппроксимируем функцию $\operatorname{erf}(x)$ экспонентой:

$$\operatorname{erf}(\sqrt{K_1 t}) \simeq 1 - \exp(-1, 3\sqrt{K_1 t}), \quad (20)$$

при этом точность аппроксимации (20) составит $\sim 10\%$ для любых значений аргумента. Согласно квазистационарному подходу Зельдовича, время зажигания найдется из решения трансцендентного уравнения

$$\sqrt{2}(1 - K_0) = \frac{\Theta_0}{\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{K_0 t}{\Theta^*}\right) + (\Theta^* K_0)^{1/2} \left[1 - \exp\left(-1, 3\sqrt{\frac{K_0 t}{\Theta^*}}\right) \right]. \quad (21)$$

Используя в качестве нулевого приближения τ^* выражение (13), получим

$$\tau^* = \frac{\Theta_0^2/(2\pi)}{\left[\left((1 - K_0) - \sqrt{\frac{\Theta^* K_0}{2}} \right) \exp(\hat{t}) + \sqrt{\frac{\Theta^* K_0}{2}} \exp(\hat{t} - 1, 3\sqrt{\hat{t}}) \right]}, \quad (22)$$

$\hat{t} = K_0 \Theta_0^2 / (2\pi \Theta^*)$. Из (22) следует, что при увеличении K_0 от нуля происходит ускорение, а в дальнейшем замедление зажигания. При этом от параметров Θ_0 и Θ^* зависит скорость и величина изменения τ^* .

Проведен численный расчет модельной задачи (1) с начальными $T(x, t=0) = T_n = 300$ К и граничными $T(x=0, t) = T_0$ условиями на примере зажигания смеси NO — воздух без влияния выгорания (константы скорости реакции соответствуют [6]) в приближении оптически тонкого слоя. Считалось, что излучение переносится в основной полосе NO с центром $\omega_0 = 1876$ см⁻¹ и силой полосы $S_\Sigma = 125$ см⁻² · атм⁻¹ при нормальных условиях. После обезразмеривания задача аппроксимировалась с использованием простой шеститочечной, неявной разностной схемы и решалась методом прогонки. Результаты численных расчетов показаны на рис. 2. Будем искать зависимость $\tau^*(K_0)$ в виде

$$\tau^* = \tau_0^* (1 - \alpha K_0 - \beta K_0^2), \quad (23)$$

где τ_0^* — время, соответствующее отсутствию лучистого теплообмена, найденное по (16). Параметры α и β легко определяются из (21) при использовании условий $\left. \frac{\partial \tau^*}{\partial K_0} \right|_{K_0=0} = \tau_0^* \alpha$ и $\left. \frac{\partial \tau^*}{\partial K_0} \right|_{K_0=K_{\min}} = 0$. После линеаризации экспонент в (22) можно определить K_∞ , при котором $\tau^* \rightarrow \infty$. Положим $K_{\min} = K_\infty / 2$, в результате приходим к функционально простому выражению, описывающему основные зависимости процесса (см. рис. 2):

$$\alpha = 2 \left[\frac{\Theta_0^2}{2\pi \Theta^*} - 1 - \frac{1,3}{4\sqrt{\pi}} \Theta_0 \right], \quad \beta = \frac{(4 + \Theta^*) \alpha}{2}. \quad (24)$$

Как следует из расчетов и формул (22) — (24), при достаточно больших K_0 зажигание становится невозможным. Однако с увеличением времени процесса происходит расширение прогретой зоны и приближение оптически тонкого слоя становится неверным.

Заключение

Рассмотрены основные закономерности зажигания накаливаемой поверхностью излучающего и поглощающего газа. В случае оптически тонкой среды, характерном при высокотемпературном зажигании, задача решена в традиционных стационарной и нестационарной постановках [8]. Показано, что лучистый теплообмен играет существенную роль в процессе зажигания газов, в частности, в оптически тонкой газовой среде процесс может ускоряться и замедляться за счет лучистого теплообмена. Случай оптически плотного газа $l_{\text{ин}}/l_0 \ll 1$ соответствует лучистой

теплопроводности и, следовательно, не приводит к изменению времени зажигания, а лишь к увеличению масштаба длины l_0 . Для промежуточных значений $l_{\text{кр}}/l_0$ зависимость τ^* от параметров, определяющих энергетику лучистого теплообмена, имеет сложный характер и может быть проанализирована лишь численно в каждом конкретном случае. Основную трудность при этом представляет разработка подходящей модели радиационного теплообмена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буркина А. Г., Вилюнов В. Н. ПМТФ, 1976, 6, 96.
2. Мержанов А. Г., Абрамов В. Г., Гонтковская В. Т. Докл. АН СССР, 1963, 148, 1, 156.
3. Шкадинский К. Г., Барзыкин В. В. ФГВ, 1968, 4, 2, 176.
4. Берман В. С., Рязанцев Ю. С., Шевцова В. М. ПММ, 1979, 43, 1.
5. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва.— М.: Наука, 1980.
6. Yuan E. L., Slaughter J. I., Koerner W. E., Daniels F. J. Phys. Chem., 1959, 63, 6, 952.
7. Аверсон А. Э. // Теплообмен в процессах горения.— Черногловка, 1980.
8. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1987.
9. Доброго К. В., Жданок С. А. Вестн. АН БССР. Сер. физико-энерг., 1988, 4, 72—74.
10. Cook G. B. // Proc. Roy. Soc. Lon., 1959, A246, 1245, 154.
11. Гришин А. М. ПМТФ, 1966, 5, 25.
12. Зельдович Я. Б. Докл. АН СССР, 1963, 150, 283.
13. Вилюнов В. Н. ФГВ, 1966, 3, 2, 77.
14. Freidman M. N. Comb. Flames, 1967, 11, 3, 239.

г. Минск

Поступила в редакцию 17/VI 1988,
после доработки — 9/1 1988

УДК 534.46

А. Д. Марголин, Г. Н. Мохин, В. Г. Крупкин

ЗАЖИГАНИЕ КЛИНА И КОНУСА ПОТОКОМ ТЕПЛА ПРИ ГОМОГЕННОЙ РЕАКЦИИ

Горение порохов, взрывчатых веществ, а также твердых горючих в окислительной атмосфере часто начинается с зажигания острых кромок, углов, выступов. Это происходит из-за того, что при некоторых режимах нагрева выступы и углы нагреваются быстрее и до более высокой температуры, чем плоская поверхность. Условия воспламенения острых и тонких тел (клина и конуса) в окислительной атмосфере исследовались в [1]. Зажигание прямого угла пороха накаленной поверхностью исследовано в [2], а постоянным тепловым потоком — в [3].

Цель настоящей работы — теоретическое исследование воспламенения тел заостренной формы (типа клина и конуса) из конденсированного вещества, в котором может протекать гомогенная экзотермическая химическая реакция, потоком тепла (как постоянным, так и являющимся функцией координаты). Определяется зависимость от угла при вершине тела таких характеристик, как критерий и температура воспламенения, время задержки. Делаются количественные оценки влияния неоднородностей (заострений) на поверхности зажигаемого тела на процесс воспламенения.

Воспламенение клина и конуса постоянным потоком тепла

Пусть на поверхность клина или конуса из конденсированного вещества, в котором может протекать гомогенная экзотермическая химическая реакция, в момент времени $t = 0$ начинает падать постоянный теп-